E 1130/3

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

SERIA MECANICĂ

TOMUL XXXIX NUMĂRUL 1 ANUL 1977,
IANUARIE—MARTIE

COMITETUL DE REDACŢIE

REDACTOR RESPONSABIL : Academician *Radu Voinea*

MEMBRII : Prof. dr. ing. *Constantin Bălă* (redactor responsabil adjunct) ; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Buzdugan*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Cartianu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. dr. docent ing. *Virgil Constantinescu* ; Prof. dr. ing. *Nicolae Geru* ; Prof. dr. ing. *Berthold Grünwald* ; Prof. dr. *Ion Grădişteanu* ; Prof. dr. ing. *Gheorghe Hortopan* ; Prof. ing. *Jean Moncea* ; Academician *Ecaterina Ciorănescu Nenițescu* ; Prof. dr. ing. *Aurel Opream* ; Prof. dr. ing. *Mircea Petrescu* ; Prof. dr. ing. *Ion Popescu* ; Prof. dr. ing. *Marcel Segărceanu* ; Prof. dr. ing. *Călin Sergiu* (secretar ştiinţific) ; Prof. dr. *Octavian Stănăşilă* ; Prof. dr. docent ing. *Ion Teoreanu* ; Prof. dr. docent *Rodica Vîlcu*.

Editor : Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Splaiul Independenţei 313, Tel. 31.40.10, România, Căsuţa poştală 2356

Readers from abroad can get subscriptions for this rewspaper trough ILEXIM import-export press, 13 Decembrie St. Nr. 3, P.O.B. 2001, telex 011226, Bucharest ROMÂNIA

MŰSZAKI KÖNYVTÁR ÉS DOKUMENTÁCIÓS KÖZPONT 4883

Sumar

MATEMATICA

C. Radu

O variantă asupra unicității soluției problemei la limită mixte din teoria visco-elasticității neliniare dinamice 3

C. Bucur

Metodă de aproximare prin secțiuni pentru sistemele neliniare. 9

MECANICA

D. Voiculescu, E. Deciu, C. Vlad, A. Petrescu

Utilizarea teoriei distribuțiilor la studiul cioocnirilor 15

AVIAȚIE

C. Guță, D. Rugescu

Performanțe ale motoarelor rachetă în condițiile destinderii la echilibru chimic alunecător. 29

REZISTENȚA MATERIALELOR

D. Catrina, I. Constantinescu, E. Mihăilescu

Cercetări experimentale privind sistemul elastic al strungului normal SN 400 la filetare 43

TEHNOLOGIA CONSTRUCȚIEI DE MAȘINI

I. Gheghea, A. Ghionea

Contributions on Vibrations Damping of Machine Tools 53

C. Dumitraș, C. Militaru

Contribuții privind studiul componentelor forței de așchiere cu ajutorul matricelor 61

MAȘINI—UNELTE ȘI SCULE

A. Oprean, Al. Dorin

Incercarea simultană la fiabilitate a pompelor și motoarelor hidraulice rotative 67

V. Tabără, H. Vertan

Metoda de control automat al pieselor cu profil complex 75

I. Gheorghe, Fl. Ionescu, E. Dumitrescu

Studiul procesului real al frezării frontale de finisare 83

TEHNOLOGIA METALELOR

N. Atanasiu

Cercetări privind comportarea viscoplastică a metalelor și aliajelor în timpul deformării printr-o matriță conică 91

M. Voicu, P. Gladcov

Determinări privind eficiența răcirii cu oxigen asupra rugozității suprafețelor strunjite 99

TRANSPORTURI

A. Stoicescu

Asupra similitudinii performanțelor de tracțiune ale automobilelor . . . 105

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SECȚIA MECANICĂ
Tomul XXXIX — 1977. Numărul 1

MATEMATICĂ

C.Z.: 517.432

O VARIANTĂ ASUPRA UNICITĂȚII SOLUȚIEI PROBLEMEI LA LIMITĂ MIXTE DIN TEORIA VÎSCO-ELASTICITĂȚII NELINIARE DINAMICE

CONSTANTIN RADU

În lucrare se enunță și se demonstrează o teoremă cu privire la unitatea soluției problemei la limită mixte din teoria viscoelasticității neliniare dinamice folosind unele rezultate din teoria ecuațiilor integrale.

1. Fie Ω un domeniu tridimensional, S frontiera sa și $x \equiv (x_1, x_2, x_3)$ coordonatele carteziene ale unui punct generic din Ω.

Definiția 1. [1], [2]. Frontiera S se numește continuă dacă:

a) există numerele pozitive α și β,

b) Se poate alege sistemele de cordonate $(x_{i1}, x_{i2}, x_{i3}) \equiv (x_i' x_{i3})$ unde $x_i' = (x_{i1}, x_{i2})$, $i = 1,2,\ldots, m$ și

c) există funcțiile a_i, continue în patratele $\overline{\Delta}_i = |x_{ij}| \leqslant \alpha$ $j = 1,2$ astfel încît să avem:

d) orice punct $x \in S$ se poate reprezenta, în cel puțin unul din cele m sisteme de coordonate de la punctul b), sub forma $(x_i', a_i(x_i'))$ și

e) mulțimea punctelor

$$\{(x_i', x_{i3})/x_i' \in \overline{\Delta}_i,\ a_i(x_i') < x_{i3} < a_i(x_i') + \beta\} \subset \Omega$$

iar mulțimea,

$$\{(x_i, x_{i3})/x_i' \in \overline{\Delta}_i,\ a_i(x_i') - \beta < x_{i3} < a_{i3} < a_i(x_i')\} \neq \overline{\Omega}$$

Definiția 2. Frontiera S este lipschitziană dacă funcțiile a_i sînt lipschitziene în $\overline{\Delta}_i$.

Definiția 3 [3] O funcție f este de clasă H (Heaviside) dacă f este definită pe $(-\infty, \infty)$ și

a) $f = 0$ pe $(-\infty, 0)$

b) f este de clasă C^N pe $[0, \infty)$.

Mai mult, dacă f este în H^N, putem scrie:

$$f^{0(n;}(n) = f^{(n)}(0+).\ (n = 1,\ldots,N),$$

Manuscris predat redacției la data de 6 iulie 1974.

Definiția 4 [3]. O funcție f este de clasă $C^{M,N}$ pe $\Omega \times (a,b)$ dacă $f(x, t)$ este definită pentru toți $(x, t) \in \Omega \times (a, b)$ și funcțiile :

$$f^{0(n)}_{\underbrace{ij\ldots k}_{m}} \quad (m = 0, 1, \ldots, M; \; n = 0, 1, 2, \ldots, N)$$

există și sînt continue pe $\Omega \times (a, b)$.

Definiția 5. [3] O funcție f este de clasă $H^{M,N}$ pe $\Omega \times (-\infty, \infty)$ dacă

a) $f = 0$ pe $\Omega \times (-\infty, 0)$

b) f este în $C^{M,N}$ pe $\Omega \times [0, \infty]$

în plus,

$$f^{0(n)}_{\underbrace{ij\ldots k}_{m}} = f^{(n)}_{\underbrace{ij\ldots k}_{m}}(\cdot, 0_+)$$

în ambele definiții,

$$f^{(n)}_{\underbrace{ij\ldots k}_{m}}(x, t) = \frac{\partial^{m+n} f(x,t)}{\partial x_i \, \partial x_j \ldots \partial x_k \, \partial t^n} \tag{1.1}$$

Teorema 1. [3] Dacă φ_n este o funcție în H^1, cu $\varphi_n^0 > 0$ și f_n o funcție de clasă C^0 pe $\bar{\Omega} \times [0, \infty]$, ; $(n = 1, \ldots, N)$ din

$$\sum_{n=1}^{N} \left\{ \iiint_{\Omega} \varphi_n^0(t) f_n^2(x, t) \, dv + \right.$$

$$\left. \int_0^t \iiint_{\Omega} \varphi_n^{(1)}(t - \tau) f_n(x, t) f_n(x, \tau) \, dv \, d\tau \right\} \leqslant 0,$$

pentru orice $t \in [0, \infty)$, rezultă $f_n = 0$ pe $\bar{\Omega} \times [0, \infty)$

2. Studiem un mediu vîsco-elastic definit de ecuații constitutive de tipul,

$$\sigma_{ik}(x, t) = C_{iklm}(t) \varepsilon_{lm}(x, t) + \int_0^t R_{iklm}(t, \tau) f_{iklm}[\varepsilon_{iklm}(x, \tau)] \, d\tau \tag{2.1}$$

care ocupă volumul Ω mărginit de frontiera lipschitziană S în intervalul de timp $I = [0, T]$, $0 < T < \infty$.

În egalitățile (2.1), $\sigma_{ik}(x, t)$ sînt componentele tensorului tensiune, $\varepsilon_{ik}(x, t)$ componentele tensorului deformației, $C_{iklm}(t)$ sînt coeficienții de elasticitate instantanee, $R_{iklm}(t, \tau)$ $(i, k, l, m = 1, 2, 3)$ sînt modulii de relaxare (nucleul de relaxare) iar $f_{iklm}[\varepsilon_{lm}(x, \tau)]$ sînt funcții definite în spațiul deformațiilor.

Despre coeficienții de elasticitate $C_{iklm}(t)$, $i, j, k, l = 1, 2, 3$, presupunem că satisfac următoarele condiții:

a) sînt funcții continue de $t \in I$, deci mărginite; $0 < C_{iklm}(t) < \infty$

b) $C_{iklm}\, \varepsilon_{ik}\, \varepsilon_{lm} > 0 \quad (i, k, l, m = 1, 2, 3)$ (2.2)

Presupunem că, pentru toți indicii $i, k, l, m = 1, 2, 3$, modulii de relaxare satisfac condiția:

c) sînt funcții continue de $(t, \tau) \in I \times I$. Mai departe atașăm ecuații lor fizice (2.1); ecuațiile de echilibru,

$$\sigma_{ik,k}(x, t) + F_i(x, t) = \rho(x)\ \ddot{u}_i \quad (x, t), \quad (\sigma_{ik}(x, t) = \sigma_{ki}(x, t),$$

ecuațiile lui Cauchy

$$\varepsilon_{i,k}(x, t) = \frac{1}{2}\,[u_{i,k}(x, t) + u_{k,i}(x, t)], \tag{2.4}$$

condițiile la limită cinematice pe o parte a frontierei, S_1,

$$u_i(x, t)\,|_{S_1} = \dot{u}_i(x, t) \tag{2.5}$$

condițiile la limită statice pe partea rămasă a frontierei, S_2,

$$(S_1 + S_2 = S) \qquad \sigma_{ik}(x, t)\ n_k(x)\,|_{S_2} = \varphi_i(x, t) \tag{2.6}$$

și condițiile inițiale,

$$\begin{cases} u_i(x, 0) = 0 \\ \dot{u}_i(x, 0) = 0 \end{cases} \tag{2.7}$$

Aici $u_i(x, t)$, $(i = 1, 2, 3)$ sînt componentele vectorului deplasare $u(x, t)$; $F_i(x, t)$, $\varphi_i(x, t)$ și $\dot{u}_i(x, t)$ sînt componentele, respectiv, ale vectorului forțelor masice $F(x, t)$, vectorului forțelor superficiale $\varphi(x, t$ și ale vectorului deplasare pe suprafață $\dot{u}(x, t)$; $n_i(x)$ sînt consinuși directori ai normalei la suprafața S_2, $\rho(x) \geqslant 0$ este densitatea. În sfîrșit virgula după indicele k înseamnă derivare parțială în raport cu coordonatele x_k iar punctul deasupra lui u_i înseamnă derivarea în raport cu timpul t.

Teorema 2.

Dacă coeficienții de elasticitate și modulii de relaxare satisfac condițiile a), b), c) și funcțiile $f_{iklm}[\varepsilon_{lm}]$ din ecuațiile (2.1) sînt Lipschitziene, adică

$$|f_{iklm}(\varepsilon'_{lm}) - f_{iklm}(\varepsilon''_{lm})| \leqslant \alpha_{iklm}\,|\varepsilon'_{lm} - \varepsilon''_{lm}| \tag{3.1}$$

atunci problema la limită (2.1) — (2.7) are soluția unică.

Demonstrație.

Fie două stări vîsco-elastice diferite caracterizate de funcțiile : u', ε', σ' și u'', ε'', σ'' care apar în mediu la acțiunea grupurilor de date F', φ', $\hat{u}'$ și F'', φ'', $\hat{u}''$ și satisfac ecuațiile (2.1) — (2.7.).

Atunci determinăm o a treia stare vîsco-elastică a corpului punînd :

$$u^*(x,\ t) = u'(x,\ t) - u''(x,\ t);\quad \varepsilon^*(x,\ t) = \varepsilon'(x,\ t) - \varepsilon''(x,\ t)$$

$$\sigma^*(x,\ t) = \sigma'(x,\ t) - \sigma''(x,\ t);\ F^*(x,\ t) = \tag{3.2}$$

$$F^*(x,\ t) = F'(x,\ t) - F''(x,\ t)$$

$$\varphi^*(x,\ t) = \varphi'(x,\ t) - \varphi''(x,\ t);\quad \hat{u}^*(x,\ t) = \hat{u}'(x,\ t) - \hat{u}''(x,\ t)$$

Evident avem și,

$$\sigma^*_{ik}(x,\ t) = C_{iklm}(t)\ \varepsilon^*_{lm}(x,\ t) + \int_0^t R_{iklm}(t,\tau)[f_{iklm}(\varepsilon'_{lm}) - f_{iklm}(\varepsilon''_{cm})]d\tau \tag{3.3}$$

$$\sigma^*_{ik,k}(x,\ t) + F^*_i(x,\ t) = \rho(x)\ \ddot{u}^*_i(x,\ t) \tag{3.4}$$

$$\varepsilon^*_{ik}(x,\ t) = \frac{1}{2}\ (u^*_{i,k}(x,\ t) + u^*_{k,i}(x,\ t)) \tag{3.5}$$

Mai departe așa cum rezultă din [4], pornind de la expresia lucrului mecanic virtual al forțelor exterioare în unitatea de timp obținem,

$$\dot{L} = \lim_{\delta t \to 0} \delta L/\delta t = \lim_{\delta t \to 0} \iiint_{\Omega} (F^* + \delta F^*) \left(\frac{\delta u^*}{\delta t} \right) dv +$$

$$+ \lim_{\delta t \to 0} \iint_{S_2} (\varphi^* + d\varphi^*) \left(\frac{du^*}{dt} \right) ds,$$

sau încă,

$$\dot{L} = \iiint_{\Omega} F^*_i\ \dot{u}^*_i dv + \iint_{\Omega} \varphi^*_i\ u^*_i\ ds \tag{3.6}$$

Tot ca și în [4] avînd în vedere condiția la limită (2.6) și faptul că frontiera S este lipschitziană, aplicînd formula lui Gauss Ostrogradsk obținem din (3.6),

$$\dot{L} = \iiint_{\Omega} \rho \dot{u}^*_i\ \ddot{u}^*_i\ dv + \iiint_{\Omega} \sigma^*_{ik}\ \varepsilon^*_{ik}\ dv \tag{3.7}$$

Aici s-a folosit și ecuația (3.4). Notînd prin,

$$\psi(x, t) = \iiint_{\Omega} \sigma_{ik}^{*} \varepsilon_{ik}^{*} \, dv \tag{3.8}$$

energia potențială de deformație, și cu

$$K(x, t) = \frac{1}{2} \iiint_{\Omega} \rho(x) \, (\dot{u}_i^{*})^2 \, dv \tag{3.9}$$

energia cinetică a corpului la momentul t, din (3.6) și (3.7) avem

$$\frac{d}{dt} [K + \psi] = \iiint_{\Omega} F_i^{*} \dot{u}_i^{*} \, dv + \iiint_{S_2} \varphi_i^{*} \dot{u}_i^{*} \, ds \tag{3.10}$$

Să presupunem acum că $F^{*}(x, t) = \varphi(x, t) = \dot{u}^{*}(x, t) = 0$. Atunci din (3.10) obținem,

$$K + \psi = c = \text{constant} \tag{3.11}$$

Din condițiile inițiale (2.7) urmează că $c = 0$. Deoarece energia cinetică este întotdeauna pozitivă, $K \geqslant 0$, atunci din (3.11) urmează,

$$\psi \leqslant 0 \tag{3.12}$$

Ținînd cont de (3.3) și (3.8) inegalitatea (3.12) devine,

$$\iiint_{\Omega} C_{iklm}(t) \, \varepsilon_{lm}^{*}(x, t) \, \varepsilon_{ik}^{*}(x, t) \, dv + \int_0^t \iiint_{\Omega} R_{iklm}(t, \tau) \, [f_{iklm}(\varepsilon'_{lm}(x, \tau)) -$$

$$- f_{iklm}(\varepsilon''_{lm}(x, \tau))] \, \varepsilon_{ik}^{*}(x, t) \, dv \, d\tau \leqslant 0. \tag{3.13}$$

Cum forma pătratică $C_{iklm} \varepsilon_{lm}^{*} \varepsilon_{ik}^{*}$, așa cum rezultă din ipoteza b), este pozitiv definită rezultă posibilitatea de a transforma inegalitatea (3.13) în forma :

$$\iiint_{\Omega} C_{iklm}(t) \, \varepsilon_{lm}^{*}(x, t) \, \varepsilon_{ik}^{*}(x, t) \, dv \leqslant \left| \int_0^t \iiint_{\Omega} R_{islm}(t, \tau) \, [f_{ikcm}(\varepsilon'_{lm}(x, \tau)) - \right.$$

$$\left. - f_{iklm}(\varepsilon''_{ik}(x, \tau))] \, \varepsilon_{ik}^{*}(x, t) \, dv \, d\tau \right|$$

Folosind condiția (3.1) obținem :

$$\iiint_{\Omega} C_{iklm}(t)\,\varepsilon^*_{lm}(x,\,t)\varepsilon^*_{ik}(x,\,t)\,dv \leqslant \int_0^t \iiint_{\Omega} |R_{islm}(t,\,\tau)|\alpha_{iklm}\cdot$$

$$\cdot\,|\varepsilon^*_{lm}(x,\,t)|\cdot|\varepsilon^*_{ik}(x,\,t)|\;dv\;d\tau. \tag{3.14}$$

Deoarece tensorul deformației este simetric, deci poate fi reprezentat ca un vector în spațiul cu șase dimensiuni și deoarece o formă pătratică poate fi reprezentată ca o sumă de forme pătratice, independente într-o infinitate de moduri putem scrie (3.14) în forma,

$$\sum_{n=1}^{6}\left(\iiint_{\Omega}\varphi^0_n(t)\,(\varepsilon^*_n(x,\,t)^2\,dv \leqslant \sum_{n=1}^{6}\left(\int_0^t\iiint_{\Omega}|\varphi^{(1)}_n(t,\tau)||\varepsilon^*_n(x,\,t)||\,\varepsilon^*_n(x,\,t\tau)|dv\;d\tau\right)\right.$$

(3.15)

Avînd în vedere ipotezele a), b), c) conform teoremei 1 (a se vedea și [5]) din (3.15) rezultă $\varepsilon^*_{ik}(x,\,t) = 0$ $(i,\,k = 1,\,2,\,3)$ $(n = 1,\ldots,6)$ Atunci din (3.3) urmează că $\sigma^*_{ik}(x,\,t) = 0$ și că $u'(x,\,t)$ și $u''(x,\,t)$ sînt egale între ele abstracție făcînd de deplasarea corpului ca un solid rigid. Așa dar soluția problemei la limită (2.1) — (2.7) este unică. Teorema este demonstrată.

Catedra de matematică I
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1 *Necas J*, Les méthodes directes on théorie des equations elliptiques Ed. de l'Acad. Tehecosl. des Sciences, Prague (1967).

2 *Edelstein, W.S., Gurtin M.E.* Arch. Rat. Mech. Anal., 3, 424, (1960).

3 *Gurtin M.E., Sternberg E*, Arch. Rat. Mech. Anal., 11, 4, 291, (1962)

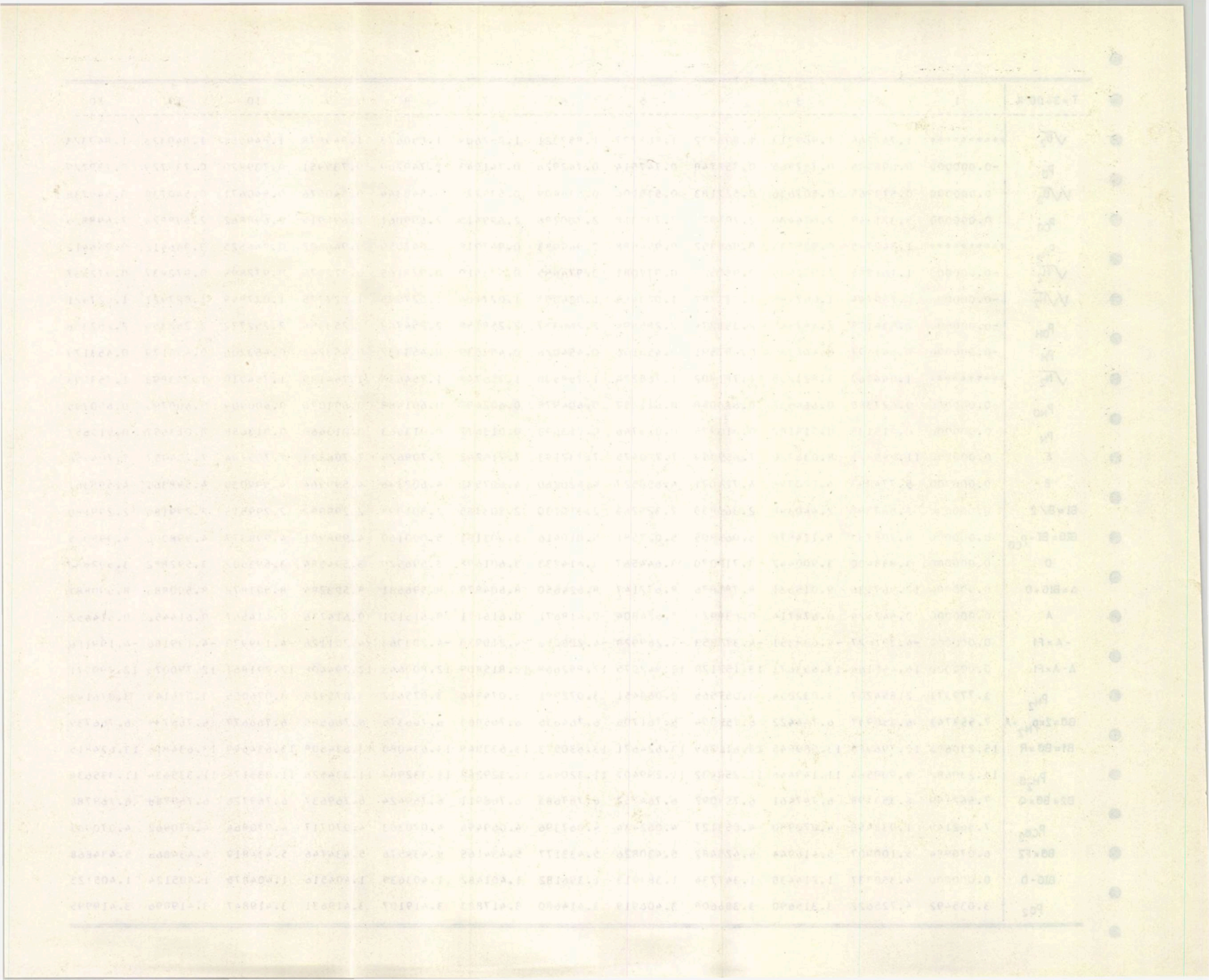
4 *Solomon L.* Elasticitate liniară Ed. Acad. R.S.R., pag. 157—159, (1969).

5 *Volterra V.* Rendiconti delle Sedute della Reale Accademia dei Limei Classe di Science fisiche, matematiche e naturali, 18, 1 167 (1909).

Variant for the Uniquoness of the Solution of the Problem at a Mixed Limit from the Theory of Dynamic Nonlinear Viscoelasticity.

The paper attaupts at stating and demonstrating a theorem regarding the uniqueness of the solution of the problem at a mixed limit from the theory of dynamic, nonlinear visco-elasticity using some resltatt from the theory of integral equation.

T = 3400°K	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	19	20
$\sqrt{O_2}$	**********	1.742266	1.969913	1.896872	1.868787	1.857321	1.852609	1.850673	1.849878	1.849551	1.849323	1.849323
P_O	-0.000000	0.696906	0.787965	0.758748	0.747514	0.742928	0.741043	0.740269	0.739951	0.739820	0.739729	0.739729
$1/\sqrt{O_2}$	0.000000	0.573965	0.507636	0.527183	0.535106	0.538409	0.539779	0.540344	0.540576	0.540671	0.540738	0.540738
P_{CO}	0.000000	5.321340	2.674480	2.704370	2.702318	2.700286	2.699415	2.699061	2.698919	2.698862	2.698825	2.698825
P_{H_2}	**********	1.349745	0.985235	0.965352	0.954688	0.949953	0.947918	0.947050	0.946682	0.946525	0.946412	0.946412
$\sqrt{H_2}$	-0.000000	1.161765	0.992590	0.982523	0.977081	0.974655	0.973610	0.973165	0.972975	0.972895	0.972837	0.972837
$1/\sqrt{H_2}$	-0.000000	0.860744	1.007465	1.017787	1.023456	1.026003	1.027104	1.027575	1.027775	1.027859	1.027921	1.027921
P_{OH}	-0.000000	2.534108	2.447945	2.333274	2.285994	2.266327	2.258155	2.254763	2.253356	2.252772	2.252358	2.252358
P_H	-0.000000	0.541197	0.462380	0.457691	0.455156	0.454026	0.453539	0.453332	0.453243	0.453206	0.453179	0.453179
$\sqrt{N_2}$	**********	1.944060	1.821295	1.781902	1.765274	1.758500	1.755748	1.754636	1.754189	1.754010	1.753893	1.753893
P_{NO}	-0.000000	0.627385	0.664532	0.626048	0.611057	0.604978	0.602499	0.601488	0.601076	0.600909	0.600795	0.600795
P_N	0.000000	0.015138	0.014182	0.013875	0.013746	0.013693	0.013672	0.013663	0.013660	0.013658	0.013657	0.013657
E	0.000000	11.085821	8.036720	7.859959	7.770475	7.732193	7.716242	7.709628	7.706888	7.705754	7.704957	7.704956
B	0.000000	5.774797	4.880796	4.721671	4.650527	4.620260	4.607531	4.602196	4.599964	4.599030	4.598361	4.598361
BI = B/2	0.000000	2.887398	2.440398	2.360835	2.325263	2.310130	2.303765	2.301098	2.299982	2.299515	2.299180	2.299180
BIG = BI + P_{CO}	0.000000	8.208738	5.114878	5.065805	5.027581	5.010416	5.003181	5.000160	4.998901	4.998377	4.998006	4.998005
D	0.000000	3.858400	3.900442	3.718070	3.644567	3.614233	3.601698	3.596520	3.594384	3.593502	3.592882	3.592882
A = BIG + D	0.000000	12.067136	9.015321	8.783876	8.672147	8.624650	8.604879	8.596681	8.593284	8.591878	8.590886	8.590887
A	0.000000	0.642524	0.678714	0.639923	0.624804	0.618671	0.616171	0.615151	0.614736	0.614567	0.614452	0.614452
-A × F1	0.000000	-4.391027	-4.638351	-4.373253	-4.269928	-4.228018	-4.210930	-4.203963	-4.201126	-4.199973	-4.199186	-4.199186
A - A × F1	0.000000	16.458164	13.653671	13.157129	12.942075	12.852668	12.815809	12.800643	12.794408	12.791851	12.790073	12.790071
P_{N_2}	3.779371	2.854207	3.032854	3.057565	3.068451	3.072981	3.074846	3.075612	3.075925	3.076055	3.076143	3.076143
BO = 2 × P_{N_2} + A	7.558743	6.350937	6.744422	6.755054	6.761706	6.764635	6.765863	6.766375	6.766588	6.766677	6.766739	6.766739
B1 = BO × R	15.230682	12.796983	13.589645	13.611269	13.624671	13.630573	13.633049	13.634080	13.634508	13.634689	13.634815	13.634815
P_{H_2O}	15.230682	9.909584	11.149446	11.250432	11.299407	11.320442	11.329282	11.332983	11.334526	11.335174	11.335634	11.335634
B2 = BO × Q	7.562149	6.353798	6.747461	6.758097	6.764752	6.767683	6.768911	6.769424	6.769637	6.769726	6.769788	6.769788
P_{CO_2}	7.562149	1.032458	4.072980	4.053127	4.062434	4.067396	4.069496	4.070363	4.070717	4.070864	4.070962	4.070963
BO × F2	6.070984	5.100907	5.416944	5.425482	5.430826	5.433177	5.434165	5.434576	5.434746	5.434819	5.434868	5.434868
BIG - D	0.000000	4.350337	1.214435	1.347734	1.383013	1.396182	1.401482	1.403639	1.404516	1.404875	1.405124	1.405123
P_{O_2}	3.035492	4.725622	3.315690	3.386608	3.406919	3.414680	3.417823	3.419107	3.419631	3.419847	3.419996	3.419995



BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SECȚIA MECANICĂ
Tomul XXXIX — 1977. Numărul 1

C.Z.: 517.925:518.6

METODĂ DE APROXIMARE PRIN SECȚIUNI PENTRU SISTEME NELINIARE

CONSTANTIN M. BUCUR

Se consideră un sistem neliniar cu restricții arbitrare pentru variabilele de comandă și avînd un criteriu scalar de calitate.

Apoi este prezentată o metodă care constă în secționarea mulțimii parametrilor și determinarea unei aproximări a soluției sub formă de tabel printr-o metodă numerică (tip Runge-Kutta).

Fie (Σ) un sistem descris prin

$$\dot{x} = f(t, x, u),\ x \in R^n,\ u \in U \subset R^m,\ t \in [0, T],\ x(0) = x^\circ$$

și avînd funcționala de calitate

$$J(u) = \varphi(x(T)) + \int_0^T G(t, x, u)dt.$$

Se studiază comportarea sistemului (Σ) pentru două tipuri de restricții impuse mulțimii de comandă U, dîndu-se în aceste cazuri algoritmul de determinare a soluției pentru modelul numeric (Σ') care-l aproximează pe (Σ).

Se notează $U = \bigcup_{t \in [0,T]} \Omega(t)$ — mulțimea comenzilor sistemului (Σ), $\Omega(t)$ fiind mulțimea vectorilor de comandă pentru momentul t. Vom numi mulțimea $\Omega(t_k)$ — secțiune prin mulțimea de comandă U, corespunzătoare lui $t = t_k$.

A. Fie $\Omega(0) = \{u(0) | u_j(0) \in [\alpha_j, \beta_j],\ j \in \overline{1, m}\}$ — secțiunea inițială prin mulțimea de comandă a sistemului (Σ).

Presupunem că variația după t a comenzii $u(t) \in \Omega(t)$ și dependența stării sistemului (Σ) de această comandă este descrisă prin ecuațiile $\dot{u} = g(t, x, u)$ cu condițiile inițiale $u(0) \in \Omega(0)$. Cu aceste ipoteze modelul matematic corespunzător lui (Σ) devine: să se integreze sistemul

$$\dot{x} = f(t, x, u),$$

$$\dot{u} = g(t, x, u), \text{ pentru } t \in [0, T],$$

cu condițiile inițiale $x(0) = x^\circ$, $u(0) \in \Omega(0)$.

Manuscris predat redacției la data de 28 noiembrie 1974.

Pe mulțimea soluțiilor acestui sistem se studiază funcționala $J(u)$ (Dacă f, g au componentele lipschitziene, atunci sînt satisfăcute condițiile teoremei de existență și unicitate a soluției).

Vom determina un algoritm avînd la bază o metodă de tip Runge-Kutta. în prealabil se discretizează mulțimea comenzilor inițiale, înlocuind $\Omega(0)$ prin mulțimea finită $\Delta = \bigtimes_{j=1}^{m} \Delta_j$; $\Delta_j = \{\alpha_{j1}, \alpha_{j2}, \ldots, \alpha_{j\tau_j}\}$ este o diviziune arbitrară a intervalului $[\alpha_j, \beta_j]$.

Mulțimea Δ are $\prod_{j=1}^{m} \tau_j$ elemente; un element $u(0) \in \Delta$ este de forma $u(0) = (\alpha_{1s_1}, \alpha_{2s_2}, \ldots, \alpha_{ms_m})$, $1 \leqslant s_j \leqslant \tau_j$, $j \in \overline{1, m}$.

Pentru un vector $u^\nu(0) \in \Delta$ și o diviziune uniformă cu pasul h, $d_{[0,T]} = \{0, t_1, \ldots, t_{p-1}, T\}$ aproximarea soluției este dată de formulele:

$$x_i^{k+1} = x_i^k + \frac{h}{2}\left(f_i(t_k, x^k, u^k) + f_i(t_k + h, x^k + \sigma_1(h), u^k + \sigma_1^*(h))\right),$$

$$u_j^{k+1} = u_j^k + \frac{h}{2}\left(g_j(t_k, x^k, u^k) + g_j(t_k + h, x^k + \sigma_1(h), u^k + \sigma_1^*(h))\right),$$

unde σ_1, σ_1^* sînt vectorii $\sigma_1(h) = hf(t_k, x^k, u^k)$, $\sigma_1^*(h) = h \cdot g(t_k, x^k, u^k)$, $x^k = x(t_k)$, $u^k = u(t_k)$, $i \in \overline{1, n}$, $j \in \overline{1, m}$, $k \in \overline{0, p}$.

În final, pentru fiecare vector $u^\nu(0) \in \Delta$ se obține o soluție a sistemului, sub formă de tabel

$$0, \quad t_1, \ldots, \quad t_{p-1}, T$$

$$u^\nu(0), u^\nu(t_1), \ldots, u^\nu(t_{p-1}), u^\nu(T)$$

$$x^\nu(0), x^\nu(t_1), \ldots, x^\nu(t_{p-1}), x^\nu(T)$$

Matricea $w^\nu = (u^\nu(0), u^\nu(t_1), \ldots, u^\nu(T))$ este aproximarea pe $d_{[0,T]}$ a comenzii $u(t)$ care satisface $u(t)|_{t=0} = u^\nu(0)$; deci $u^\nu(t_k)$ aproximează comanda $u(t)$ (corespunzătoare lui $u^\nu(0)$) în secțiunea $\Omega(t_k)$, iar $x^\nu(t_k)$ este aproximarea stării. Evident, în general $u^\nu(t_k) \notin \Omega(t_k)$ pentru $k > 0$.

Notăm $W = \{w^\nu | w^\nu = (u^\nu(0), u^\nu(t_1), \ldots, u^\nu(T)), u^\nu(0) \in \Delta\}$,

unde $\nu = 1, 2, \ldots, \prod_{j=1}^{m} \tau_j$.

Pentru funcționala $J(u)$ vom considera pe $d_{[0,T]}$ aproximarea

$$I(u) = \varphi(x(T)) + h \sum_{k=0}^{p-1} G(t_k, x(t_k), u(t_k))$$

Datorită bijecției $\Delta \to W$ se poate considera că funcționala I este definită pe Δ și ia valorile

$$I(u^\nu(0)) = \varphi(x^\nu(T)) + h \sum_{k=0}^{p-1} G(t_k, x^\nu(t_k), u^\nu(t_k)).$$

Criteriul de optimalitate pentru (Σ), $\sup_{u(0) \in \Omega(0)} J(u(0))$, se înlocuiește pentru (Σ') prin $\max_{u^\nu(0) \in \Delta} I(u^\nu(0))$. S-a considerat supremum pe $\Omega(0)$, deoarece s-a presupus satisfăcută teorema de existență și unicitate.

B. Presupunem că pentru (Σ) se cunosc mulțimile de secțiune $\Omega(t_k)$ prin $U = \bigcup_{t \in [0,T]} \Omega(t)$, corespunzătoare diviziunii $d_{[0,T]} = \{0, t_1, \ldots, T\}$; $\Omega(t_k) =$
$= \{u(t_k) \mid u = (u_1, u_2, \ldots, u_m),\ u_j(t_k) \in [\alpha_j^k,\ \beta_j^k],\ j \in \overline{1,\ m},\ k \in \overline{0\ p}\}$.

În ipoteza că orice componentă a unei soluții $u(t)$ poate avea pe $[0,\ T]$ un număr finit de puncte de discontinuitate (cu salt finit), se cer satisfăcute și restricțiile de salt:
dacă $u_j(t_k)$ este componenta j a unei soluții $u(t)$ în secțiunea $\Omega(t_k)$, atunci se poate lua drept $u_j(t_{k+1})$ pentru aceeași soluție $u(t)$, în secțiunea $\Omega(t_{k+1})$, orice element $u^{k+1} \in \Omega(t_{k+1})$ care satisface condiția

$$|u_j(t_k) - u_j^{k+1}| < \varepsilon_{jk+1},\ u_j^{k+1} \in [\alpha_j^{k+1},\ \beta_j^{k+1}]$$

Evident, restricția este activă numai dacă

$$2\varepsilon_{j,k+1} < \beta_j^{k+1} - \alpha_j^{k+1}.$$

Mulțimea de secțiune $\Omega(t_k)$ se discretizează, considerînd diviziunile

$$d_{[\alpha_j^k, \beta_j^k]} = (\alpha_{j1}^k, \alpha_{j2}^k, \ldots, \alpha_{j\tau_j}^k),\ j \in \overline{1,\ m}.$$

Rezultă că o comandă în secțiunea $\Omega(t_k)$ este de forma

$$u(t_k) = (\alpha_{1s_1}^k,\ \alpha_{2s_2}^k, \ldots, \alpha_{ms_m}^k),\ 1 \leqslant s_j \leqslant \tau_j,\ j \in \overline{1,\ m}.$$

Pe intervalul $[0, T]$ o comandă $u^\nu(t)$, satisfăcînd restricțiile în secțiunile $\Omega(t_k)$, se aproximează printr-o matrice de forma $w^\nu = (u^\nu(0), u^\nu(t_1), \ldots, u^\nu(T))$; prin ipoteză, $u^\nu(t_k) \in \Omega(t_k)$.

Se studiază comportarea sistemului (Σ) pentru mulțimea comenzilor

$$W = \{w^\nu \mid w^\nu = (u^\nu(0), \ldots, u^\nu(T)),\ u^\nu(t_k) \in \Omega(t_k)\}.$$

În aceste condiții (Σ) se înlocuiește printr-un model (Σ'), avînd algoritmul de determinare a soluției

$$x_i^{k+1} = x_i^k + \frac{h}{2}\,(f_i(t_k,\ x^k,\ u^\nu(t_k)) + f_i(t_k + h,\ x^k + \sigma_1(h),\ u^\nu(t_k)),$$

unde $\sigma_1(h)$ este un vector de forma $\sigma_1(h) = h \cdot f(t_k,\ x^k,\ u^\nu(t_k))$, $k \in \overline{1,\ p}$.

Considerăm aproximarea pe $d_{[0,T]}$ a funcționalei de calitate

$$I(w^\nu) = \varphi(x^\nu(T)) + h \sum_{k=0}^{p-1} G(t_k,\ x^\nu(t_k),\ u^\nu(t_k))$$

și se folosește criteriul de optimalitate pentru (Σ') sub forma

$$\max_{w^\nu \in W} I(w^\nu).$$

Observații.

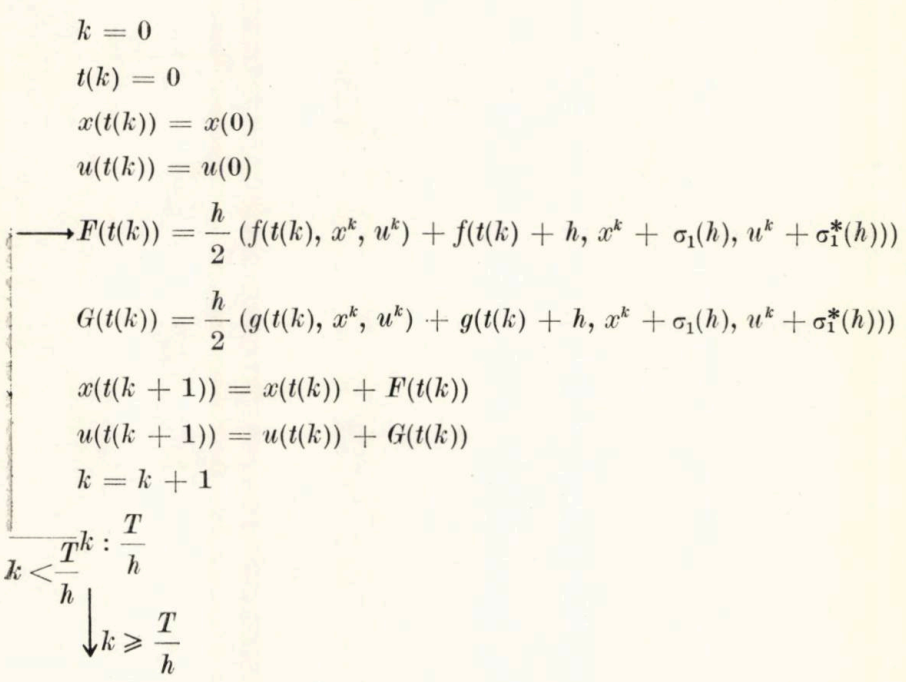
1. În literatură, printre altele, este tratat și cazul cînd mulțimea comenzilor $U = \bigcup_{t \in [0,T]} \Omega(t)$ este definită prin restricții de forma $\psi(t, x, u) = 0$, $\psi : R \times R^n \times R^m \to R^m$, funcția vectorială ψ satisfăcînd pe mulțimea sa de definiție condițiile:

ψ are derivate parțiale de ordinul întîi continue, determinantul funcțional nenul: $\dfrac{D(\psi)}{D(u)} \neq 0$.

Cu aceste ipoteze problema menționată se reduce la cazul (A.), determinîndu-se $(u_j)_{j \in \overline{1,\ m}}$ din sistemul

$$\frac{\partial \psi_s}{\partial t} + \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial \psi_s}{\partial x_i}\ f_i(t,\ x,\ u) + \sum_{j=1}^{m} \frac{\partial \psi_s}{\partial u_j}\ \dot{u}_j = 0.$$

2. Graful algoritmului de calcul (organigramă) pentru cazurile tratate are forma



unde $x^k = x(t(k))$, $u^k = u(t(k))$.

În calcule se va ține seamă de faptul că F,f,G,g,x,u pot fi mărimi vectoriale, modificîndu-se în mod corespunzător algoritmul.

Catedra de matematici II
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *L.A. Zadeh, E. Polak*, Teoria sistemelor, Editura tehnică
2. *C.M. Bucur*, Metode numerice, Editura Facla, 1973.

Un procédé d'approximation par sectionnement pour des systèmes nonlinéaire

On considére un système non-linéaire avec des restrictions arbitraires pour les variables de décision et ayant un critère scalaire de qualité.

Puis este présenté un procédé qui concerne en des sectionnements à travers l'ensamble des paramètres et la détermination d'un approximation de la solution sous une forme tabulaire à l'aide d'une méthode numérique (type Runge-Kutta).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SECȚIA MECANICĂ
Tomul XXXIX — 1977. Numărul 1

MECANICĂ

C.Z.: 531.1.3

UTILIZAREA TEORIEI DISTRIBUȚIILOR LA STUDIUL CIOCNIRILOR

D. VOICULESCU, E. DECIU, C. VLAD A. PETRESCU

În lucrare se studiază fenomenele de ciocnire cu ajutorul teoriei distribuțiilor. Rezultatele obținute sînt în bun acord cu teoria clasică.

1. Generalități

În fizica matematică se întîlnesc adesea mărimi „impulsive", care acționează numai un timp foarte scurt. Un astfel de „impuls" unitar s-ar putea pune sub forma unei funcții $p(t)$, care are proprietatea de a dispare în afara unui interval foarte scurt și care este astfel încît

$$\int_{-\infty}^{+\infty} p(t)dt = 1. \tag{1.1}$$

Pentru a se putea folosi aceste mărimi instantanee, care dispar în afara unei singure valori a lui t (de ex.: $t = 0$) și în alte cazuri — spre exemplu al masei sau sarcinilor concentrate — Dirac a introdus în matematică așa numita „funcție impulsivă" sau măsura lui Dirac, definită astfel:

$$x < 0 \text{ și } x > 0 \;\; \delta(x) = 0 ; \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x) \, . \, dx = 1. \tag{1.2}$$

O proprietate importantă a „măsurii lui Dirac" este „proprietatea de filtrare" dată de relația

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \;\; \delta(x) \;\; dx = \Phi(0) \tag{1.3}$$

pentru orice funcții continue $f(x)$ de creștere înceată, precum și proprietatea corespunzătoare obținută prin integrarea prin părți a relației (1.3):

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \;\; \delta^{(k)}(x)dx = (-1)^k f^{(k)}(0). \tag{1.4}$$

* Manuscris predat redacției la data de 20 mai 1976

Se poate arăta că nicio „funcțiune" în sensul de definiție matematică a acestei noțiuni nu posedă proprietatea de „filtrare". Totuși asemenea „funcții improprii" sînt folosite cu succes în fizica matematică.

Pentru fundarea unei teorii matematice care să cuprindă marea varietate a acestor funcții improprii întîlnite în cercetare, a fost necesară lărgirea concepției de „funcție matematică" la concepția mai nouă de „funcție generalizată"—o concepție abstractă care nu poate reproduce toate aspectele concepției clasice de „funcțiune"; astfel de exemplu nu este posibil să se atribuie o valoare definită într-un punct unei funcții generalizate. În acest sens măsura lui Dirac $\delta(x)$ este o funcție generalizată.

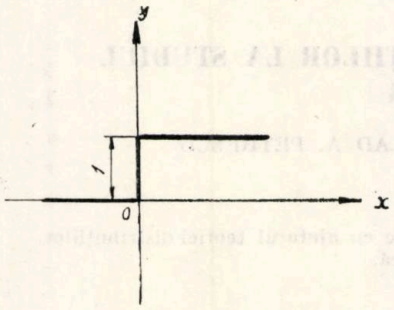


Fig. 1

Asemenea funcții nu se pot defini ca atare, ci prin efectul pe care îl au asupra funcțiilor continue (relațiile 1.3 și 1.4) Integralele Riemann și Lesbegue nu pot conduce la construirea acestor funcții generalizate; este însă posibil să se aproximeze ca o integrală Stieltjes

$$I = \int_{(D)} f(x)\ d\ \varphi(x) = \lim_{n\to\infty} \sum \Sigma f(x_i)\ \Delta\varphi(x_i) = \int_{(D_1)} f(x)\ \varphi'(x)\ dx + \\ + \sum_{k=1}^{n} f(x_k)\ \Delta\ x_k \tag{1.5}$$

unde domeniul (D_1) este același cu domeniul (D), mai puțin punctele de discontinuitate, iar $\Delta\varphi_k$ sînt salturile funcției $\varphi(x)$ în punctele de discontinuitate x_k. Integrala I se numește „integrala în sensul lui Stieltjes" a funcției $f(x)$ într-un interval (a, b) cu funcția determinată $\varphi(x)$.

Pentru nevoile electrotehnicii, Heaviside a introdus în secolul trecut o funcție specială $Y(x)$ cu variație mărginită și cu un singur salt egal cu unitatea în punctul $x = 0$ (fig. 1) definită astfel

$$\begin{aligned} x &< 0 \qquad Y(x) = 0 \\ x &\geqslant 0 \qquad Y(x) = 1. \end{aligned} \tag{1.6}$$

Între măsura lui Dirac $\delta(x)$ și funcția unitară $Y(x)$ există relația formală

$$\delta(x)\ dx = d\ [Y(x)], \tag{1.7}$$

care se deduce ușor dacă se consideră integrala în sensul lui Stieltjes cu funcția determinantă $\varphi(x) = Y(x)$:

$$\int \delta(x)\ dx = \int 1.dY(x) = \int 1.\ Y'(x)\ dx + 1.\Delta Y(x) = Y(x) \tag{1.8}$$

deoarece $Y'(x) = 0$ și deci $\int 1.Y'(x)\,dx = 0$, iar $\Delta Y(x) = 1$.

Rezultă atunci că

$$\delta(x) = Y'(x) \tag{1.9}$$

adică tocmai relația (1.8).

Derivata unei distribuții. În legătură cu operația de derivare a unei distribuții, plecînd de la proprietatea de filtrare (1.3), se arată proprietatea

$$\delta(f') = -\delta'(f) = -f'(0). \tag{1.10}$$

Procedînd asemănător se obțin relațiile

$$\left.\begin{aligned} &\delta''(f) = f''(0)\\ &\delta'''(f) = -f'''(0)\\ &\cdots\cdots\cdots\\ &\cdots\cdots\cdots\\ &\delta^{(k)}(f) = (-1)^k f^{(k)}(0) \end{aligned}\right\} \tag{1.11}$$

care exprimă derivatele de diferite ordine ale distribuției „δ".

Distribuția „δ" și derivatele succesive ale acestora sînt suficiente pentru calculul derivatelor în sens generalizat ale oricărei funcții.

Dacă se consideră o funcție $f(x)$ care pe porțiuni este derivabilă de un număr infinit de ori, dar care în punctele x_0 discontinuități pentru derivatele de diferite ordine, prima derivată a acestei funcții se obține folosind integrala Riemann pentru intervalele de continuitate ale funcției și integrala Stieltjes pentru punctele în care funcția este discontinuă, adică

$$[f'] = \{f\}' + \Sigma f_0 \delta_0 \tag{1.12}$$

unde s-a notat $\delta_0 = \delta(x - x_0)$; rezultă deci că distribuția generată de derivata funcției f, nederivabilă în anumite puncte, este egală cu distribuția generată de derivata părții ei regulate, la care se adaogă suma discontinuităților multiplicate cu δ_0.

Generalizînd pentru derivata de ordinul „n", se obține relația

$$[f^{(n)}] = \{f\}^{(n)} + \Sigma f_0^{(n-1)}\,\delta_0 + \Sigma f_0^{(n-2)}\,\delta_0' + \ldots + \Sigma f_0\,\delta_0^{(n-1)}. \tag{1.13}$$

Fie $\bar{r}(t)$ vectorul de poziție al unui punct de masă m. Traiectoria acestui punct material este dată de ecuația

$$\bar{r} = \bar{r}(t) \tag{1.14}$$

și nu se poate admite din punct de vedere fizic că prezintă puncte de discontinuitate.

Accelerația ($\bar{r}$) este o funcție continuă în intervalul $[t', t'']$ cu excepția unui număr finit de valori ale lui t, notare t_i ($i = 1,2,\ldots,n$), cărora le corespund discontinuități de prima speță

$$\left[\frac{d^2\bar{r}}{dt^2}\right] = \left\{\frac{d^2\bar{r}}{dt^2}\right\} + \sum_{i=1}^{n} \frac{d\bar{r}}{dt}\,\delta(t - t_i) \tag{1.15}$$

unde: $\left[\frac{d^2\bar{r}}{dt^2}\right]$ este derivata în sensul teoriei distribuțiilor

$\left\{\frac{d^2\bar{r}}{dt^2}\right\}$ este derivata în sens obișnuit

$\delta(t - t_i)$ este distribuția lui Dirac.

Se introduc notațiile

$$[\bar{a}(t)] = \left[\frac{d^2\bar{r}}{dt^2}\right];\ \{\bar{a}(t)\} = \left\{\frac{d^2\bar{r}}{dt^2}\right\} \tag{1.16}$$

$\bar{a}_c(t) = \sum_{i=1}^{n} \frac{d\bar{r}}{dt}\,\delta(t - t_i)$ — accelerația complementară.

Relația (1.15) devine:

$$[\bar{a}(t)] = \{\bar{a}(t)\} + \bar{a}_c(t) \tag{1.17}$$

unde $[\bar{a}(t)]$ se numește accelerație generalizată.

Conform ecuației fundamentale a dinamicii $\bar{F} = m\bar{a}$, se introduce noțiunea de forță generalizată:

$$\bar{F}[(t)] = \{\bar{F}(t)\} + \bar{F}_c(t) \tag{1.18}$$

Se introduc mărimile:

$\int_{t'}^{t''} [\bar{F}(t)]dt$ — impulsul forței generalizate corespunzător intervalului de timp (t', t'')

$\int_{t'}^{t''} \{\bar{F}(t)\}\,dt$ — impulsul forței obișnuite

$\int_{t'}^{t''} \bar{F}_c(t)\,dt$ — impulsul forței complementare.

A fost adoptată denumirea aparent improprie de impuls al forței, deoarece $\int_{t'}^{t''} \bar{F}_c(t)\,dt$ este egală cu suma produselor dintre masă și saltu-rile vitezei, conform relației de mai jos :

$$\int_{t'}^{t''} [\bar{F}(t)]\,dt = \sum_{i=1}^{n} \int_{t'}^{t''} m\ [\bar{v}]_{t_i}\ \delta(t - t_i)\,dt = \sum_{i=1}^{n} m[\bar{v}]_i = \sum_{i=1}^{n} [\Delta H]_i. \quad (1.19)$$

Ținînd seama de relația (1.15) rezultă :

$$\int_{t'}^{t''} [\bar{F}(t)]dt = \int_{t'}^{t''} \{\bar{F}(t)\}dt + \sum_{i=1}^{n} [\Delta H]_i. \quad (1.20)$$

Pentru ca relația (1.20) să fie valabilă, ea trebuie să fie omogenă, adică toți termenii trebuie să fie exprimați în aceleași unități de măsură : unitățile pentru impuls. Acesta este încă un motiv în sprijinul adoptării denumirii de impuls al forței generalizate.

Conform relației (1.20) impulsul forței generalizate ce acționează asupra unui punct material un anumit interval de timp este egal cu impulsul forței obișnuite ce acționează asupra acestui punct în același interval de timp la care se adaugă suma salturilor impulsului punctului material corespunzătoare momentelor de discontinuitate.

Saltul impulsului la un moment de discontinuitate t_i este dat de :

$$[\Delta H]_i = m[\bar{v}]_i = m[\bar{v}(t_i + 0) - \bar{v}(t_i - 0)] = m\bar{v}\ \ \delta(t - t_i). \quad (1.21)$$

Momentul cinetic al unui punct material este :

$$\bar{K}_0(t) = \bar{r}(t) \times \bar{H}(t) = \bar{r}(t) \times (m\ \bar{v}\ \ (t)). \quad (1.22)$$

Saltul momentului cinetic la un moment de discontinuitate t_i este :

$$[\Delta K]_i = m\bar{r}(t_i) \times \bar{v}(t_i + 0) - m\bar{r}(t_i) \times v(t_i - 0) = m\bar{r}(t_i) \times [\bar{v}]_i =$$

$$= \bar{r}(t_i) \times [\Delta \bar{H}]_i = \bar{r}(t_i) \times m\bar{v}\ \ \delta(t - t_i). \quad (1.23)$$

Se introduc mărimile :

$$\int_{t'}^{t''} \bar{M}_0([\bar{H}(t)])dt\,;\ \int_{s'}^{t''} \bar{M}_0(\{\bar{F}(t)\})dt\,;\ \int_{t'}^{t''} \bar{M}_0(\bar{F}_c(t))dt \quad (1.24)$$

care exprimă momentele forțelor care se dezvoltă pe intervalul $[t', t'']$.

Plecînd de la relația (1.15) se poate scrie egalitatea :

$$\int_{t'}^{t''} \bar{M}_0([\bar{F}(t)])dt = \int_{t'}^{t''} \bar{M}_0(\{F(t)\})dt + \int_{t'}^{t''} \bar{M}_0(\bar{F}_c(t))dt \quad (1.25)$$

2. Teoremele generale în cazul mișcărilor impulsive

Plecînd de la noțiunea de forță generalizată și de impuls al forței generalizate, se introduce noțiunea de percuție :

$$\bar{P} = \lim_{(t''-t')\to 0} \int_{t'}^{t''} [\bar{F}(t)]dt \tag{2.1}$$

unde limita este considerată în sensul teoriei distribuțiilor. Se admite că intervalul $[t', t'']$ cuprinde un singur moment de discontinuitate t_0, iar acest interval este arbitrar de mic :

$$|t'' - t'| < \varepsilon \text{ unde } \varepsilon > 0 \text{ și arbitrar ales.}$$

În acest caz nu se iau în considerație forțele obișnuite, ci forțele generalizate, mai precis apare distribuția $\delta(t-t_0)$. În acest fel fenomenul de ciocnire nu se mai introduce în mecanică ca un fenomen special, ci ca un fenomen obișnuit. Impulsul forței obișnuite și integrala momentului forței obișnuite, sînt mărimi ce pot fi neglijate în raport cu impulsul forței complementare, respectiv, în raport cu integrala momentului forței complementare, adică

$$\lim_{(t''-t')\to 0} \int_{t'}^{t''} \{\bar{F}(t)\}\ dt = 0\,;\ \lim_{(t''-t')\to 0} \int_{t'}^{t''} \bar{M}_0(\{\bar{F}(t)\})dt = 0. \tag{2.2}$$

Datorită discontinuității rezultă :

$$\lim_{(t''-t')\to 0} \int_{t'}^{t''} [\bar{F}(t)]dt = m[\bar{v}]_0 = m\bar{v}\,\delta(t - t_0) \tag{2.3}$$

$$\lim_{(t''-t')\to 0} \int_{t'}^{t''} \bar{M}_0([F(t)])dt = \bar{r}_0 \times m\ [\bar{v}]_0 = \bar{r}_0 \times m\bar{v}\,\delta(t - t_0) \tag{2.4}$$

unde $\bar{r}_0$ ste raza vectoare corespunzătoare momentului de discontinuitate, iar $[\bar{v}]_0 = \bar{v}\ \delta\ (t - t_0)$ este saltul vitezei corespunzător aceluiași moment.

Teorema impulsului capătă forma :

$$[\Delta\bar{H}]_0 = m\bar{v}\ \ \delta(t - t_0) = \bar{P} \tag{2.5}$$

adică saltul impulsului unui punct material la un moment de discontinuitate este egal cu percuția ce acționează asupra unui punct în acel moment.

Teorema momentului cinetic devine :

$$[\Delta\bar{K}]_0 = \bar{r}_0 \times [\Delta\bar{H}]_0 = \bar{r}_0 \times m\bar{v}\,\delta(t - t_0) = \bar{r}_0 \times \bar{P} \tag{2.6}$$

adică saltul momentului cinetic al unui punct material la un moment de discontinuitate este egal cu momentul percuției ce acționează asupra acestui punct, la acel moment.

3. Teorema energiei cinetice în cazul ciocnirilor

Se consideră $\bar{v}\ (t_0 - 0)$ viteza punctului material înainte de ciocnire și $\bar{v}\ (t_0 + 0)$ viteza aceluiași punct material după ciocnire. Se poate scrie teorema impulsului sub forma:

$$m[\bar{v}_0] = m\bar{v}\delta(t - t_0) = m[\bar{v}(t_0 + 0) - v(t_0 - 0)] = \bar{P}. \tag{3.1}$$

Înmulțind scalar această relație cu $\bar{v}(t_0 + 0)$ se obține:

$$m\bar{v}^2(t_0 + 0) - m\bar{v}(t_0 - 0)\cdot\bar{v}(t_0 + 0) = \bar{P}\cdot\bar{v}(t_0 + 0). \tag{3.2}$$

Dacă:

$E(t_0 - 0) = \frac{1}{2} m\bar{v}^2(t_0 - 0)$ — energia cinetică înainte de ciocnire

$E(t_0 + 0) = \frac{1}{2} m\bar{v}^2(t_0 + 0)$ — energia cinetică după ciocnire

$$E_p = \frac{1}{2} m[\bar{v}(t_0 + 0) - \bar{v}(t_0 - 0)]^2 = \frac{1}{2} m[\bar{v}]_0^2$$

este energia cinetică a vitezei pierdute, relația (3.2) devine:

$$E(t_0 + 0) - E(t_0 - 0) + E_p = \bar{P}\cdot\bar{v}(t_0 + 0). \tag{3.3}$$

Variația energiei cinetice va fi dată de:

$$(\Delta E)_0 = E(t_0 + 0) - E(t_0 - 0) \tag{3.4}$$

Deci relația (3.3) se poate scrie sub forma

$$(\Delta E)_0 + E_p = \bar{P}\cdot\bar{v}(t_0 + 0) \tag{3.5}$$

adică suma dintre variația energiei cinetice a unui punct material la un moment de discontinuitate și energia cinetică a vitezei pierdute, la același moment este egală cu produsul scalar dintre percuția ce acționează asupra punctului și viteza lui după acest moment de discontinuitate.

Dacă $\bar{P}\cdot\bar{v}(t_0 + 0) = 0$ (viteza punctului se anulează după ciocnire) obținem relația:

$$(\Delta E)_0 + E_p = 0. \tag{3.6}$$

Aceasta constituie teorema lui Carnot.

Plecînd de la relaţia (3.1) şi înmulţind scalar cu $\bar{v}(t_0 - 0)$ se obţine :

$$m\bar{v}(t_0 - 0)\cdot\bar{v}(t_0 + 0) - m\bar{v}^2(t_0 - 0) = \bar{P}\cdot\bar{v}(t_0 - 0) \tag{3.7}$$

sau :

$$E(t_0 + 0) - E(t_0 - 0) - E_p = \bar{P}\cdot\bar{v}(t_0 - 0) \tag{3.8}$$

de unde :

$$(\Delta E)_0 - E_p = \bar{P}\cdot\bar{v}(t_0 - 0). \tag{3.9}$$

Adunînd membru cu membru relaţiile (3.6) şi (3.9) se obţine teorema lui Kelvin :

$$(\Delta E)_0 = \frac{1}{2}\bar{P}[\bar{v}(t_0 - 0) + \bar{v}(t_0 + 0)] \tag{3.10}$$

adică variaţia energiei cinetice a unui punct material la un moment de discontinuitate este egală cu produsul scalar dintre percuţia ce acţionează asupra acestui punct şi semisuma vitezelor punctului înainte şi după fenomenul de discontinuitate.

4. Ciocnirea centrică a două sfere. Studiul mişcării.Coeficientul de restituire

Se consideră două sfere de mase m_1 şi m_2 (fig. 2) care se mişcă după linia centrelor cu vitezele $v_1\ (t_0 - 0)$ şi $v_2\ (t_0 - 0)$ unde $v_1\ (t_0 - 0) > v_2(t_0 - 0)$.

Se vor calcula vitezele $v_1\ (t_0 + 0)$ şi $v_2\ (t_0 + 0)$ ale celor două sfere după ciocnire. Se consideră un moment de discontinuitate t_0. Aplicînd teorema impulsului după linia centrelor şi ţinînd cont că nu intervin decît percuţiile de legătură, se poate scrie :

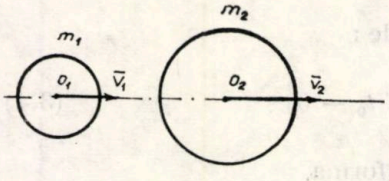


Fig. 2

— pentru prima sferă :

$$m_1[v_1]_0 = m_1[v_1(t_0 + 0) - v_1(t_0 - 0)] = P \tag{4.1}$$

— pentru a 2-a sferă :

$$m_1[v_2]_0 = m_2[v_2(t_0 + 0) - v_2(t_0 - 0)] = -P. \tag{4.2}$$

Însumînd cele două relaţii, se obţine :

$$m_1[v_1]_0 + m_2[v_2]_0 = 0 \tag{4.3}$$

$$m_1[v_1(t_0 - 0) - v_1(t_0 - 0) + m_2\ [v_2(t_0 + 0) - v_2(t_0 - 0)] = 0 \tag{4.4}$$

$$m_1v_1(t_0 - 0) + m_2v_2(t_0 - 0) = m_1v_1(t_0 + 0) + m_2v_2(t_0 + 0). \tag{4.5}$$

Relația (4.5) este una dintre ecuațiile sistemului prin rezolvarea căruia se vor obține vitezele de după ciocnire. Pentru a obține a doua relație se ține seama de deformabilitatea corpurilor. Pe baza acestei ipoteze, în timpul ciocnirii se deosebesc două faze : faza de comprimare și faza de destindere (fig. 3)

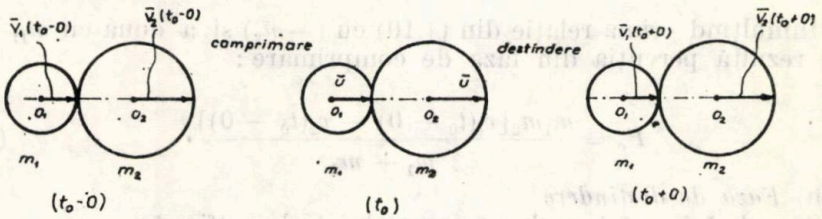


Fig. 3

a) *Faza de comprimare*

Faza de comprimare este caracterizată prin aceea că sferele se comprimă și ajung la sfîrșitul fazei la aceeași viteză și la deformația maximă. În această fază asupra fiecărei sfere acționează percuția de legătură P_c — percuția din faza de comprimare, care poate fi considerată constantă în intervalul de timp respectiv, deoarece acesta este foarte scurt. (fig. 4).

Se aplică teorema lui Kelvin. Pentru sfera de masă m_1 variația energiei cinetice la momentul t_0 este :

$$(\Delta E_{C_1})_0 = \frac{1}{2} P_c[v_1(t_0 - 0) + u]. \tag{4.6}$$

Analog pentru sfera de masă m_2

$$(\Delta E_{C_2})_0 = -\frac{1}{2} P_c[v_2(t_0 - 0) + u]. \tag{4.7}$$

Dar :

$$(\Delta E_{C_1})_0 = \frac{1}{2} m_1[u^2 - v_2^2(t_0 - 0)] \tag{4.8}$$

și

$$(\Delta E_{C_2})_0 = \frac{1}{2} m_2[u^2 - v_2^2(t_0 - 0)]. \tag{4.9}$$

Introducînd relațiile (4.8) și (4.9) în relațiile (4.6) și (4.7) și făcînd simplificări, rezultă :

$$\left.\begin{aligned} m_1[u - v_1(t_0 - 0)] &= P_c \\ m_2[u - v_2(t_0 - 0)] &= -P_c. \end{aligned}\right\} \tag{4.10}$$

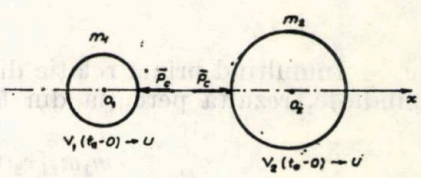


Fig. 4

Însumînd membru cu membru, relaţiile (4.10) se deduce :

$$u = \frac{m_1 v_1(t_0 - 0) + m_2 v_2(t_0 - 0)}{m_1 + m_2}. \tag{4.11}$$

Înmulţind prima relaţie din (4.10) cu $(-m_2)$ şi a doua cu m_1, însumînd, rezultă percuţia din faza de comprimare :

$$P_c = \frac{m_1 m_2 [v_1(t_0 - 0) - v_2(t_0 - 0)]}{m_1 + m_2}. \tag{4.12}$$

b) *Faza de destindere*

Se aplică în mod analog teorema lui Kelvin (fig. 5).

Pentru cele două sfere variaţiile energiilor cinetice la momentul t_0 sînt :

$$\left.\begin{aligned}(\Delta E_{d_1})_0 &= \frac{1}{2} P_d [u - v_1(t_0 + 0)] \\ (\Delta E_{d_2})_0 &= -\frac{1}{2} P_d [u - v_2(t_0 + 0)]\end{aligned}\right\} \tag{4.13}$$

$$\left.\begin{aligned}(\Delta E_{d_1})_0 &= \frac{1}{2} m_1 [v_1^2(t_0 + 0) - u^2] \\ (\Delta E_{d_2})_0 &= \frac{1}{2} m_2 [v_2^2(t_0 + 0) - u^2].\end{aligned}\right\} \tag{4.14}$$

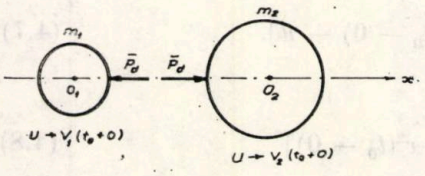


Fig. 5

Introducînd relaţiile (4.14) în relaţiile (4.13) şi făcînd simplificări rezultă :

$$\left.\begin{aligned}m_1 [v_1(t_0 + 0) - u] &= P_d \\ m_2 [v_2(t_0 + 0) - u] &= -P_d.\end{aligned}\right\} \tag{4.15}$$

Însumînd membru cu membru relaţiile (4.15) se deduce :

$$u = \frac{m_1 m_2 [v_2(t_0 + 0) - v_1(t_0 + 0)]}{m_1 + m_2}. \tag{4.16}$$

Înmulţind prima relaţie din (4.15) cu $(-m_2)$ şi a 2-a cu m_1 şi adunîndu-le, rezultă percuţia din faza de destindere :

$$P_d = \frac{m_1 m_2 [v_2(t_0 + 0) - v_1(t_0 + 0)]}{m_1 + m_2}. \tag{4.17}$$

Prin coeficient de restituire se definește raportul dintre percuțiile P_d și P_c :

$$k = \frac{P_d}{P_c} = \frac{v_2(t_0 + 0) - v_1(t_0 + 0)}{v_1(t_0 - 0) - v_2(t_0 - 0)}. \tag{4.18}$$

Folosind relațiile (4.5) și (4.18) se determină vitezele după ciocnire.

5. Ciocnirea dreaptă a unei sfere cu un perete

Ciocnirea dreaptă a unei sfere cu un perete este un caz limită al ciocnirii a două sfere. A doua sferă e caracterizată prin $m_2 \to \infty$ și $\rho_2 \to \infty$. În acest caz

$$v_2(t_0 - 0) = v_2\ (t_0 + 0) = 0 \tag{5.1}$$

Relația (4.18) devine :

$$k = -\frac{v_1(t_0 + 0)}{v_1(t_0 - 0)}. \tag{5.2}$$

6. Ciocnirea unei sfere cu un corp cu axă fixă

Se consideră un corp ce se rotește cu viteza unghiulară ω în jurul axei Oz. Momentul de inerție în raport cu axa de rotație este J_0. Corpul este ciocnit de o sferă, cu masă m care are viteza v dirijată după normala comună în punctul de contact (fig. 6).

Viteza punctului de contact ce aparține corpului este $r\omega$ și este înclinată cu unghiul φ față de normala comună. Neglijînd frecările, ținînd seama de rezultatele de la ciocnirea oblică fără frecare, se ia în considerare numai componenta normală a vitezei punctului de contact :

$$r\omega \cos\varphi = \omega l. \tag{6.1}$$

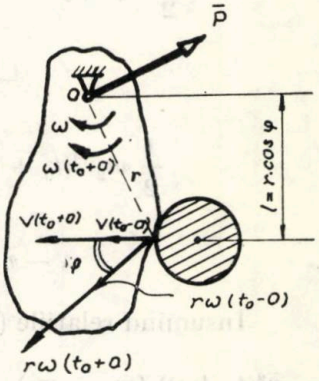


Fig. 6

Se consideră un moment de discontinuitate t_0. În acest caz viteza sferei înainte de ciocnire este : $v(t_0 - 0)$, iar după ciocnire este $v(t_0 + 0)$. Vitezele punctului de contact înainte și după ciocnire sînt : $r\omega(t_0 - 0)$, respectiv $r\omega(t_0 + 0)$.

În timpul ciocnirii în punctul comun de contact apar două percuții egale și de sens opus, acționînd una asupra corpului, iar cealaltă asupra sferei. Mai apar de asemenea percuții de legătură în axa Oz.

Pentru sferă :

$$[\Delta \bar{K}_s]_0 = m\bar{r}(t_0) \times \bar{v}(t_0 + 0) - m\bar{r}(t_0) \times \bar{v}(t_0 - 0) = -\bar{r}(t_0) \times \bar{P}. \tag{6.2}$$

Pentru corp :

$$[\Delta \bar{K}_c]_0 = J_0\bar{\omega}(t_0 + 0) - J_0\bar{\omega}(t_0 - 0) = \bar{r}(t_0) \times \bar{P} \tag{6.3}$$

Însumînd membru cu membru cele două relaţii proiectate, se obţine

$$ml(t_0)\, v(t_0 + 0) + J_0\omega(t_0 + 0) = ml(t_0)\, v(t_0 - 0) + J_0\omega(t_0 - 0). \tag{6.4}$$

Conform relaţiei (4.18)

$$k = \frac{\omega(t_0 + 0)\, l(t_0) - v(t_0 + 0)}{v(t_0 - 0) - \omega(t_0 - 0)\, l(t_0)}. \tag{6.5}$$

Folosind relaţiile (6.4) şi (6.5) se determină vitezele după ciocnire.

7. Ciocnirea plastică a două sfere

În cazul ciocnirii plastice coeficientul de restituire este nul :

$$k = \frac{v_2(t_0 + 0) - v_1(t_0 + 0)}{v_1(t_0 - 0) - v_0(t_0 - 0)} = 0. \tag{7.1}$$

Deci :

$$v_1(t_0 + 0) = v_2(t_0 + 0) = v(t_0 + 0). \tag{7.2}$$

Aplicînd teorema energiei cinetice pentru fiecare sferă, se obţine :

$$\frac{1}{2} m_1\bar{v}^2(t_0 + 0) - \frac{1}{2} m_1\bar{v}_1^2(t_0 - 0) + \frac{1}{2} m_1[\bar{v}(t_0 + 0) - \bar{v}_1(t_0 - 0)]^2 = \bar{P} \cdot \bar{v}(t_0 + 0) \tag{7.3}$$

$$\frac{1}{2} m_2\bar{v}^2(t_0 + 0) - \frac{1}{2} m_2\bar{v}_2^2(t_0 - 0) + \frac{1}{2} [\bar{v}^2(t_0 + 0) - \bar{v}_2(t_0 - 0)]^2 = -\bar{P} \cdot \bar{v}(t_0 + 0). \tag{7.4}$$

Însumînd relaţiile (7.3) şi (7.4) membru cu membru rezultă :

$$\bar{v}^2(t_0 + 0)\,(m_1 + m_2) - \bar{v}(t_0 + 0)[m_1\bar{v}_1(t_0 - 0) - m_2\bar{v}(t_0 - 0)] = 0 \tag{7.5}$$

şi proiectînd pe axe se obţine :

$$v(t_0 + 0) = \frac{m_1 v_1(t_0 - 0) + m_2 v_2(t_0 - 0)}{m_1 + m_2}. \tag{7.6}$$

8. Concluzii

Există un mare număr de fenomene mecanice în care nu sînt respectate condiţiile de continuitate ale vectorilor :

$$\dot{\bar{r}} = \dot{\bar{r}}(t)\,;\ \ddot{\bar{r}} = \ddot{\bar{r}}(t).$$

Pornind de la această consideraţie, este judicios a se completa modelul matematic al mecanicii clasice cu metodele teoriei distribuţiilor.

Din parcurgerea lucrării se poate desprinde concluzia că rezultatele obţinute pe această cale, cu ajutorul teoriei distribuţiilor, sînt identice cu cele obţinute pe cale clasică.

Catedra de mecanică
Institutul politehnic„ Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *W. Kecs, P.P. Teodorescu* — Introducere în teoria distribuţiilor cu aplicaţii în tehnică, Ed. tehnică, Bucureşti, 1975.
2. *V. Vâlcovici, S. Bălan, R. Voinea* — Mecanica, Ed. tehnică, Bucureşti, ed. III., 1968.
3. *M. Rădoi, E. Deciu* — Dinamica, Ed. didactică şi pedagogică, Bucureşti, 1973.
4. *D. Voiculescu* — Quelques applications de la théorie des distributions dans la résistance des materiaux, Buletinul I.P.B., XXXI, 1, 1969.

L'utilisation de la thèorie des distributions à l'étude des phènomenes de choes.

Dans l'article on étudie les phènomenes de chocs à l'aide de la thèorie des distributions. Les rezultats obtenus sont en bon accord avec la thèorie clasique.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SECȚIA MECANICĂ
Tomul XXXIX — 1977. Numărul 1

AVIAȚIE

C.Z.: 533.7:629.13

PERFORMANȚE ALE MOTOARELOR RACHETA ÎN CONDIȚIILE DESTINDERII LA ECHILIBRU CHIMIC ALUNECĂTOR

C. GUȚĂ, D. RUGESCU

În lucrare se prezintă o metodă numerică de calcul a performanțelor motoarelor rachetă. Se presupune o destindere izentropică la echilibru chimic alunecător a gazelor în ajutaj și se determină parametrii termodinamici de stare ai curentului de gaze. Lucrarea prezentată de autori se referă la sistemul C — O — F — Cl — H — N și la combustibilii bogați în oxidant. Materialul este ilustrat cu tabele și diagrame cuprinzînd tratarea numerică pe un calculator de mare viteză.

O metodă de calcul al arderii în cazul excesului de carburant, $\alpha < 1$, în sistemul de elemente O — C — H — N [3], a fost transpusă în programul MRLG6 pentru calculator [4], permițînd obținerea parametrilor de stare la echilibru a produselor disociate din camera de ardere. Ajungerea la echilibru chimic după terminarea în prima parte a camerei a proceselor de ardere bifazică lichid — gaz constituie o situație reală chiar pentru motoarele rachetă care au lungimi caracteristice L^* mici, pînă la 20 cm [1].

Aprecierea performanțelor motorului rachetă implică în continuare studiul curgerii în ajutajul reactiv. Este deci foarte util să se obțină prin calcul analitic impulsul specific optim $I_{sp} = w_e$(m/s), a secțiunii specifice a ajutajului A_{esp} și de fapt a variației tuturor parametrilor în lungul ajutajului.

Metoda numerică expusă în [4] este bine adaptată calculelor pentru un raport de exces de oxidant cuprins între limitele $\alpha_L < \alpha < 1$, dar în afara acestui interval metoda nu mai este utilizabilă.

Prezintă deci interes realizarea unei noi metode de calcul pentru compoziții bogate în oxidant, $\alpha > 1$, în vederea extinderii imaginii privind performanțele motorului rachetă, atît în sistemul O — C — H — N cît și în prezența elementelor clor și flor (Cl — F).

Ecuațiile de lucru pentru sistemul Cl—F—O—C—H—N

Dezvoltînd forma de lucru a ecuațiilor de bilanț și legi ale acțiunii maselor [3] constînd în împărțirea reciprocă a primelor, se obține o nouă formă a sistemului de ecuații în care compoziția monofazică este

---

* Dezvoltarea expunerii din cadrul sesiunii Comisiei de Astronautică a Academiei R.S.R. din 12—13 decembrie 1972.

Manuscris predat redacției la data de 2 februarie 1976.

exprimată în presiuni parțiale, pornind de la formula echivalentă a combustibilului scrisă fie în atomi-gram la 1 kg (A_i)

$$Cl_{A_{Cl}} F_{A_F} O_{A_O} C_{A_C} H_{A_H} N_{A_N}$$

fie în atomi-gram de element „i" la 1 mol (combustibil sau component "k") a_i sau prin participații masice g_i în kg/kg : $A_i = \frac{1000}{\mu_i} g_i$. S-a ales drept element pivot hidrogenul, prezența sa în combustibil fiind deci necesară ($A_H \neq 0$), faptul nereprezentînd o limitare majoră.*

În acest fel sistemul de ecuații de lucru devine :

$$Q_1 = \sum_1^{17} a_{Cl,j}\, p_j \Big/ \sum_1^{17} a_{H,j}\, p_j \qquad Q_1 = A_{Cl}/A_H \tag{1}$$

$$Q_2 = \sum_1^{17} a_{F,j}\, p_j \Big/ \sum_1^{17} a_{H,j}\, p_j \qquad Q_2 = A_F/A_H \tag{2}$$

$$Q_3 = \sum_1^{17} a_{O,j}\, p_j \Big/ \sum_1^{17} a_{H,j}\, p_j \qquad Q_3 = A_O/A_H \tag{3}$$

$$Q_4 = \sum_1^{17} a_{C,j}\, p_j \Big/ \sum_7^{17} a_{H,j}\, p_j \qquad Q_4 = A_C/A_H \tag{4}$$

$$Q_5 = \sum_1^{17} a_{N,j}\, p_j \Big/ \sum_1^{17} a_{H,j}\, p_j \qquad Q_5 = A_N/A_H \tag{5}$$

$$p_C = p_{Cl_2} + p_{F_2} + p_{O_2} + p_{H_2} + p_{N_2} + p_{HCl} + p_{HF} + p_{CO_2} + p_{CO} + p_{H_2O} + p_{OH} + p_{NO} + p_{Cl} + p_F + p_O + p_H + p_N \tag{6}$$

$$K_1(T) = p_{CO} \cdot p_{O_2}^{1/2}/p_{CO_2} \tag{7}$$

$$K_2(T) = p_{H_2}\, p_{O_2}^{1/2}/p_{H_2O} \quad \text{sau} \quad K_{2a}(T) = p_{CO}\, p_{H_2O}/(p_{CO_2} p_{H_2}) \tag{8}$$

$$K_3(T) = p_{OH} \cdot p_{H_2}^{1/2}/p_{H_2O} \tag{9}$$

$$K_4(T) = p_{NO}^2/(p_{N_2} \cdot p_{O_2}) \tag{10}$$

$$K_5(T) = p_H^2/p_{H_2} \tag{11}$$

$$K_6(T) = p_O^2/p_{O_2} \tag{12}$$

* Dacă hidrogenul lipsește din combustibil se poate alege un alt element pivot dintre cele prezente.

$$K_7(T) = p_N^2/p_{N_2} \tag{13}$$

$$K_8(T) = p_{H_2} \cdot p_{Cl}^2/p_{HCl}^2 \tag{14}$$

$$K_9(T) = p_{Cl_2}/p_{Cl}^2 \tag{15}$$

$$K_{10}(T) = p_{H_2} p_F^2/p_{HF}^2 \tag{16}$$

$$K_{11}(T) = p_F^2/p_{F_2} \tag{17}$$

Valorile numerice ale constantelor de echilibru sînt tabelate în [6] cu pasul 100°K între 0°K și 5000°K.

Preferăm dezvoltarea extensivă a metodei din [4] care urmează în mod sugestiv fenomenele fizice reale, avînd astfel calități didactice, utile, metodele de rezolvare generale avînd inconvenientul lipsei caracterului intuitiv și fiind greoaie în calculele didactice manuale.

Se face observația fundamentală că speciile de produse de ardere apar pe două căi :

a) ca rezultat al arderii guvernată de ecuațiile liniare de bilanț (1) — (6) și

b) ca rezultat al disocierii termice guvernată de legile acțiunii maselor (7) — (17).

Metoda de calcul la $\alpha_L < \alpha < 1$ pentru Cl—O—C—H—N

Carbonul are particularitatea de a forma cu ușurință atît produsul de ardere completă CO_2 cît și CO, distribuirea fiind dată în prezența hidrogenului,

$$A_H > A_{Cl}, \tag{18}$$

de reacția gazului de apă

$$CO + H_2O \rightleftharpoons CO_2 + H_2 \qquad (\alpha_L < \alpha < 1) \tag{19}$$

Condiția $A_C > A_O$ dedusă din $S > 1$ necesară pentru ca oxigenul să fie disponibil nu numai pentru oxidul CO definește valoarea limită de calcul α_L. Sub această limită în produsele bifazice cu insuficient oxigen apărînd C* și CH_4. Observăm că această limită α_L nu este evidențiată de alți autori, deși rezultatele numerice o confirmă [7, pag. 175].

Pentru cazurile uzuale $C_0 = F_C = Cl_C = 0$,

$$\alpha_L = \frac{1 + \dfrac{A_{F_O} + A_{Cl_O} - A_{H_O}}{2\,A_{O_0}}}{1 + \dfrac{1 + \dfrac{A_{H_c}}{2A_{C_c}}}{1 - \dfrac{A_{O_c}}{A_{C_c}}}} \tag{20}$$

sau

$$\alpha_L = \frac{1 - 8\frac{H_0}{O_0} + \frac{8}{19}\frac{F_0}{O_0} + \frac{2}{9}\frac{Cl_0}{O_0}}{1 + \frac{1 + 6\frac{H_c}{C_c}}{1 - \frac{3}{4}\frac{O_c}{C_c}}} \tag{21}$$

Un calcul exact se poate face utilizînd expresia generală a raportului stoechiometric

$$\alpha_0 = -\frac{\sum V_i \cdot A_{ic}}{\sum V_i \cdot A_{io}} \cdot \frac{\mu_0}{\mu_c} \tag{22}$$

în care V_i sînt valențele elementelor [7] Pentru diferite cupluri oxidant-carburant valorile limită ale raportului de exces de oxidant α_L sînt date în tabelul nr. 1.

Produsele de ardere provenite pe calea (*a*), denumite principale, sînt CO_2, CO, H_2O, H_2, HCl, N_2 și în prima etapă a unei iterații acestea se vor calcula prin efectul reacțiilor masice liniare (1) — (6) plus ecuația patratică (8).

Tabelul 1

α_L	Acid percloric, oxigen lichid, tetraoxid de azot $HClO_4$, O_2, N_2O_4	Perhidrol H_2O_2 100%	Acid azotic HNO_3 100%
Petrol ($CH_{1,93}$)	0,3343	0,1671	0,2786
Alcool etilic (C_2H_6O)	0,1662	0,0831	0,1385
Anilină (C_6H_7N)	0,3865	0,1932	0,3221
Xilidină ($C_8H_{11}N$)	0,3714	0,1857	0,3095
Dimazină ($C_2H_8N_2$)	0,2490	0,1245	0,2075
Alcool furfurilic ($C_5H_6O_2$)	0,1661	0,0830	0,1384
Trietilamină ($C_6H_{15}N$)	0,3070	0,1535	0,2558

Pentru a rămîne aproape de aspectul subprogramului COMP [4] se vor folosi ecuațiile liniare aduse la forma

$$p_{HCl} = Q_4 (2p_{N_2} + A) - G \tag{23}$$

$$p_{N_2} = \frac{p_c - E + \frac{B - G - F}{2} - A\left(Q_1 + \frac{R}{2}\right)}{2Q_1 + R + 1} \tag{24}$$

$$p_{CO} = Q_1(2p_{N_2} + A) - p_{CO_2} \tag{25}$$

$$p_{H_2O} = Q_1(2p_{N_2} + A)(Q_3 - 1) - D - p_{CO_2} \tag{26}$$

$$p_{H_2} = p_{CO_2} + (2p_{N_2} + A)\left[\frac{Q_2 - Q_4 - Q_5}{2} - Q_1(Q_3 - 1)\right] + \frac{G - B + F}{2} + D \tag{27}$$

Introduse în (8) acestea conduc la ecuaţia rezolvantă

$$(K_{2a} - 1)\, p_{CO_2}^2 + (cK_{2a} + a + b)\, p_{CO_2} - ab = 0 \tag{28}$$

În cazul de faţă s-au folosit notaţiile :

$$Q_1 = \frac{7}{6}\frac{C}{N},\quad Q_2 = 14\frac{H}{N},\quad Q_3 = \frac{3}{4}\frac{O}{C},\quad Q_4 = \frac{14}{35{,}5}\frac{Cl}{N},\quad Q_5 = \frac{14}{19}\frac{F}{N}$$

$$A = p_{NO} + p_N,\ B = p_{OH} + p_H,\ G = 2p_{Cl_2} + p_{Cl},\ D = 2p_{O_2} + p_{OH} + p_{NO} + p_O, \tag{29}$$

$$E = A + B + p_{O_2} + p_O,\ F = 2p_{F_2} + p_F.$$

În prima iteraţie presiunile secundare se consideră nule, încît $A = B = G = D = E = F = 0$. Din ecuaţiile (23) — (28) se deduc presiunile principale, care utilizate în faza (b) de calcul al efectelor disocierii termice, permit obţinerea succesivă conform (7) — (15) a presiunilor secundare. Prin recalcularea presiunilor principale iteraţia curentă se încheie. Pe structura subprogramului COMD1 s-a transpus această metodă sub forma subprogramului standard COMD3.

Exemplu numeric

Se va calcula compoziţia produselor de ardere ale combustibilului solid eterogen NH_4ClO_4 75 % + C_2H_4O 25 % la temperatura de 2600°K şi presiunea p = 70 bar. Procentele reprezintă fracţiuni masice.

Formula echivalentă în atomi-gram pe kilogram a combustibilului este

$$Cl_{6.38297}O_{31.21369}C_{11.36363}H_{48.25912}N_{6.38297}$$

Tabelul 2

p_j	I	II	III	IV	Participaţii
CO_2	6,4722	6,32132	6,308396	6,308311	9,01187 %
CO	12,5230	12,63448	12,647556	12,647529	18,06789 %
H_2O	26,7099	26,70960	26,722350	26,722367	38,17481 %
H_2	8,2908	8,13356	8,163187	8,1632865	11,66183 %
HCl	10,6694	10,54751	10,647620	10,546942	15,06706 %
N_2	5,3347	5,32115	5,321270	5,321247	7,60178 %
O_2	0	0,00107	0,001000	0,000998	0,00142 %
OH	0	0,07372	0,074430	0,074327	0,10618 %
NO	0	0,00525	0,005080	0,005060	0,00722 %
H	0	0,11017	0,109120	0,109320	0,15617 %
Cl	0	0,10004	0,099850	0,100612	0,14373 %
p_Σ	70,0000	69,95795	70,099859	69,999998	99,999996

constatîndu-se încadrarea în condiția $\alpha_L < \alpha < 1$, deoarece $\varkappa_0 = 5{,}34$ și $\varkappa = 3$ deci $\alpha = 0{,}562$ în timp ce $\alpha_L = 0{,}125$. Mersul celor patru iterații este redat în tabelul 2, putîndu-se observa convergența rapidă a metodei. După a doua iterație s-a observat că produsele de ardere Cl_2, O, N apar numai în proporții neglijabile, nemaifiind luate în considerare mai departe.

Se poate constata că la temperatura de 2600°K efectele disociației termice sînt încă reduse.

Metoda de calcul la $\alpha > 1$ în sistemul C—O—H—N

Stabilirea concretă a nucleului de calcul este esențială pentru convergența metodei, urmînd a se axa pe considerente fizice. Apar patru domenii de calcul:

1. Exces de carbon $0 < \alpha < \alpha_L$, fază condensată C*, metan CH_4etc.
2. Oxigen insuficient $\alpha_L < \alpha < 1-$, reacția gazului de apă, produse principale CO_2, CO, H_2O, H_2 etc.
3. Raport stoechiometric $1- < \alpha < 1+$, oxidare completă, produse principale CO_2, H_2O etc.
4. Exces de oxigen $\alpha > 1+$, produse principale CO_2, H_2O, O_2 etc.

Pentru $\alpha > 1+$ în sistemul C — O — H — N se va observa că produsele arderii nedisociate sînt CO_2, H_2O, O_2 și N_2. Mersul de calcul al noii metode este următorul:

I. Se admit valori nule sau date pentru presiunile secundare, calculînd astfel sumele

$$A = p_{NO} + p_N \qquad D = p_{OH} + p_{NO} + p_O$$

$$B = 2.p_{H_2} + p_{OH} + p_H \qquad E = A + B + G + p_O - p_{H_2}$$

$$G = p_{CO}$$

II. Se calculează nemijlocit din ecuațiile liniare presiunile principale astfel

$$p_{N_2} = \frac{p_c - E - \frac{1}{2}\left[A\left(Q.S + \frac{R}{2}\right) - \left(G + D + \frac{B}{2}\right)\right]}{Q\ .\ S + \frac{R}{2} + 1}$$

$$p_{CO_2} = Q(2\,p_{N_2} + A) - G$$

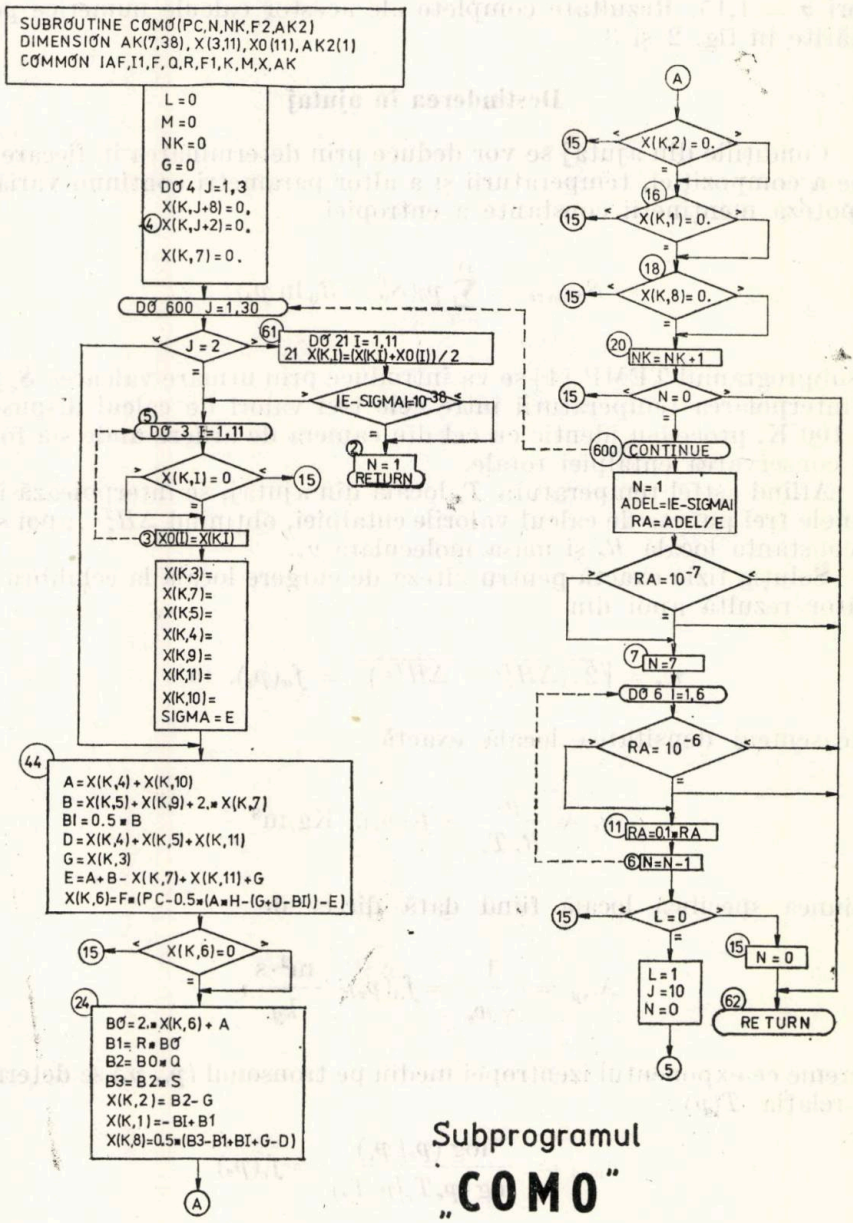
$$p_{H_2O} = \frac{R}{2}(2p_{N_2} + A) - \frac{B}{2}$$

$$p_{O_2} = \frac{1}{2}\left\{(2p_{N_2} + A)\left[Q(S-2) - \frac{R}{2}\right] + \frac{B}{2} + G - D\right\}$$

III. Iterația se îmbunătățește reluînd etapa I după recalcularea presiunilor secundare din ecuațiile neliniare:

$$p_{CO} = K_1 \frac{p_{CO_2}}{p_{O_2}^{1/2}},\quad p_{H_2} = K_2 \frac{p_{H_2O}}{p_{O_2}^{1/2}},\quad p_{OH} = K_3 \frac{p_{H_2O}}{p_{H_2}^{1/2}} \text{ etc.}$$

Ieșirea se face după cel mult 30 iterații sau cînd diferența ultimelor două valori ale sumei E devine mai mică decît 10^{-38}. Schema dinamică a subprogramului COMO expus mai sus se poate urmări în figura 1.



Subprogramul „COMO"

Fig. 1

Un exemplu de calcul numeric este dat în tabelul 3 în forma adaptată efectuării manuale a calculelor, pentru compoziția produselor de

ardere la $p_c = 30$ bar ale combustibilului format din *oxigen lichid* și *dimetilhidrazină nesimetrică* la $\alpha = 1{,}2$ și $T = 3400°K$.

Convergența metodei COMO este mai puțin rapidă decît a metodelor COMP, COMD1 etc. La temperaturi mari convergența dispare către valori $\alpha = 1{,}15$. Rezultate complete ale acestor calcule numerice pot fi urmărite în fig. 2 și 3.

Destinderea în ajutaj

Condițiile din ajutaj se vor deduce prin determinarea în fiecare secțiune a compoziției, temperaturii și a altor parametri continuu variabili, în ipoteza menținerii constante a entropiei

$$S_{\text{cameră}} = \sum_{j=1}^{11} p_j (S_{0j}^T - R_0 \ln p_j) \tag{30}$$

În subprogramul TEMP [4] se va introduce prin urmare valoarea S_e pentru interpolarea temperaturii între cele trei valori de calcul dispuse cu pas 100°K, procedeu identic cu cel din camera de ardere unde s-a folosit însă conservarea entalpiei totale.

Aflînd astfel temperatura T_e locală din ajutaj, se interpolează între ultimele trei puncte de calcul valorile entalpiei, obținînd $\Delta H_e^{T_e}$, apoi similar constanta locală R_e și masa moleculară μ_e.

Soluția fizic exactă pentru viteza de curgere locală la echilibru alunecător rezultă apoi din

$$w_e = \sqrt{2.(\Delta H_c^{T_c} - \Delta H_e^{T_e})} = f_w(p_e), \text{ m/s} \tag{31}$$

și deasemeni densitatea locală exactă

$$\gamma_e = \frac{p_e}{R_e T_e} = f_\gamma(p_e), \text{ Kg/m}^3 \tag{32}$$

secțiunea specifică locală fiind dată direct de

$$A_{esp} = \frac{1}{\gamma_e w_e} = f_A(p_e) \quad \frac{\text{m}^2 \cdot \text{s}}{kg}, \tag{33}$$

în vreme ce exponentul izentropei mediu pe tronsonul (p_c, p_e) se determină din relația $T(p)$:

$$n_{\text{med}} = \frac{\log (p_e/p_c)}{\log (p_e T_c / p_c T_e)} = f_c(p_e) \tag{34}$$

Acesta nu este egal cu exponentul local $k = \frac{c_p}{c_v}$ și amîndouă mărimile nu sînt constante în lungul ajutajului.

Valoarea obținută din (34) dă o imagine asupra alunecării echilibrului chimic în ajutaj (fig. 6) și este folosită numai pentru deducerea aproximativă a numărului Mach local w_e/a_e. Deși mulți autori (Siniarev [3], Vasiliev [12], Dobrovolski [8] etc.) au utilizat simultan atît relații de echilibru alunecător, ca cele de mai sus, cît și relații potrivite ipotezei curgerii înghețate, de forma

$$w_e = \sqrt{\frac{2k}{k-1} T_c R_c \left[1 - \left(\frac{p_e}{p_c}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]}\,,$$

$$\frac{A_e}{A_{cr}} = \frac{\left(\frac{2}{n+1}\right)^{\frac{1}{n-1}} \sqrt{\frac{n-1}{n+1}}}{\sqrt{\left(\frac{p_e}{p_c}\right)^{\frac{2}{n}} - \left(\frac{p_e}{p_c}\right)^{\frac{n+1}{1}}}}, \quad \text{etc.,} \tag{35}$$

rezultatele experimentale arată că mărimile calculate cu ajutorul n_{med} prin relații „înghețate" diferă de valorile reale [9]. De aceea metoda iterativă de obținere a parametrilor din secțiunea critică o axăm pe căutarea valorii minime a funcției $f_A(p)$ (fig. 6). Revenind la intrarea în convergent, evazarea locală a ajutajului se va calcula apoi prin împărțire:

$$D = \sqrt{\frac{Ae_{sp}}{(Ae_{sp})_{min}}} = f_D(p_e)\cdot \tag{36}$$

Se preferă exprimarea evazării în termeni de diametre deoarece în acest caz o aceeași informație este conținută într-un număr mai mic de cifre.

Relațiile (35) rămîn deci să dea numai o imagine calitativă a influenței diferiților factori asupra curgerii.

Este deasemenea important de reținut că metoda expusă nu implică ipoteza curgerii unidimensionale, toate funcțiile menționate în (31) — (34), (36) depinzînd de punct, prin presiunea locală p_e. Cu ajutorul acestora se poate face astfel studiul aerotermochimic al curgerii axial-simetrice în ajutajul de Laval, construirea profilului optim prin metodele caracteristicilor etc.

Programul MRG — 1

Metodele prezentate anterior au fost transpuse în programul general de calcul al performanțelor sistemului C — O — H — N, denumit MRG—1, pentru $\alpha_L < \alpha < 1-$, și extins în forma MRG—2 la $\alpha > 1+$ cu ajutorul subprogramului COMO. Schema dinamică detaliată [6] este o dezvoltare a succesiunii de calcul a programului MRLG—6 [4].

Datele de intrare cuprind: șirul valorilor α, p_c și p_e, apoi, pe cîte o cartelă, oxidantul (denumire, formulă, densitate, entalpie) și carburantul (idem) precum și tablourile de constante termofizice necesare [6].

Pentru fiecare valoare $\varkappa$, respectiv α, se afișează densitatea globală a combustibilului

$$\rho_c = \frac{1 + \frac{1}{\varkappa}}{\frac{1}{\rho_{0x}} + \frac{1}{\varkappa \rho_{CARB}}}.$$

În program se mai afișează unghiul optim Guderley [10] al conturului la ieșirea din ajutaj, pentru $p_a = 0$:

$$\sin 2\beta_e^v = \frac{p_e}{\frac{1}{2}\rho_e w_e^2} \operatorname{ctg} \alpha$$

necesar în studiul extinderii optime a ajutajului de Laval care lucrează în vid [11], precum și alte mărimi.

Forma generală a programului a permis calcularea performanțelor pentru numeroși combustibili în sistemul C—O—H—N, obținîndu-se o mare cantitate de informații, incluse în cele nouă volume anexe ale [6]. Abordarea unui nou combustibil necesită numai schimbarea celor două cartele oxidant-carburant, programele MRG fiind gata compilate la IBM—360—30, IBM—1130 și CDC—3600, în limbaj interior.

Rezultate numerice

Din numărul mare de variante obținute pe calculator în perioada 1968—1975 se vor reda aici unele rezultate ale analizei performanțelor *oxigenului lichid* și *acidului azotic* împreună cu diferiți carburanți (fig. 2—8)

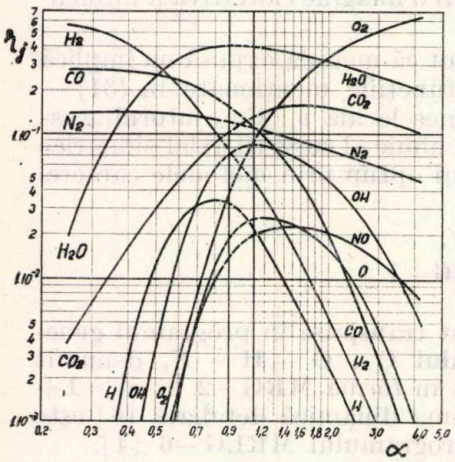


Fig. 2 Compoziția produselor din camera de ardere în funcție de α.
Combustibil : O_{2l} + DMHN p_c = 30 bar.

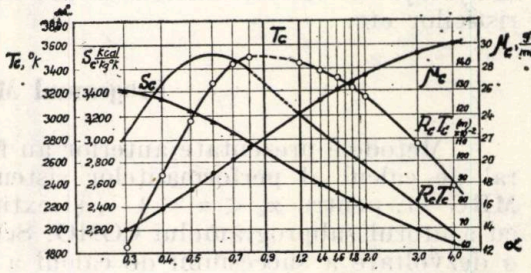
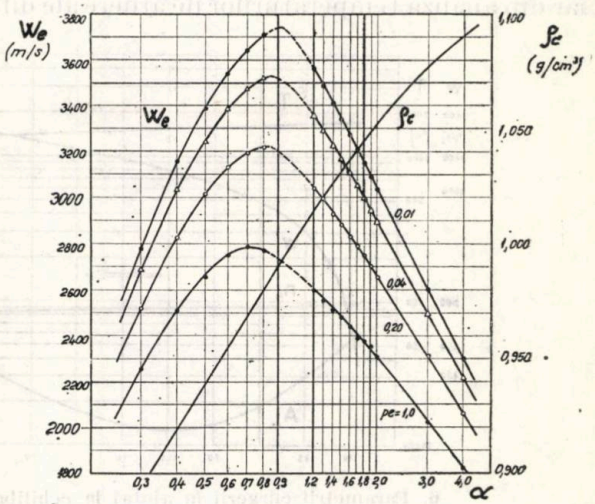


Fig. 3. Temperatura de ardere, entropia și masa moleculară în funcție de α.
Combustibil : O_{2l} + DMHN, p_c = 30 bar.

Compoziția chimică a produselor de ardere ale combustibilului lichid format din *oxigen* ($O_2 l$) și *dimetil-hidrazină nesimetrică* (DMHN) între $\alpha = 0{,}25$ și $\alpha = 4{,}0$ (fig. 2) reflectă faptul că alegerea speciilor principale în metodele respective de calcul corespunde situației reale. În



4. Viteza de ieșire din ajutaj și densitatea globală a combustibilului în funcție de α. Combustibil: $O_2 l$ + DMHN, p_c = = 30 bar.

ce privește speciile rezultate ca efect al disocierii, se observă că la 30 bar acestea apar în proporții mici, compușii oxigenați OH, NO și oxigenul O prezentînd maxime la $\alpha > 1$, iar hidrogenul H la $\alpha < 1$. În toate domeniile prezența N este neglijabilă. Alinierea valorilor pe curbe este bună pentru gazele principale

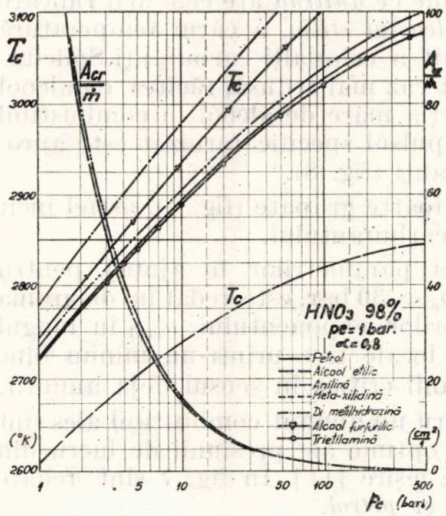


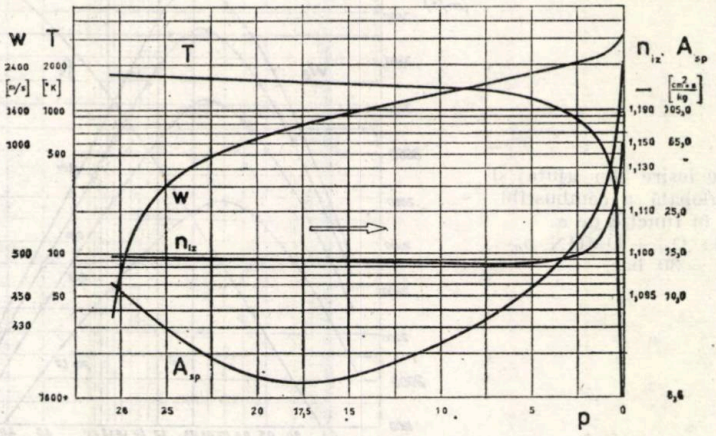
Fig. 5. Temperatura de ardere și secțiunea critică specifică în funcție de presiunea din camera de ardere

HNO_3 98% + diferiți carburanți, $\alpha = 0{,}8$

Temperatura de ardere $T_c(\alpha)$ prezintă un maxim (fig. 3) în jurul lui $\alpha = 0{,}85$ dacă presiunea în cameră este de 30 bar. Masa moleculară a produselor din camera de ardere μ_c crește odată cu α, deoarece în același fel crește proporția de oxigen care are masă mare, în vreme ce conținutul de hidrogen, element ușor, se reduce (fig. 2). Efectul cumulat al temperaturii și masei moleculare se reflectă în alura curbelor care redau impulsul specific w_e (fig. 4) în funcție de α și care reflectă influența dată calitativ de relația (35). Asimetria din jurul maximului este dispusă invers față de cea prezentă în cazul temperaturii, cu valori mai ridicate în domeniul $\alpha < 1$. Acest efect este amplificat și prin alura dependenței entropiei $S_c(\alpha)$ care are valori net superioare la α redus (fig. 3). Reprezentarea w_e

(α) prezintă astfel în mod concludent valorile maxime. Alinierea punctelor de calcul pe curbe, prin noua metodă la $\alpha > 1+$, este bună în raport cu participațiile r_j, viteza de ieșire w_e și mai ales temperatura T_e

Anumite aspecte cu implicații de natură constructivă apar în mod clar din analiza temperaturilor de ardere ale diferiților carburanți împreună



6. Parametrii curgerii în ajutaj la echilibru chimic alunecător. Combustibil: O + DMHN, = 30 bar.

cu acidul azotic (fig. 5). Valorile sînt foarte grupate în cazul *petrolului*, *dimetilhidrazinei* și *trietilaminei*, în vreme ce *anilina* are cele mai ridicate valori. Un aspect aparte îl prezintă *alcoolul etilic*, a cărui temperatură de ardere este cu mult mai redusă decît a celorlalți carburanți. Solicitarea termică a motorului devine în acest caz mai redusă, răcirea cu alcool fiind suplimentar ușurată și de proporția mare de alcool în combustibil ($\varkappa = 2{,}64$ la $\alpha = 0{,}8$), în vreme ce impulsul specific furnizat este apropiat de valorile date de ceilalți carburanți (fig. 8).

Valorile secțiunilor specifice sînt foarte grupate (fig. 5), astfel încît acestea nu depind practic de natura carburantului.

Aspectul concludent al variației parametrilor în ajutaj, pentru O_2 + DMHN la $\alpha = 0{,}8$, pornind de la $p_c = 30$ bar, este redat în diagrama 6. Se poate observa modificarea valorilor exponentului n_{med} în lungul ajutajului. Valorile secțiunii specifice locale trec printr-un minim bine conturat care permite obținerea secțiunii critice în sensul deja amintit.

Diagramele $W_e(p_c)$ și $A_{sp}(p_c)$ pentru un anumit combustibil ales sînt direct necesare în deducerea valorilor optime ale presiunii de lucru din camera de ardere sau din secțiunea de ieșire [11]. În fig. 7 sînt redate aceste dependențe pentru *acid azotic* și *petrol*.

O apreciere sugestivă a performanțelor diferiților carburanți împreună cu *acidul azotic* se poate face prin reprezentarea impulsului specific $W_e(\alpha)$, redat în fig. 8 pentru $\alpha_L < \alpha < 1$, ca rezultat al rulărilor programului MRG—1. Se observă că *trietilamina* și mai ales *dimethilhidrazina* prezintă un impuls specific superior petrolului, deși au temperatura de ardere practic identică (v. și fig. 5), iar *xilidina* produce, dimpotrivă, un

impuls specific inferior. În același timp *anilina* conduce la obținerea unui impuls specific apropiat de cel dat de *alcoolul etilic*, deși temperaturile de ardere respective sînt situate la extreme, în favoarea ultimului. Se

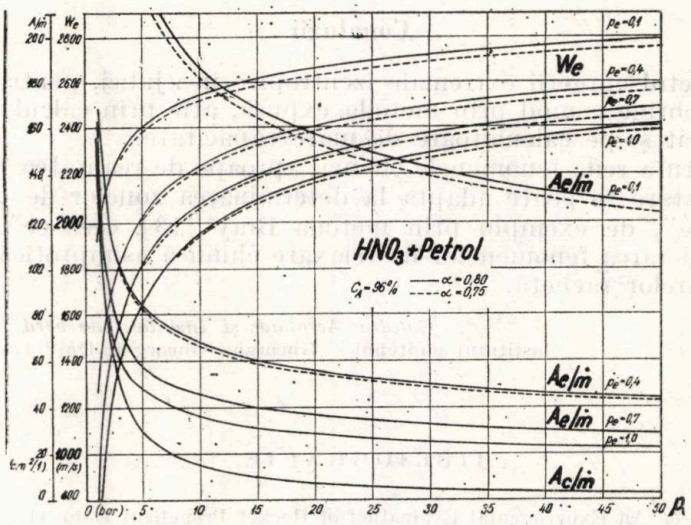
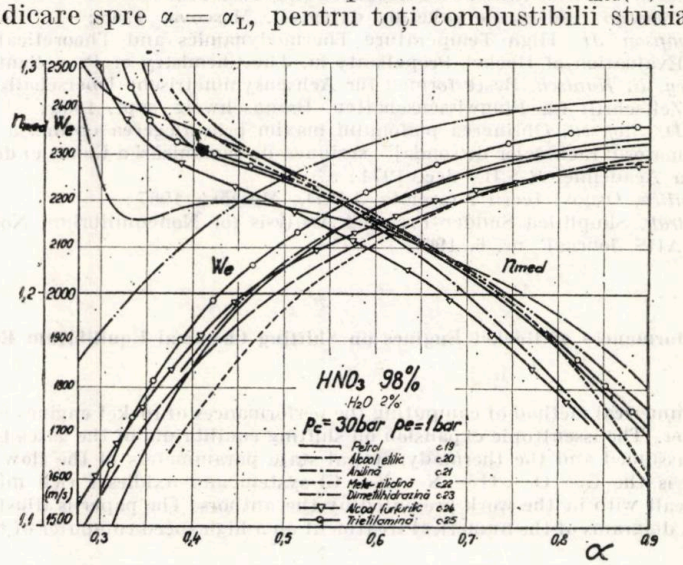


Fig. 7. Viteza de ieșire și secțiunea specifică de ieșire în funcție de presiunea din cameră.
Combustibil HNO_3 96% + Petrol.

recomandă astfel prin calități termice avantajoase, împreună cu acidul azotic, dimetilhidrazina și alcoolul etilic.

O particularitate interesantă o prezintă curbele $n_{med}(\alpha)$ care au tendința de ridicare spre $\alpha = \alpha_L$, pentru toți combustibilii studiați (fig. 8).



8. Impulsul specific și exponentul mediu al izentropiei în funcție de α.
HNO_3 98% + diferiți carburanți.

Acest lucru reflectă apropierea de zona apariției fazei condensate C_{solid} și schimbarea calitativă a procesului de ardere, cînd oxigenul nu mai este suficient pentru oxidarea întregului carbon nici chiar în CO.

Concluzii

Aspectul curgerii extremale izentropice în ajutaj, pentru $\alpha < 1$ și $\alpha > 1$ se obține comod prin metoda expusă, atît prin calcul cu mașini de birou cît și pe calculatoare de mare capacitate.

Pentru a reda fenomenele cît mai aproape de realitatea lor fizică, această tratare se poate adapta la determinarea zonelor de „înghețare instantanee", de exemplu prin metoda Bray [13], ceea ce include de fapt considerarea fenomenelor de relaxare chimică asimptotică în ajutajele motoarelor rachetă.

Catedra Aeronave și instalații de bord
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *S. Greenfield*, An Experimental Evaluation of Rocket Propellant Data The Chemistry of Propellants Pergamon-Press, AGARD 1960;
2. M. *Barrère, R. Prud'Homme*, Equations fondamentales de l'aérothermochimie, Paris, 1973;
3. *G.B. Siniarev, M.V. Dobrovolski*, Jidkostnie raketnie dvigateli Moscova, 1955;
4. *C. Guță, D. Rugescu*, Determinarea parametrilor de stare a gazelor în camera de ardere a motoarelor rachetă în Buletinul I.P.B. Nr 3, 1975;
5. *C. Guță*, Motoare rachetă și sisteme de propulsie neconvenționale, curs fac. Aeronave, 1973;
6. *D. Rugescu*, Îndrumar de proiectare a motoarelor rachetă fac. Aeronave;
7. *V.E. Alemasov*, Teoriia raketnih dvigatelei, Moscova, 1969;
8. *M.V. Dobrovolski*, Jidkostnie raketnie dvigateli, Moscova, 1968;
9. *R.J. Thompson, Jr.*, High Temperature Thermodynamics and Theoretical Performance Evaluation of Rocket Propellante în, The Chemistry of Propellants;
10. *G. Guderley, E. Hantsch*, Beste formen für Achsensymmetrische Uberschallschubdusen în, Zeitschrift für Flugwissenschaften, Braunschweig, sept. 1955;
11. *C. Guță, D. Rugescu*, Obținerea plafonului maxim prin alegerea optimă a presiunilor în motorul rachetelor de sondaj", sesiunea de comunicări a Comisiei de Astronautică a Academiei R.S.R., dec. 1974;
12. *A.P. Vasiliev*, Osnovi teorii i rasciota J.R.D., Moscova 1967;
13. *K.N.C. Bray*, Simplified Sudden-Freezing Analysis for Nonequilibrium Nozzle Flows în, ARS Journal" nr. 6, 1961.

The Performances of Rocket Engines on Shifting Chemical Equilibrium Expansion

A numerical method of computing the performances of rocket engines is presented in the paper. The issentropic expansion on shifting equilibrium of the gases through the nozzle is assumed and the thermodynamical state parammeters of the flow are determined. It is the C — O — H — N — F — Cl system and oxidieser rich mixture propellants dealt with in the work presented by the authors. The paper is illustrated with tables and diagrams of the numerical treatment on a high speed computer of the method

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SECȚIA MECANICĂ
Tomul XXXIX — 1977. Numărul 1

REZISTENȚA MATERIALELOR

C.Z.: 539.4 :621.94

CERCETĂRI EXPERIMENTALE PRIVIND SISTEMUL ELASTIC AL STRUNGULUI NORMAL SN 400, LA FILETARE

D. CATRINA, I. CONSTANTINESCU, ELENA MIHĂILESCU

Cercetările experimentale efectuate asupra sistemului elastic al strungului normal SN 400, prin excitare armonică și la mersul în gol, și-au propus să verifice liniaritatea sistemului elastic și să determine factorul de amortizare și amplitudinea vibrațiilor la capetele lanțului cinematic de filetare.

Lanțul cinematic de filetare (L.C.F.) al mașinilor-unelte generează suprafețe elicoidale de pas constant. În acest scop, viteza mișcării de translație axială v_T a căruciorului este linear dependentă de viteza tangențială v_A într-un punct oarecare al elicei (viteză rezultată din mișcarea de rotație ω a axului principal) astfel încît condiția de rigidizare cinematică, exprimată sub forma raportului de transfer al mecanismului fictiv [1] să-și păstreze constantă valoarea :

$$i_w = \frac{v_T}{v_A} = \frac{2\pi r}{p_E} = \text{constant}$$

în care r este raza punctului considerat pe elice, iar p_E este pasul acestei elice.

Cele două viteze v_T și v_A conțin însă, în afara componentelor controlate prin reglarea lanțurilor cinematice, și componente Δv_T, Δv_A ce rezultă din mișcările vibratorii la care sînt supuse piesa și scula, mișcări provocate de un mare număr de factori excitatori prezenți în lanțurile cinematice, care fac, ca prin nerespectarea condiției de rigidizare cinematică, să se obțină erori de pas Δp_E :

$$\Delta p_E = 2\pi \frac{\omega \cdot \Delta v_A - v_A \cdot \Delta\omega}{\omega^2}.$$

Mărimea acestor erori de natură dinamică depinde de amplitudinile celor două mișcări vibratorii Δv_A, $\Delta\omega$, adică de intensitatea factorilor excitatori, ca și de proprietățile sistemului elastic al mașinii-unelte.

Manuscris predat redacției la data de 12 mai 1975

Cercetarea experimentală a sistemului elastic al mașinii-unelte, la filetare, și-a propus drept obiective :

— verificarea ipotezei liniarității sistemului elastic, ipoteză fundamentală în aprecierea comportării acestuia, dat fiind că o serie de lucrări recente de dinamica mașinilor-unelte iau în considerare diferite tipuri de neliniarități posibile ;

— determinarea mărimii raportului de amortizare ;

— verificarea influențelor exercitate de elementele inerțiale ale L.C.F. (cărucior, șurub conducător-piuliță, cutie de filete) și ale lanțului cinematic principal (cutie de viteze, sistem de antrenare) asupra frecvenței proprii a axului principal ;

— determinarea amplitudinilor mișcărilor vibratoare ale axului principal ($\Delta\omega$) și căruciorului (Δv_A), la diferite trepte de reglare ale L.C.F. și ale lanțului cinematic principal.

Din dorința de a folosi o mașină de construcție românească, am avut de ales între relativ puține tipuri de mașini-unelte care dispun de L.C.F. ; ne-am oprit asupra strungului normal SN 400, deoarece acesta ocupă de departe ponderea cea mai însemnată în totalul mașinilor-unelte cu care este dotată economia națională, iar în cazul altor mașini (cum ar fi mașina de frezat roți dințate cu freză melc-modul) problemele referitoare la L.C.F. nu pot fi separate de cele ale altor lanțuri cinematice generatoare închise. Pentru a evidenția proprietățile sistemului elastic, experimentările au fost efectuate în special la excitarea armonică și la mersul în gol, deoarece, la mersul în sarcină, mișcările vibratorii sînt rezultatul interacțiunilor sistemului elastic, cu celelalte componente ale sistemului dinamic al mașinii-unelte (procese de frecare, procese de antrenare, procesul de așchiere).

1. *Excitarea* sistemului elastic al mașinii-unelte în repaus determină caracteristici care nu diferă esențial de cele obținue pe mașina în stare de funcțiune [2] atunci cînd — cazul strungului — cuplele cinematice au un rol redus.

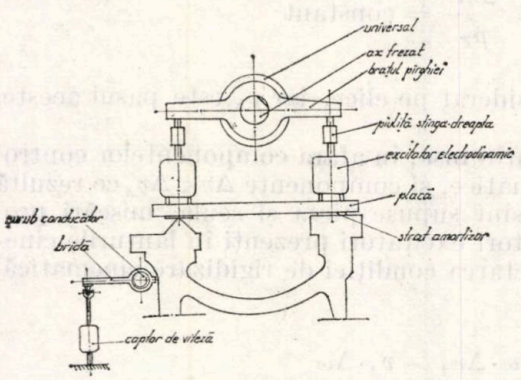


Fig. 1

Dintre diferitele variante posibile [3] s-a ales excitarea armonică staționară aplicată axului principal (fig. 1) folosind în acest scop complexul pentru excitat și măsurat vibrații PRODERA, echipat cu :

— un lanț de excitație, cu baleiaj automat al frecvenței în gama (0,1...1.400) Hz., pentru pînă la patru excitatori electrodinamici care asigură o forță sinusoidală cu amplitudinea maximă de 200 N, pînă la frecvența de 200 Hz ; peste această frecvență se impune utilizarea unor forțe de excitație mai mici, pentru a nu distorsiona semnalul. Amplitudinea și faza sînt constante, independente de oscilația structurii experimentate, datorită unui amplificator de putere.

— lanțul de măsură, care conține : captorul de viteze electrodinamic, fixat prin intermediul unei legături cardanice de elementul studiat, asigurînd astfel măsurarea pe direcție axială față de captor ; un element de calcul, care permite obținerea, pe cale analogică, a produsului a două semnale : răspunsul furnizat de captorul de viteză și semnalul de referință, luat direct de la generatorul de frecvențe.

După filtrare, la ieșire se obțin componenta vitezei în fază cu forța de excitație, numită parte reală a vitezei, și componenta vitezei în cvadratură cu forța, numită parte imaginară a vitezei.

Un inscriptor în coordonate rectangulare permite trasarea curbelor perioadă (frecvență) — parte reală a vitezei, sau parte imaginară a vitezei — parte reală a vitezei (diagrama polară).

Dacă cei doi excitatori, montați la capetele unei pîrghii fixate pe axul principal, (fig. 2) sînt în fază, asupra axului principal acționează o forță :

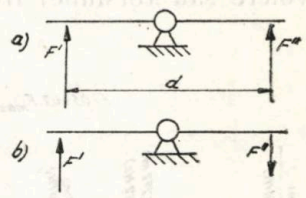


Fig. 2

$$F = 2\ F_0\ \sin\ (\omega t + \varphi_0)$$

care, fiind în consolă, provoacă încovoierea axului principal.

Dacă cei doi excitatori sînt în opoziție de fază, axul principal este încărcat cu cuplul :

$$M_t = F_0 \cdot d \cdot \sin\ (\omega t + \varphi)$$

d fiind distanța între axele celor doi excitatori.

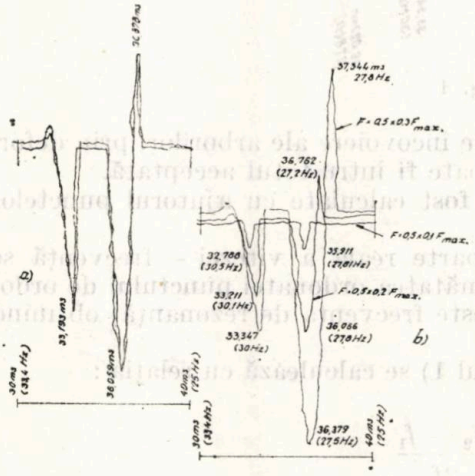


Fig. 3

Pentru a tensiona sistemul elastic al L.C.F. și a elimina influența jocurilor, s-a decuplat axul principal de cutia de viteze, iar căruciorul a fost fie supus acțiunii unor arcuri elicoidale cu pretensionare reglabilă cu ajutorul pinolei, fie blocat pe ghidaje.

Captorul de viteze a fost montat tangențial la șurubul conducător sau la axul principal, ca și pe cărucior, în direcția ghidajelor.

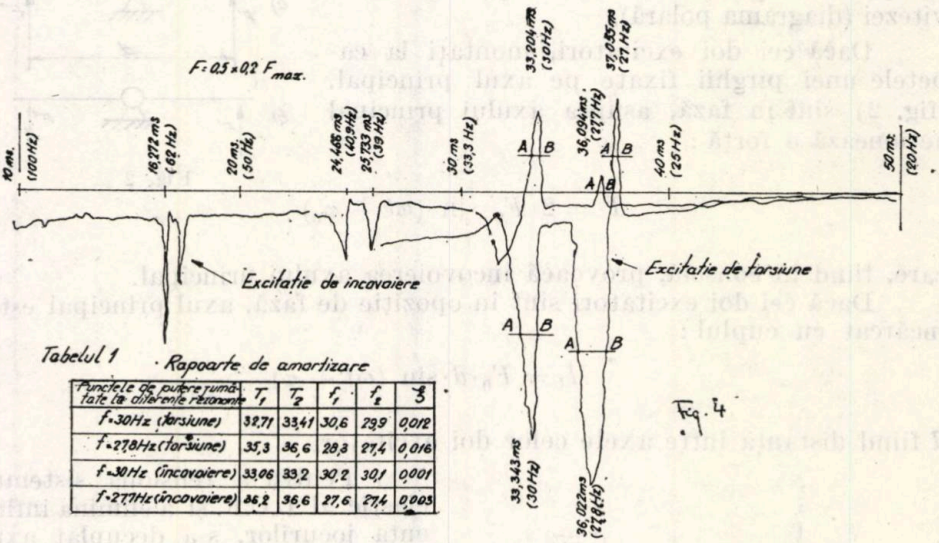
Cuplul de excitație ales (4,2 ; 8,4 ; 12,6) N.m. după cum forța de excitație este de (0,5 × 200) × $\times \begin{cases} 0{,}1 \\ 0{,}2 \\ 0{,}3 \end{cases}$ N este comparabil cu cel dezvoltat în procesul de așchiere a unui filet M 24 cu pasul de 3 mm.

Curbele din fig. 3, a, înregistrate pe parcursul a circa 2 ore de excitare, cu inversarea sensului de baleiaj al plajei de frecvențe, sînt aproape

perfect suprapuse, ceea ce demonstrează că pe de o parte viteza cu care a fost parcursă plaja de frecvenţe este suficient de mică pentru a nu denatura rezultatele, iar pe de altă parte, rezultatele măsurărilor nu sînt rezultate valabile la un moment dat, întîmplător ales ci sînt caracteristici stabile ale sistemului elastic.

În aceeaşi poziţie a captorului, schimbînd mărimea forţei (deci cuplului) de excitaţie (fig. 3,b) mărimea frecvenţei de rezonanţă rămîne practic neschimbată, astfel că ipoteza linearităţii sistemului elastic, este pe deplin confirmată experimental.

La modificarea tipului de solicitare a axului principal (fig. 4) (încovoiere sau torsiune) frecvenţele de rezonanţă nu se modifică sensibil,



Tabelul 1 · Rapoarte de amortizare

Punctele de putere jumătate la diferite rezonanţe	T_1	T_2	f_1	f_2	ξ
f=30Hz (torsiune)	32,71	33,41	30,6	29,9	0,012
f=27,8Hz (torsiune)	35,3	36,6	28,3	27,4	0,016
f=30Hz (încovoiere)	33,06	33,2	30,2	30,1	0,001
f=27,7Hz (încovoiere)	36,2	36,6	27,6	27,4	0,005

Fig. 4

astfel că echivalarea deformaţiilor de încovoiere ale arborilor, prin deformaţii torsionale corespunzătoare, poate fi întru-totul acceptată.

Rapoartele de amortizare au fost calculate cu ajutorul punctelor de putere jumătate [3].

În acest scop, înregistrarea parte reală a vitezei — frecvenţă se intersectează cu dreapta dusă la jumătatea ordonatei punctului de ordonată maximă (a cărui frecvenţă f_n este frecvenţa de rezonanţă) obţinînd punctele A, B de frecvenţe f_1, f_2.

Raportul de amortizare (tabelul 1) se calculează cu relaţia :

$$\xi = \frac{f_2 - f_1}{2f_n}$$

El nu depăşeşte valoarea 0,02, astfel că sistemul fiind slab amortizat, valorile proprii reale ale matricei $A = J^{-1}.K$ reprezintă într-adevăr frecvenţele de rezonanţă ale sistemului elastic (J fiind matricea inerţială, iar K matricea de elasticitate). Chiar dacă la micşorarea forţei de pretensio-

nare, apar unele neliniarităţi (fig. 5), acestea sînt minore atît ca amplitudine, cît şi ca plajă de frecvenţe.

Pentru una din frecvenţele de rezonanţă obţinute cu captorul pe cărucior, s-au determinat rapoartele de amortizare cu ajutorul diagramei

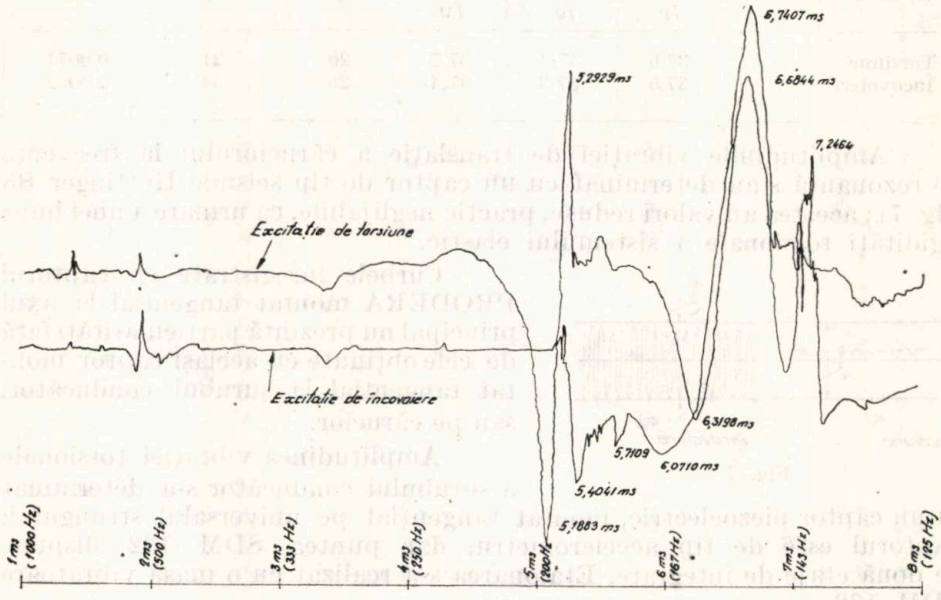


Fig. 5

polare (excitaţie de încovoiere sau torsiune) folosind criteriul Pancu-Kennedy (fig. 6).

În acest scop se parcurge plaja de frecvenţe din vecinătatea rezonanţei din zecime în zecime de hertz şi, în diagrama parte reală a vitezei — parte imaginară a acesteia, frecvenţa corespunzătoare punctului M, care determină cele mai mari arce de curbă faţă de vecinele sale P, Q, reprezintă frecvenţa de rezonanţă.

Se duce cercul care aproximează cel mai bine diagrama polară în vecinătatea rezonanţei (cercul circumscris triunghiului PQM) determinînd punctul O', diametral opus lui M.

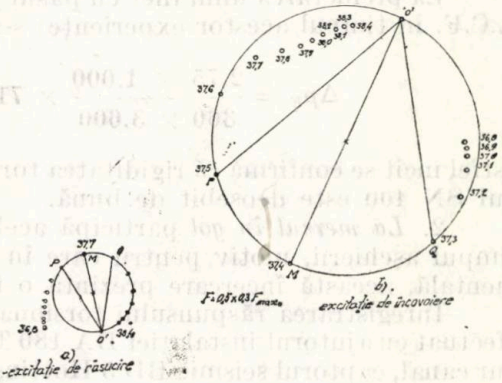


Fig. 6

Dacă se notează cu θ_1 şi θ_2 arcele $PO'M$ şi $MO'Q$, atunci raportul de amortizare, calculat cu relaţia :

$$\xi = \frac{f_P - f_Q}{f_M} \cdot \frac{1}{\theta_1 + |\theta_2|}$$

în tabelul 2, permite să se tragă concluzia că sistemul elastic este slab amortizat, indiferent de tipul excitației

Tabelul 2

Excitație	Frecvența			θ_1	θ_2	ξ_3
	f_P	f_Q	f_M			
Torsiune	37,6	37,8	37,7	20	21	0,0074
Încovoiere	37,5	37,3	37,4	25	34	0,0052

Amplitudinile vibrației de translație a căruciorului la frecvența de rezonanță s-au determinat cu un captor de tip seismic Hottinger B3 (fig. 7); acestea au valori reduse, practic neglijabile, ca urmare a unei bune rigidități torsionale a sistemului elastic.

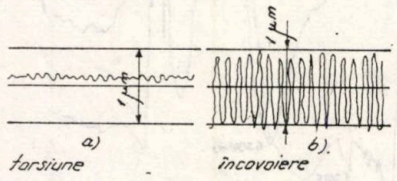


Fig. 7

Curbele înregistrate cu captorul PRODERA montat tangențial la axul principal nu prezintă particularități față de cele obținute cu același captor montat tangențial la șurubul conducător, sau pe cărucior.

Amplitudinea vibrației torsionale a șurubului conducător s-a determinat cu un captor piezoelectric, montat tangențial pe universalul strungului. Captorul este de tip accelerometru, dar puntea SDM 132 dispune de două etaje de integrare. Etalonarea s-a realizat cu o masă vibratoare SDM 132.

La frecvența de rezonanță, se obține amplitudinea vibrației captorului de 52 μm, care, transformată în amplitudine a vibrației torsionale (diametrul universalului 300 mm) conduce la valoarea de 71 secunde de arc.

La prelucrarea unui filet cu pasul $p = 2{,}75$ mm (la care a fost reglat L.C.F. în timpul acestor experiențe) s-ar obține o eroare de pas :

$$\Delta p_E = \frac{2{,}75 \times 1.000}{360 \times 3.600} \times 71[\mu m] = 0{,}015[\mu m]$$

astfel încît se confirmă că rigiditatea torsională a axului principal la strungul SN 400 este deosebit de bună.

2. *La mersul în gol* participă aceleași mase inerțiale ca și cele din timpul așchierii, motiv pentru care în metodologia de cercetare experimentală, această încercare prezintă o importanță deosebită [4].

Înregistrarea răspunsului torsional obținut de la axul principal s-a efectuat cu ajutorul instalației DA 180 T Klingelnberg, lucrînd pe un singur canal, captorul seismic BD 5 Hottinger (cu frecvența proprie de 3 Hz) fiind centrat și strîns direct în universal.

La o viteză de avans foarte mică a hîrtiei de înregistrare se obține răspunsul [5] unui sistem liniar, cu amortizare slabă, cu un singur grad de libertate, supus excitației aleatoare (fig. 8).

Într-adevăr, în cazul unei structuri cu amortizare redusă, supusă unei excitații aleatoare, înfășurătoarea variază foarte lent, iar pulsația

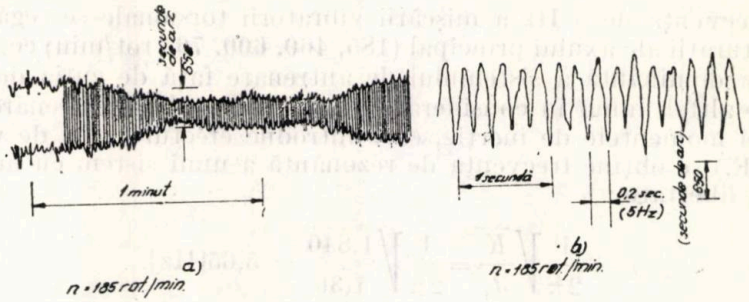


Fig. 8

ω_n este pulsaţia proprie a sistemului, care acţionează ca un filtru de bandă îngustă, lăsînd să treacă numai pulsaţiile din banda $\omega_n \pm \xi \cdot \omega_n$.

Suprapunerea unui mare număr de armonice cu pulsaţiile cuprinse în această bandă iar fazele distribuite aleatoriu, generează unda sinusoidală aleatoare cu pulsaţia ω_n, a cărei înfăşurătoare are o fluctuaţie aleatoare cu pulsaţia $2\rho\omega_n$.

Reglarea L.C.F. pentru paşi diferiţi (0,5 ; 2,75 ; 4 mm) nu introduce (fig. 9) nici o modificare în mărimea frecvenţei proprii, ceea ce confirmă faptul că influenţa elementelor inerţiale ale L.C.F. este neînsemnată.

La turaţia axului principal $n = 460$ rot/min., cuplarea şi decuplarea căruciorului nu se face în nici un fel simţită în aspectul înregistrării (fig. 10).

Fig. 9

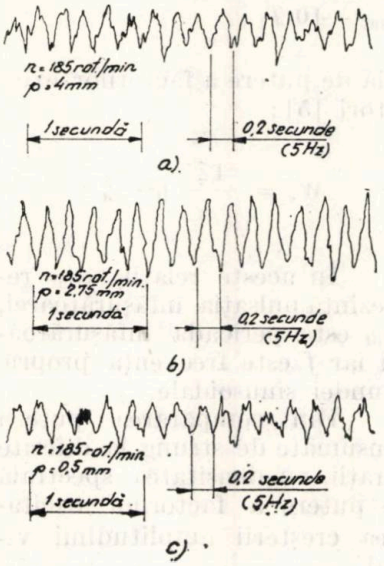
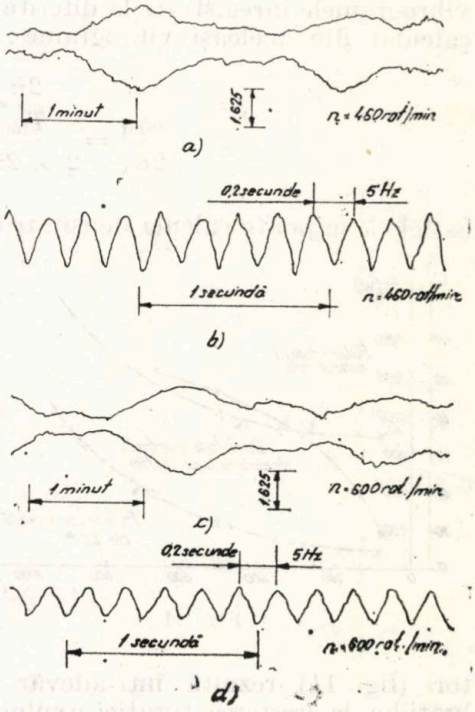


Fig 10



Frecvența de 5 Hz a mișcării vibratorii torsionale se regăsește la diferite turații ale axului principal (185, 460, 600, 765 rot/min) confirmînd influența dominantă a sistemului de antrenare față de cutia de viteze.

De altfel, luînd în considerare numai sistemul de antrenare (neglijînd deci momentele de inerție, care introduc efectul cutiei de viteze și ale L.C.F.) se obține frecvența de rezonanță a unui sistem cu un singur grad de libertate :

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K}{J_1}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1.840}{1{,}36}} = 5{,}65[\text{Hz}].$$

unde $K = 1.840\ \text{kgm}^2\text{s}^{-2}$ este constanta elastică ce înglobează efectul legăturii electromagnetice dintre rotor și stator, ca și efectul curelelor de transmisie [4], iar $J = 1{,}36\ \text{kg m}^2$ reprezintă momentul de inerție al rotorului motorului electric ; această valoare a frecvenței de rezonanță constituie o bună aproximație a valorii găsite experimental.

La creșterea turației axului principal, amplitudinea mișcării vibratorii crește, aceasta putînd fi justificată prin creșterea nivelului energetic al vibrației, consecință a consumului energetic mărit al strungului, la mărirea turației axului principal.

Pentru a verifica, în serie cu motorul electric al strungului a fost montată o trusă wattmetrică K50, măsurînd puterea consumată la diferite turații ale axului principal, la mersul în gol.

Valoarea medie pătratică a răspunsului $\overline{\theta}^2$ a fost calculată din vibrogramele înregistrate la diferite turații ; rapoartele de amortizare s-au calculat din aceleași vibrograme :

$$\xi = \frac{\omega_{\text{inf}}}{2\omega_n} = \frac{\frac{2\pi}{T_{\text{inf}}}}{2 \times 2\pi f} = \frac{1}{2fT_{\text{inf}}} = \frac{1}{10\,T_{\text{inf}}}$$

astfel că se poate calcula densitatea spectrală de putere a factorilor excitatori [5] :

$$W_e = \frac{4\xi}{\pi}\,\overline{\theta}^2 \cdot \omega_n^3$$

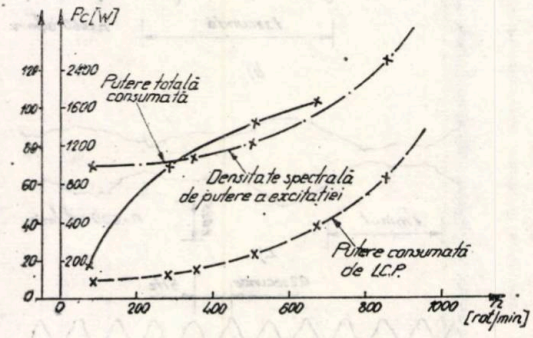


Fig. 11

În aceste relații, ω_{inf} reprezintă pulsația înfășurătoarei, T_{inf} este perioada înfășurătoarei iar f este frecvența proprie a undei sinusoidale.

Din compararea puterii consumate de strung la diferite turații, cu densitatea spectrală de putere a factorilor excitatori (fig. 11) rezultă într-adevăr motivarea creșterii amplitudinii vibrațiilor la creșterea turației axului principal.

Înregistrarea răspunsului primit de la căruciorul strungului s-a făcut cu un traductor seismic de translație B3 Hottinger, avînd frecvența proprie de 4,7 Hz., montat pe direcția ghidajelor.

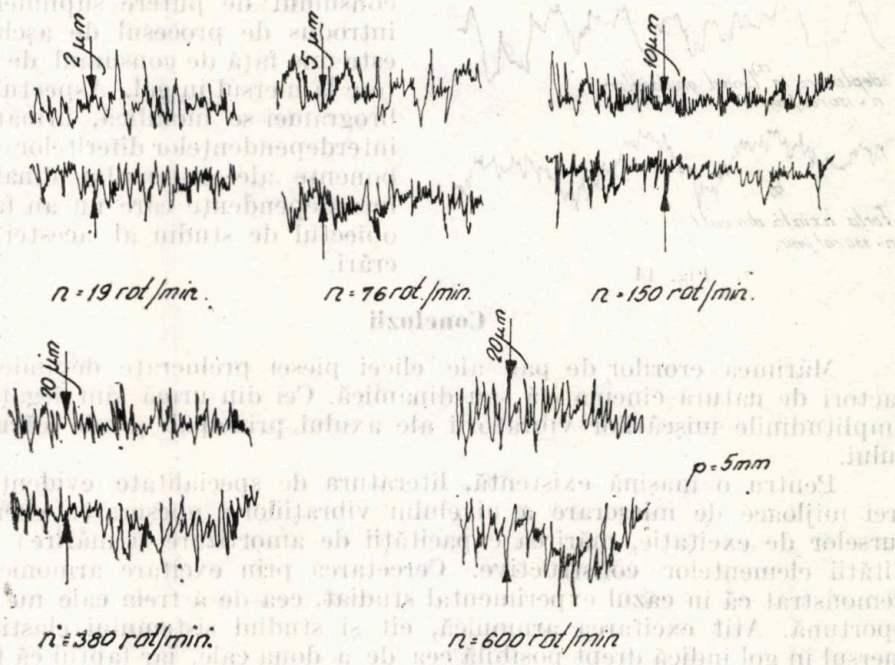


Fig. 12

Vibrogramele înregistrate (fig. 12) demonstrează că mișcarea vibratorie pe direcția ghidajelor căruciorului nu este independentă ; concluziile, legate de caracterul aleatoriu al excitației, și de creșterea amplitudinii la creșterea turației axului principal se mențin și aici.

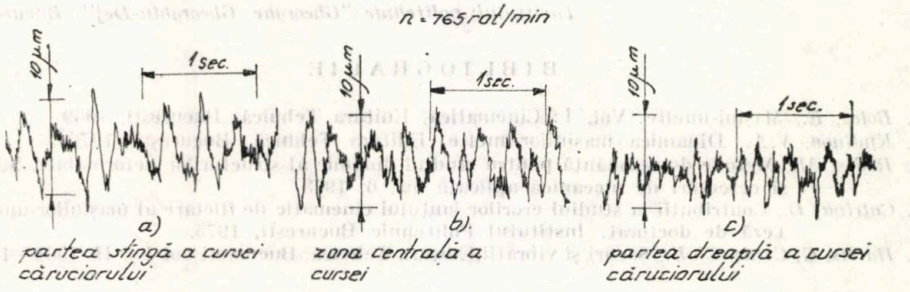


Fig. 13

Efectuarea unei înregistrări pe o cursă a căruciorului de circa 1 m (fig. 13) nu pune în evidență deosebiri semnificative între cele două zone extreme și zona centrală ; așadar, mărirea distanței dintre lagărul din stînga al șurubului conducător și piulița căruciorului, în timpul efectuării acestei curse, nu are efecte importante asupra răspunsului căruciorului.

3. *În sarcină*, încercările au fost efectuate cu captorul seismic B3 Hottinger, montat pe cărucior, ca și la mersul în gol. Se constată același caracter aleatoriu al factorilor excitatori (fig. 14). Amplitudinea vibrației nu crește însă sensibil deoarece consumul de putere suplimentar introdus de procesul de așchiere este mic față de consumul de putere la mersul în gol. Aspectul vibrogramei se modifică, urmare a interdependențelor diferitelor componente ale sistemului dinamic, interdependențe care nu au făcut obiectul de studiu al acestei lucrări.

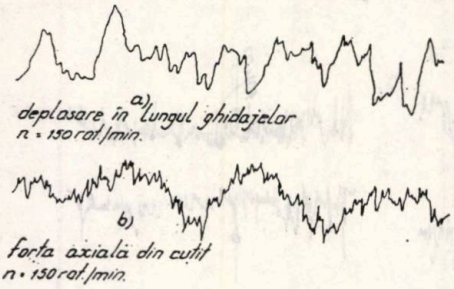


Fig. 14

Concluzii

Mărimea erorilor de pas ale elicei piesei prelucrate depinde de factori de natură cinematică sau dinamică. Cei din urmă sînt legați de amplitudinile mișcărilor vibratorii ale axului principal și ale căruciorului.

Pentru o mașină existentă, literatura de specialitate evidențiază trei mijloace de micșorare a nivelului vibrațiilor : micșorarea energiei surselor de excitație, mărirea capacității de amortizare și mărirea rigidității elementelor constructive. Cercetarea prin excitare armonică a demonstrat că în cazul experimental studiat, cea de a treia cale nu este oportună. Atît excitarea armonică, cît și studiul sistemului elastic la mersul în gol indică drept posibilă cea de a doua cale, iar faptul că frecvența de rezonanță nu se modifică la reglarea turației axului principal permite ca diminuarea amplitudinii vibrațiilor să se facă prin introducerea, pe acest ax, a unui absorbitor dinamic de vibrații, acordat pe frecvența de 5 Hz.

Catedra de rezistența materialelor
Catedra de mașini-unelte și scule
Institutul politehnic "Gheorghe Gheorghiu-Dej" București.

BIBLIOGRAFIE

1. *Botez, E.*, Mașini-unelte. Vol. I : Cinematica, Editura Tehnică, București, 1969
2. *Kudinov, V.A.*, Dinamica mașinilor-unelte. Editura Tehnică, București, 1970.
3. *Radeș, M.*, Metode de rezonanță pentru studiul dinamic al structurilor deformabile. Studii și cercetări de mecanică aplicată, nr. 6, 1973
4. *Catrina, D.*, Contribuții la studiul erorilor lanțului cinematic de filetare al mașinilor-unelte. Teză de doctorat, Institutul Politehnic București, 1975.
5. *Harris, C, Crede, Ch.E.*, Șocuri și vibrații.Editura Tehnică, București vol I și II, 1968—1969.

Experimentelle Untersuchung des elastischen Systemes der normalen Drehbank SN 400 beim Gewindeschneiden

Die experimentelle Untersuchung, welche am elastischen System der normalen Drehbank SN 400 durch harmonische Anregung und während des Leerlaufes vorgenommen wurden, verfolgte die Kontrolle der Linearität des Systems, die Bestimmung des Dämpfungsfaktors und der Schwingungsausschläge an den Enden der kinematischen Kette beim Gewindeschneiden.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SECȚIA MECANICĂ
Tomul XXXIX — 1977. Numărul 1

TEHNOLOGIA CONSTRUCȚIILOR DE MAȘINI

621.568
C.Z.: 621.3.018.8

CONTRIBUTIONS ON VIBRATIONS DAMPING OF MACHINE TOOLS *

I. GHEGHEA, A. GHIONEA

Dans cette ouvrage on présente quelques investigations theriques experimentales sur les performances des amortiseurs actives de type electrodynamique et electrohidraulique. L'éfficacité des amortiseurs actives dépende de la grandeur de la masse auxiliaire et aussi de la phase et de l'amplitude du sygnal de réaction.

On a obtenue et a présenté la dépendence de l'amplitude des vibrations du systeme principal en fonction de la grandeur de la masse auxiliaire et de l'amplification du sygnal de réaction.

L'amortiseur passif construit et étudié par les auteurs donne la possibilité d'augmenter la stabilité de la barre d'alesage quatre fois environ.

Chatter in the cutting process of machine tools has an adverse effect on work surface finish, tool wear and tool life. The chatter amplitude depends on factors like : nature of cutting process, dynamical rigidity of machine tool and tool itself, feed, speed and depth of cut. This makes a very interesting and fdifficult problem from vibrations damping.

Considerable effort has been devoted to the development of techniques to improve dynamic stiffness between tool and workpiece. Thismay be achieved by increasing the level of energy dissipation in the struc ture, either by modifiying the structure directly or by adding a vibration reducing device.

The reducing devices are of two types : active dampers and absorbers (passive dampers).

The behaviour of passive dampers and the conditions for optımum operation have been reported in [1,2]. Investigations on active dampers have been reported in [3,4].

In the above mentioed papers various chatter reducing dampers have been investigated, but have not attained a wide-spread application. The active dampers are too complicated and they need supplementary investigations before being used extensively in industry. The passive dampers do not give a satisfactory vibration reduction over a large frequency band.

This paper presents some results of our investigations into the behaviour of both active and passive dampers. The main system (the system for which vibration reduction is desirable) is in all casse a boring bar. The active dampers have been investigated on a special arrangement

* Manuscript received May 7. 1976.

with the boring bar bolted on a stiff foundation, and the passive damper with the boring bar working on the lathe.

The fundamental requirement on an active damper is that it should be capable of imparting a force to the main system which will resist its motion. This requirement may be satisfied by a control system which processes a signal derivated from the motion of the main system to for which vibration reduction is desirable) is in all casse a boring bar. The active dampers have been investigated on a special arrangement activate a force generator (electro-dynamic, electro-hydraulic or pneumatic force motor) which is connected between the structure to be damped and an auxiliary mass provided inertial reaction.

For the active damper it is important to know the relation between displacement of the auxiliary mass (x) and the displacement of the main system (y) for which the transfer response of the main system has a minimum magnitude.

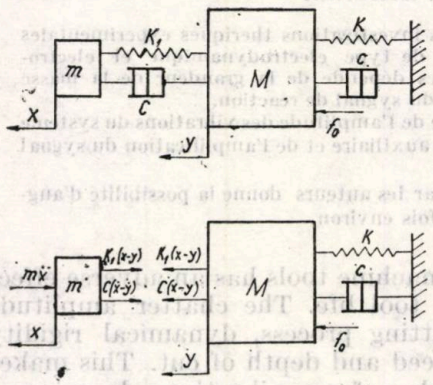


Fig. 1. — Schematic arrangement of the combined system and forces acting on auxiliary mass and main system in absence of force generator

Let's assume that the system to be damped has a transfer function as follows:

$$\frac{Y(s)}{F(s)} = G(s) \tag{1}$$

where $Y(s)$, $F(s)$, $G(s)$ are the Laplace transmofmed variables, y, f and g.

From fig. 1 the damper (auxiliary mass m) euations are:

$$m\ddot{x} + C(\dot{x} - \dot{y}) + K_1(x - y) = 0 \tag{2}$$

$$f_a = C(\dot{x} - \dot{y}) + K_1(x - y) = 0 \tag{3}$$

Laplace transforming equations (2) and (3)

$$(ms^2 + Cs + K_1)X(x) = (Cs + K_1)Y(s) \tag{4}$$

$$F_a(s) = (Cs + K_1) \cdot [X(s) - Y(s)] \tag{5}$$

Applying the damper to the main system the resulting force is:

$$F(s) = F_0(s) + F_a(s) \tag{6}$$

Using equation (6), equation (1) becomes

$$Y(s) = G(s)\,[F_0(s) + Fd(s)] = G(s)\,F_0(s) + G(s)\,F_a(s) \tag{7}$$

Substituting equation (4) into equation (5), $F_a(s)$ will be given in terms of $Y(s)$ by

$$F_a(s) = \frac{-ms^2(K_1 + Cs)}{ms^2 + Cs + K_1} \cdot Y(s) \tag{8}$$

Therefore equation (7) becomes

$$\frac{Y(s)}{F_0(s)} = \frac{G(s)\,(ms^2 + Cs + K_1)}{ms^2 + Cs + K_1 + ms^2\,G(s)\,(Cs + K_1)} \tag{9}$$

Letting $s = j\,\omega$ to get frequency response

$$\frac{Y(j\omega)}{F_0(\omega j)} = \frac{(K_1 - m\omega^2 + C\omega j)\,G(j\omega)}{K_1 - m\omega^2 + C\omega j - G(j\omega)\,m\omega^2(C\omega j + K_1)} \tag{10}$$

The transfer function $\frac{X}{Y}$ is given by equation (4) letting $s = j\omega$.

$$\frac{X(j\omega)}{Y(j\omega)} = \frac{K_1 + C\omega j}{K_1 - m\omega^2 + C\omega j} \tag{11}$$

For the electro-dynamic damper the auxiliary mass m is connected by the main system with a spring, therefore $C = 0$.

Letting $C = 0$ equation (10) and (11) becomes

$$\frac{Y(j\omega)}{F(j\omega)} = \frac{(K_1 - m\omega^2)\,G(j\omega)}{K_1 - m\omega^2 - G(j\omega)\,m\omega^2 K_1} \tag{12}$$

$$\frac{X(j\omega)}{Y(j\omega)} = \frac{K_1}{K_1 - m\omega^2} \tag{13}$$

The numerator of equation (12) will always be zero if $K = m\omega^2$, while the denominator is $G(j\omega)\,m\omega^2 K_1$ a non zero quantity. Therefore the optimum value is $K = m\omega^2$.

From equation (12) it is easily seen that a natural frequency of the main system (ω_p) of less than natural frequency of the auxiliary mass $\left(\omega_p < \sqrt{\frac{K_1}{m}}\right)$ gives 0° shift while $\omega_p > \sqrt{\frac{K_1}{m}}$ gives a 180° pkhase shift.

Therefore $\omega_p = \sqrt{\frac{K_1}{m}}$ requires the phase angle between the damper mass displacement and the displacement of the main system to be equal to 90°. In other words the control signal of the auxiliary mass should be in phase with the velocity of the main system.

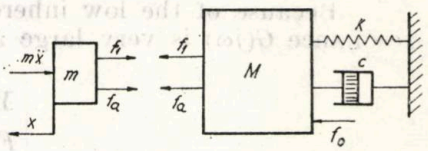


Fig. 2. — The forces acting on the damper and on the main system

For the electro-hidraulic damper the auxiliary mass is connected by the main structure with a damper C. Therefore for $K_1 = 0$ equation (11) becomes

$$\frac{X(j\omega)}{y(j\omega)} = \frac{Cj}{Cj - m\omega} \tag{14}$$

Because $m\omega > C$ the phase angle between x and y is 90°.

In the active dampers the force action works on the auxiliary mass and the main structure (fig. 2).

The force quilibrium acting on the auxiliary mass m and on the main structure gives

$$f_a = - m\ddot{x} - f_1 \tag{15a}$$

$$f = f_0 + f_a + f_1 \tag{15b}$$

where f is the sum of forces acting on the main system.

$f_1 = K_1 (x - y)$ for the electro-dynamic damper

$f_1 = C(\dot{x}_1 - \dot{y})$ for the electro-hydraulic damper

Letting $\ddot{x} = ay$ to obtain a maximum chatter reduction equation (15a) and (15b) gives Laplace transformed for force f.

$$F(s) = F_0(s) - m \cdot a \cdot s \; Y(s) \tag{16}$$

where a is the velocity transducer signal gain.

Using equation (16) and letting $s = j\omega$, equation (1) becomes

$$\frac{Y(j\omega)}{F_0(j\omega)} = \frac{G(j\omega)}{1 + G(j\omega) \cdot m \cdot a \cdot \omega \cdot j} \tag{17}$$

Because of the low inherent damping of the machine tool at the resonance $G(j\omega)$ is very large and equation (17) becomes

$$\left| \frac{Y}{F_0} \right| \approx \frac{1}{m \cdot a \cdot \omega} \tag{18}$$

Equation (18) proves that the chatter amplitude of the main system for an invariable force f_0 is inversely proportional to the valueof the product $ma\,\omega$. Therefore for an invariable ω the best chatter reduction may be achieved by increasing auxiliary mass m and gain of the transducer signal.

In order to confirm the validity of the foregoing observations both electro-dynamic and electro-hydraulic test rings have been constructed and experimental results have been obtained [5,6].

The experiments confirmed that the best results are obtained when the feedback signal is proportional with the velocity of the main system. For the electro-hydraulic damper an electronical equipment for changing phase angle of the feedback signal was necessary because of a supplementary phase shift introduced by servovalve. The electro-dynamic damper does not require change of the phase shift of the control signal.

The results onbtained using electro-hydraulic damper permitted to plot the variation of vibration amplitude of the main system with ratio of the auxiliary mass to mass of the main system (fig. 3).

It is clear, that an increase in mass ratio reduces the resonant amplitude, however, the reduction depends on mass ratio m/M. If $m/M > 0.16$

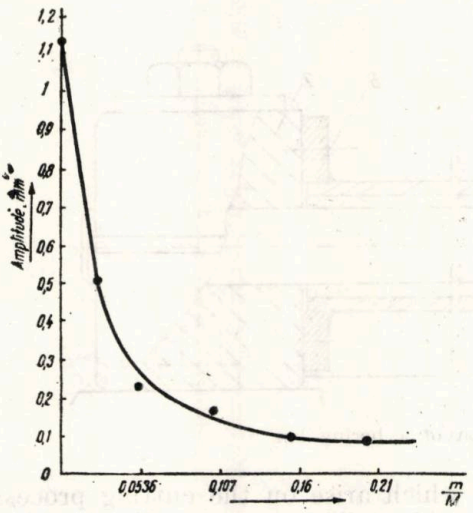


Fig. 3. — Vibration amplitude of the main system as a function of ratio m/M

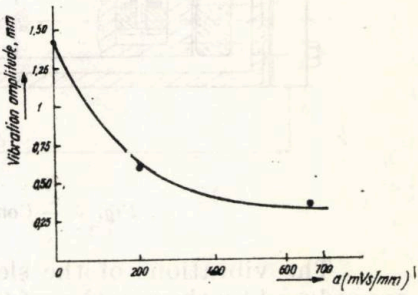


Fig. 4. — Vibration amplitude of the main system as a function of feed-back signal gain

the vibration amplitude is practically constant and represents 1/11 from the amplitude of the main system without damper.

The influence of feedback signal gain on vibration amplitude of the main system for electro-dynamic damper with $m/M = 0.16$ is shown in fig. 4.

It is apparent, that by increasing the control signal gain it is possible to obtain an important improvement in the stability of the main system. There is a limit for which increasing in signal gain does not give a significant improvement in vibration damping.

Comparison of both active dampers constructed and experimented by the authors shows that the best results give the electro-hydraulic dampers. The main advantage of this damper is its small size which permits to fix it to almost all parts of machine tool. At the same time using a small auxiliary mass, it is possible to obtain a good damping for a not very high signal gain.

The complexity of active dampers does not permit, this time, a very large use in working conditions of the industry. For this reason, we constructed and texted a passive damper, with the purpose to reduce chatter of the boring bar.

The general arrangement of the boring bar and the passive damper is shown in fig. 5.

The boring bar is composed of a sleeve 2 stiff fixed on the tool holder 6, and carried the boring tool 5. Inside the sleeve is the bar 1 which is also fixed on the tool holder 6. The sleeve 2 and bar 1 are connected by damper 3. Increasing in the friction of the damper is achieved by compression of the rubber piston 3. The auxiliary mass 4 is fixed on the bar 1. The ratio of the boring bar lentgth to its outside diameter is 8.1.

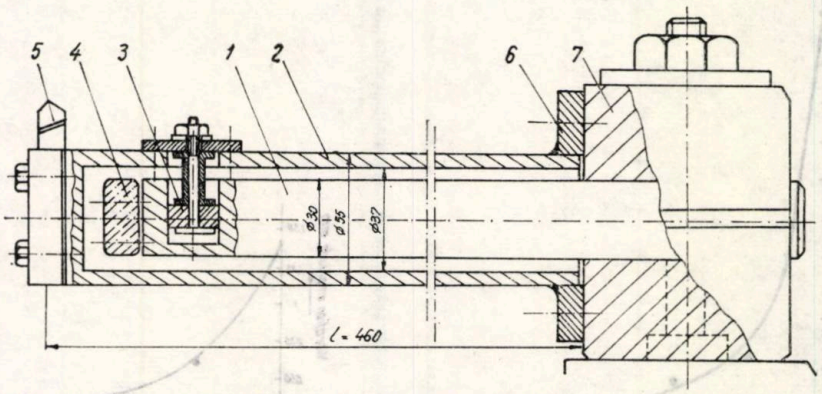


Fig. 5. — Construction of a boring bar

The vibrations of the sleeve 2 which arise on the cutting process are reduced by the reaction of the bar and auxiliary mass 4. The damping constant of the damper 3 should have thus magnitude that the two parts of the boring bar (1 and 2) do not have a stiff connection.

By comparison purpose an usual boring bar with the same length and outside diameter has been constructed. Both boring bars have been tested on turning operation on 120 mm diameter steel (OLC45) bar. The auxiliary mass 4 weighs 1.8 kgf.

The dependence of critical depth of cut (depth of cut for which instability occurs) on feed, for boring bar with damper (t_{la}) and usual bar (t_{fa}) is shown in fig. 6. In the same figure is also shown the ratio t_{la}/t_{fa} plotted against feed.

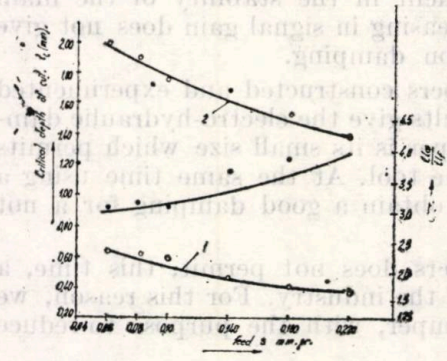


Fig. 6.—Critical depth of cut (t_{la}, (1) t_{fa} (2) and t_{la}/t_{fa} as a function of the cutting feed

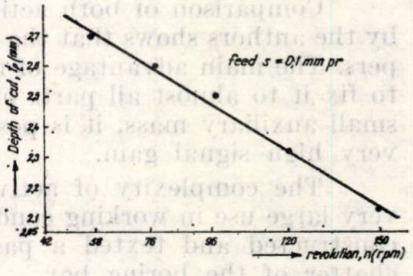


Fig. 7. — Critical depth of cut as a function of the workpiece revolution

For both bars, the critical depth of cut decreases liniary with increase of feed. The ratio t_{la}/t_{fa} increases from 3 at $s = 0.06$ mmpr to 4.5 at $s = 0.22$ mmpr.

În fig. 7 is shown the variation of the critical depth of cut with a number of revolutions of a 80 mm diameter steel bar.

Increase in workpiece revolution gives a decrease in the critical depth of cut. Comparison of curve 1 (fig. 6) and curve from fig. 7 shows that a reduction in workpiece diameter gives an increase in critical depth of cut

Conclusions

In this paper the authors presents some results obtained with both activeand pssive dampers.

The active dempers offer substantial improvement in dynamic stability of machine tools. At the same time this kind of dampers are too complicated, and a substantial investment is necessary to introduce them into industry.

The passive damper described in this paper is more economical. Using a boring bar equipped with this damper it is possible to grow the depth of cut about four times.

Machine Tools and Tools Department
Polytechnical Institutit „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucharest

REFERNCES

1. *Kobelev, .M.* — Mnogomassoviie vibrogasiteli dlea tocinogo rastacivania consolnimi boş tangami. Stanki i instrument nr. 5, 1969
2. *Deliege, J.* — L'alésage avec barres élancées munies d'absorbtion dynamique. Revue Mécanique, aug., 1962
3. *Bonesho, J., Bollinger, J.G.* — Theory and Design of Self-optimising Damper. Mach. Tool Des. and Res., 1966
4. *Nachtigal, C.* — Design of a Force Feedback Chatter Control System. ASM Paper No. 71 — Aut — B.
5. *Gheghea, I.* — Contribuţii la studiul unui amortizor activ de vibraţii pentru maşini unelte. Construcţia de Maşini 25 (1973), nr. 10
6. *Gheghea, I.* — Contribuţii la studiul unui amortizor electrohidraulic de vibraţii pentru maşini unelte. Mecanica aplicată, nr. 4, 1974.

Contribuţii cu privire la amortizarea vibraţiilor maşinilor unelte

În această lucrare se prezintă unele cercetări teoretice şi experimentale asupra performanţelor amortizorilor activi de tip electrodinamic şi electrohidraulic. Eficienţa amortizorilor activi depinde de mărimea masei auxiliare şi de faza şi amplitudinea semnalului de reacţie.

Este obţinută şi prezentată dependenţa amplitudinii vibraţiilor sistemului principal funcţie de mărimea masei auxiliare şi amplificarea semnalului de reacţie.

Amortizorul pasiv construit şi cercetat de autori permite să se mărească stabilitatea barei de alezat de aproximativ patru ori.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SECȚIA MECANICĂ
Tomul XXXIX — 1977. Numărul 1

C.Z.: 621.924

CONTRIBUȚII PRIVIND STUDIUL COMPONENTELOR FORȚEI DE AȘCHIERE. CU AJUTORUL MATRICELOR

C. DUMITRAȘ, C. MILITARU

În lucrare se prezintă matricele pentru calculul mărimii componentelor forțelor de așchiere, la strunjire și ecuațiile analitice pentru determinarea mărimii eforturilor unitare normale și tangențiale care acționează în planul de forfecare a așchiei, formate sub acțiunea sculei așchietoare.

Stabilirea expresiilor matematice pentru determinarea componentelor forței de așchiere în funcție de caracteristicile fizico-mecanice ale materialului prelucrat, parametri geometrici ai sculei și regimul de așchiere, constituie o problemă de mare actualitate și preocupă un mare număr de cercetători.

Rezultatele unor cercetări /1, 2, 3, 4/, privind procesul formării așchiei la strunjire, frezare, rabotare etc., au condus la emiterea unui mare număr de ipoteze, care de cele mai multe ori sînt controversate.

Cercetările mai recente /5, 6/ arată că transformarea adaosului de prelucrare în așchie, la strunjire cilindrică exterioară, are loc în condițiile unor deformări elasto-plastice volumetrice, iar cantitatea de căldură din zona de formare a așchiei, dezvoltată în timpul așchierii, nu depășește temperatura de oxidare. Prin urmare, procesul de formare a așchiei are loc în mod similar cu acela al prelucrărilor prin deformare la rece care se desfășoară în condițiile respectării legii constantei volumului, legii rezistenței minime, legii Huber-Mises etc.

Din analiza stării de eforturi unitare ale unui volum elementar $OABCC'B'A'O'$ (fig. 1) conținut în planul de forfecare, din zona de transformare a stratului de metal în așchie, rezultă că mărimea componentelor forței de așchiere depinde de valoarea eforturilor unitare normale σ și tangențiale τ, precum și de elementele care influențează poziția planului de forfecare.

Ecuațiile pentru calculul mărimii componentelor de așchiere, în funcție de elementele menționate, se determină cu ajutorul sistemului de coordonate $oxyz$ prezentat în fig. 2, care în urma rotirilor succesive în jurul axei oz, ox și oy ocupă poziția $ox''y''z''$.

În condițiile pentru care unghiurile γ și λ sînt mici, matricea forței de așchiere capătă expresia:

$$\|F\| = \|\sigma\| \cdot \|A\| \cdot \|T\| \ [\mathrm{da}N] \qquad (1)$$

Manuscris predat redacției la data de 14 aprilie 1975

în care :

$\|\sigma\|$ — reprezintă matricea eforturilor unitare normale și tangențiale sub acțiunea cărora se formează elementul de așchie ;

$\|A\|$ — matricea ariilor elementare ale elementului de așchie indicat în figura 1 ;

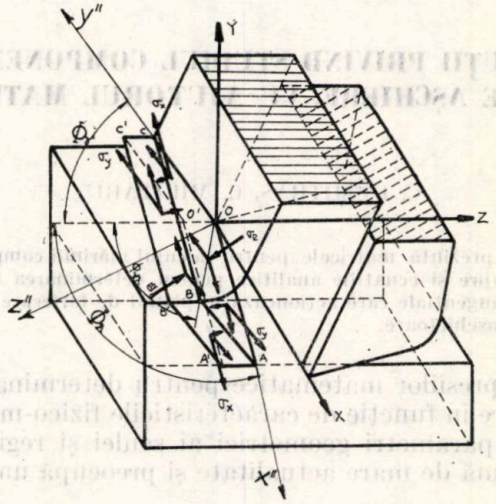


Fig. 1

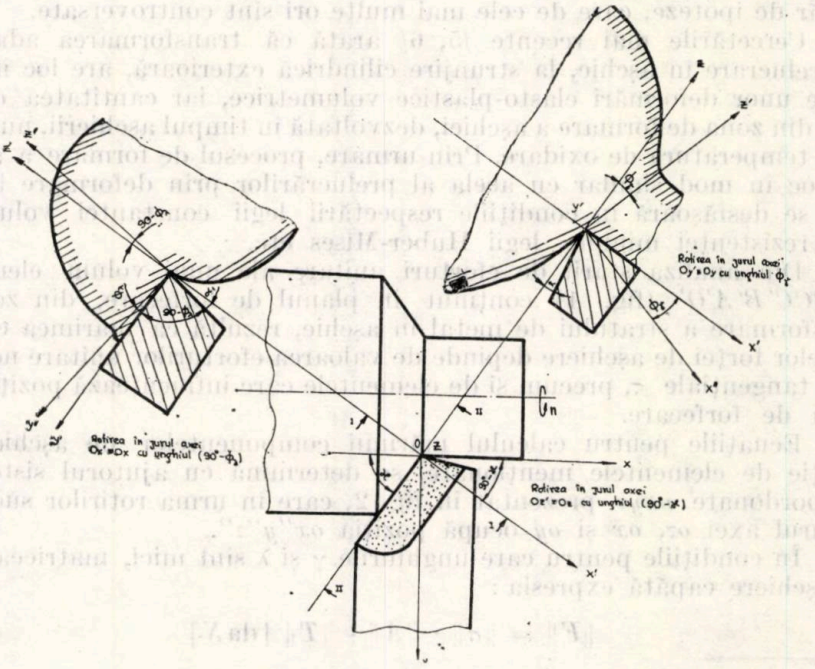


Fig. 2

$\|T\|$ — matricea de transformare a unghiurilor care fac legătura dintre starea inițială și finală a sistemului de coordonate *oxyz*.

În urma dezvoltării relației (1), rezultă ecuațiile generale pentru calculul componentelor forței de așchiere.

$$F_x = (\sigma_x A_x + \tau_{xy} A_y + \tau_{xz} A_z) \sin \varkappa \cos \Phi_\alpha \tag{2}$$

$$F_y = (\tau_{yx} A_x + \sigma_y A_y + \tau_{yz} A_z)(\sin \varkappa \sin \Phi_\alpha \cos \Phi_\lambda - \cos \varkappa \sin \Phi_\lambda) \tag{3}$$

$$F_z = (\tau_{zx} A_x + \tau_{zy} A_y + \sigma_z A_z)(\cos \varkappa \cos \Phi_\lambda - \sin \varkappa \sin \Phi_\alpha \sin \Phi_\lambda) \tag{4}$$

în care :

A_x, A_y, A_z — reprezintă aria suprafețelor elementare a elementului de așchie considerat (fig. 1);

$\varkappa$ — unghiul principal de atac al tăișului sculei;

Φ_α — unghiul de alunecare (forfecare) al elementului de așchie, după direcția normală la tăișul sculei;

Φ_λ — unghiul de alunecare (forfecare) al elementului de așchie, de-a lungul tăișului sculei;

σ_x, σ_y, σ_z — reprezintă eforturile unitare normale principale de solicitare al elementului de așchie (fig. 1) și se pot determina cu ajutorul relațiilor :

$$\sigma_y = D \frac{k'_a (\mu - 1) - \mu (k'_b + k'_l)}{2\mu^2 + \mu - 1}; \tag{5}$$

$$\sigma_y = D \frac{k'_b (\mu - 1) - (k'_a + k'_l)}{2\mu^2 + \mu - 1}; \tag{6}$$

$$\sigma_z = D \frac{k'_l (\mu - 1) - \mu (k_a + k'_b)}{2\mu^2 + \mu - 1}; \tag{7}$$

unde :

k'_a, k'_b și k'_l — reprezintă coeficientul specific de tasare a așchiei după grosime, lățime și lungimea acesteia și se determină pe cale experimentală;

D — modulul de plasticitate al materialului prelucrat și se găsește în manualele de specialitate, pentru fiecare material;

μ — coeficientul de frecare al materialului prelucrat și capătă valori cuprinse între 0,55 și 0,95 pentru un oțel cu 0,6%C.

Cunoscîndu-se mărimea eforturilor unitare normale principale se pot determina, cu ajutorul cercului lui Mohr (fig. 3), valorile eforturilor unitare de forfecare τ_{xy}, τ_{yz} și τ_{zx}.

Mărimea unghiurilor de forfecare Φ_α și Φ_λ se poate determina, de asemenea, cu ajutorul cercului lui Mohr (fig. 4) care se poate construi foarte simplu atunci cînd cunoaște mărimea tasărilor specifice k'_a, k'_b și k'_l ale așchiei.

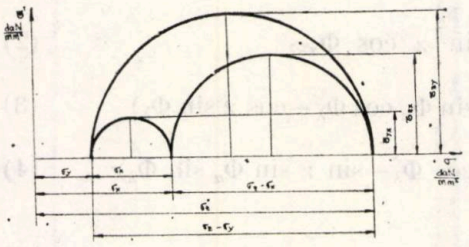


Fig. 3

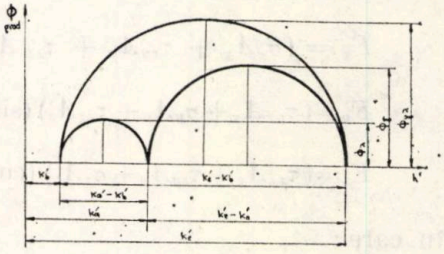


Fig. 4

Expresiile ecuațiilor 2...3 se pot pune sub forma :

$$F_x = C_x \sin \varkappa \cos \Phi_\gamma \tag{8}$$

$$F_y = C_y (\sin \varkappa \sin \Phi_\gamma \cos \Phi_\lambda - \cos \varkappa \sin \Phi_\lambda) \tag{9}$$

$$F_z = C_z (\cos \varkappa \cos \Phi_\lambda - \sin \varkappa \sin \Phi_\gamma \sin \Phi_\lambda) \tag{10}$$

în care :

$C_z > C_y > C_x$ — reprezintă suma produselor dintre ariile elementare A_x, A_y, A_z și tensorul eforturilor unitare σ_x, σ_y, σ_z și tangențiale τ_{xy}, τ_{yz}, τ_{zx}.

Analizîndu-se variația componentelor forței de așchiere în raport cu unghiul principal de atac $\varkappa$ și unghiul de forfecare ale elementului de așchie Φ_α și Φ_λ rezultă următoarele :

— în deplină concordanță cu literatura de specialitate, se constată, că pentru unghiuri principale de atac crescătoare componenta principală F_z și cea radială F_y scad în timp ce componenta axială F_x crește (fig. 5).

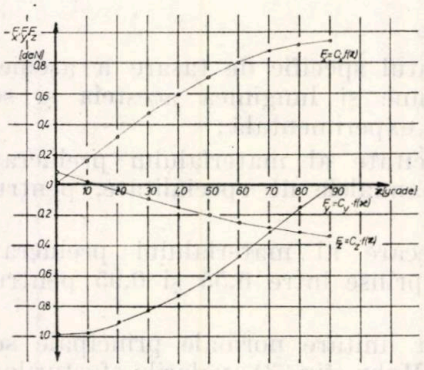


Fig. 5

Curbele prezentate în figura 5 corespund tuturor procedeelor de prelucrări mecanice prin strunjire, frezare, rabotare, broșare, găurire etc., deoarece, în funcție de procedeul folosit, unghiul principal de atac capătă diferite valori. Ele dau o imagine concludentă asupra modului de variație a mărimii componentelor forței de așchiere la diversele procedee de prelucrare și arată starea de solicitare a stratului de metal așchiat ;

— urmărindu-se variația componentelor forței de așchiere în raport

cu unghiurile de forfecare Φ_γ și Φ_λ (fig. 6 și 7) se constată că mărimea componentei principale F_z tinde să scadă pe măsură ce unghiurile de forfecare Φ_γ și Φ_λ cresc.

Curbele aparținînd variației componentei radiale de așchiere F_y în raport cu unghiurile menționate arată că aceasta rămîne aproape inva-

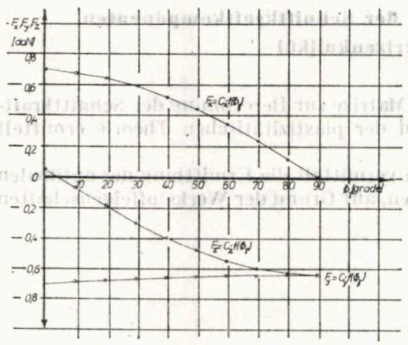


Fig. 6

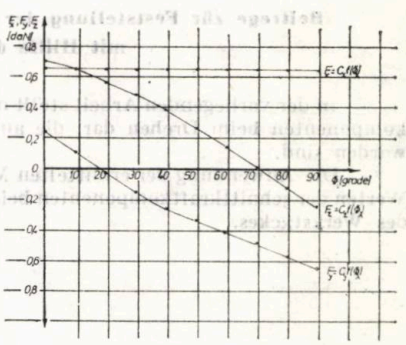


Fig. 7

riabilă pentru valori crescătoare ale unghiului Φ_γ (fig. 6) și scade pe măsură ce unghiul Φ_λ crește (fig. 7). Din figurile 6 și 7 mai rezultă că pentru unghiuri crescătoare ale unghiului Φ_λ, componenta axială de așchiere F_x rămîne invariabilă în timp ce pentru unghiuri Φ_γ crescătoare, aceasta capătă valori crescătoare.

Concluziile menționate mai sus sînt confirmate de rezultatele experimentale obținute de către un mare număr de cercetători și, prin relațiile de legătură dintre unghiurile de forfecare a elementului de așchie și unghiul de degajare și de înclinare al tăișului sculei, se pot stabili valorile optime pentru principalii parametri geometrici ai sculei așchietoare pentru care mărimea componentelor forței de așchiere capătă valori minime.

Catedra de tehnologia construcției de mașini
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Duca, Z.* — Bazele teoretice ale prelucrărilor pe mașini unelte, Editura didactică și pedagogică, București, 1969.
2. *Okușima, K., Hitomi, K* — An Analysis of the Mecanism of Ortogonal Cutting and its Application to Discontinous Chip Formation, ASME paper Nr. 60—WA—79.
3. *Lee, E.H., Schaffer, B.W.* — The Theory of Plasticity, Applied to a Problem of Machining, Journal of Applied Mechanics Transp. ASME 75/1951
4. *Corev, W.N.* — Internationale Zersspanungstagung 1969 in Aachen 13 Forschungsbereicht. Diskussion : Zusammenhang zwischen Schinttkraft, Spanibildung und Verschleiss. W. Girerdet 1959.
5. *Furrer, J.C.* — Analytical Study of the Deformation of the Polycrystlline Network During Metal Cutting. Publication presented before the General Assembly of the interna-

tional College for Scientific Research of Mechanical Production Technology Geneva 1969.

6. *Dumitraş, C., Aelenei, M.* — Consideraţii privind aplicarea teoriei plasticităţii la aşchierea metalelor. Comunicare la prima Conferinţă naţională de maşini unelte a Institutului politehnic Bucureşti, 26—27 aprilie, Bucureşti, 1974.

Beitrege zür Feststellung der Grösse der Schnittkraftkompdnenten mit Hillfe der Matrizenkallkül

In der vorliegenden Arbeit stellt man die Matrize zur Berechnung der Schnittkraftkomponenten beim Drehen dar, die auf Grund der plastizitätischen Theorie ermittelt worden sind.

Die Anwendung der ermittelten Matrizen vermittelt die Ermittlung der optimalen Werten der schnittkraftkomponenten beim Drehen, auf Grund der Werkstoffeigenschaften des Werkstxckes.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SECȚIA MECANICĂ
Tomul XXXIX — 1977. Numărul 1

MAȘINI – UNELTE ȘI SCULE

C.Z. :62—522.004.2

ÎNCERCAREA SIMULTANĂ LA FIABILITATE A POMPELOR ȘI MOTOARELOR HIDRAULICE ROTATIVE

A. OPREAN, AL. DORIN

În lucrare se prezintă o metodă de încercare simultană la fiabilitate a unui număr de pompe și motoare hidraulice rotative (n> 2). Metoda permite scurtarea substanțială a duratei de încercare la fiabilitate a acestor elemente hidraulice.

Determinarea indicilor de siguranță în funcționare ai pompelor și motoarelor hidraulice rotative prezintă o deosebită importanță, dar necesită foarte mult timp în general.

În literatura de specialitate se indică doar modul de determinare al durabilității acestor mașini hidraulice. Încercările de durabilitate, de regulă, se fac pe standuri cu recircularea puterii întrucît pierderile de energie sînt minime.

Durabilitatea pompelor hidrostatice se determină ca fiind durata de lucru în decursul căreia randamentul volumic al acestora nu scade sub o valoare limită stabilită. Valoarea minimă a lui η_v, de exemplu, pentru pompele cu roți dințate variază între 0,6 și 0,75 în funcție de tipul instalației în care lucrează [1].

Durabilitatea pompelor și motoarelor hidraulice poate fi de asemenea evaluată în funcție de durata de funcționare a unor elemente componente ca de exemplu : elemente de distribuție, lagăre, pistonașe, roți dințate etc.

La încercările de durabilitate o foarte mare importanță o are relevarea uzurii diferitelor elemente ale pompelor și motoarelor. Pentru aceasta în timpul încercării se fac controale periodice ale pompelor demontate. Se măsoară dimensiunile elementelor principale și se determină astfel uzura în funcție de timpul de lucru și regimul de încercare.

Înainte de începerea încercărilor se face rodarea intensă a pieselor și de aceea la încercările de durată (circa 5000 h) primele măsurări se fac după 100—200 h. Apoi intervalul de timp dintre demontări se mărește și se stabilește la 1000—2000 h.

Dacă durabilitatea pompelor hidraulice în regim nominal este de 5000 h, atunci timpul de încercare pentru acest regim este de circa 10 luni (20 ore din zi și 25 de zile pe lună). Ținînd seama de reglarea standului, rodajul pompelor, ridicarea caracteristicilor, demontări de probă și măsurarea dimensiunilor pieselor, durata acestor încercări necesită

Manuscris predat redacției la data de 28 noiembrie 1975

nu mai puțin de un an. De aceea pentru a micșora această durată, este de dorit să se efectueze încercări la fiabilitate în regim accelerat. Astfel dacă presiunea va fi mărită cu 50% față de cea nominală, atunci durata încercărilor se va micșora de 5—6 ori [1].

În lucrările [1, 2, 3, 4] sînt prezentate schemele unor standuri de încercare pentru determinarea durabilității pompelor în regim normal sau accelerat. În toate aceste scheme numărul elementelor hidraulice încercate este maximum doi, o pompă și un motor hidraulic rotativ. Ținînd seama de faptul că pentru stabilirea cu precizie cît mai mare a indicilor de siguranță în funcționare sînt necesare un număr cît mai mare de elemente [5], efectuarea determinărilor pe asemenea standuri chiar în regimuri accelerate, consumă foarte mult timp.

În scopul scurtării duratei de încercare la fiabilitate în lucrare se prezintă o metodă de încercare simultană a unui număr mai mare decît doi a unor pompe și motoare hidraulice rotative de același tip.

Încercările se fac pe un stand (fig. 1) care se compune din motorul electric 1 care antrenează pompa hidraulică 2. Uleiul refulat de pompa 2 este folosit pentru alimentarea motorului hidraulic rotativ 2 care la rîndul lui antrenează pompa hidraulică 4 și așa mai departe. În componența standului intră supapele de siguranță 5, filtrele 6, droselul 7 pentru reglarea presiunii la care se fac încercările, traductoarele de debit 8 și de moment 9, aparatura de înregistrare a debitului și a momentului.

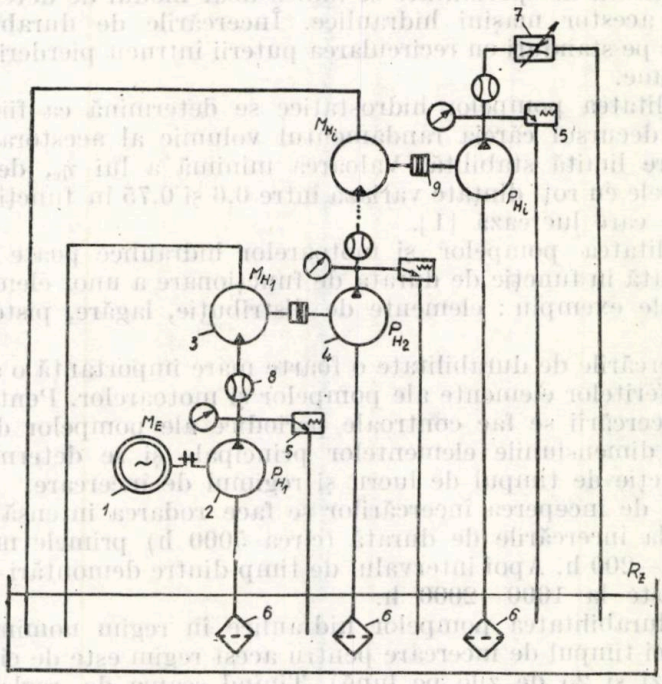


Fig. 1

Pentru realizarea standului este necesar să se determine numărul de pompe și de motoare hidraulice rotative identice care pot fi încercate

simultan. În acest scop se consideră expresiile randamentului total al unei pompe și respectiv al unui motor hidraulic rotativ [6].

$$\eta_{t\cdot P} = \frac{P_{xeP}}{P_{xiP}} = \frac{Q_{ef\cdot P}\cdot \Delta p_P}{\omega_P \cdot M_P} \tag{1}$$

$$\eta_{t\cdot M} = \frac{P_{xeM}}{P_{xiM}} = \frac{\omega_M \cdot M_{ef\cdot M}}{Q_{\text{cons}\,M}\cdot \Delta p_M} \tag{2}$$

în care P_{xeP} sau P_{xeM} reprezintă puterea efectivă a mașinii hidraulice iar P_{xiP} sau P_{xiM} — puterea consumată pentru acționarea mașinii hidraulice de tip pompă sau motor;

$Q_{ef\cdot P}$ și Δp_P sînt debitul efectiv și diferența dintre presiunea de refulare și presiunea de aspirație în pompă iar ω_P și M_P viteza unghiulară și momentul de torsiune la arborele pompei; $Q_{\text{cons}\,M}$ și Δp_M sînt debitul consumat de motor și respectiv diferența dintre presiunea la intrare și presiunea la ieșire din motor iar ω_M și $M_{ef\cdot M}$ sînt viteza unghiulară și momentul dezvoltate de motorul hidraulic rotativ.

Pentru ca standul conceput să funcționeze este necesar ca momentul ($M_{ef\cdot Mi}$) dat de motorul hidraulic M_i să fie egal cu momentul necesar pentru antrenarea pompei $P_i(M_{Pi})$.

$$M_{ef\cdot Mi} = M_{Pi} \tag{3}$$

Ținînd seama de aceasta se poate scrie:

$$\begin{cases} M_{ef\cdot Mi} = M_{Pi} \\ M_{ef\cdot Mi-1} = M_{Pi-1} \\ M_{ef\cdot Mi-2} = M_{Pi-2} \\ \vdots \\ M_{ef\cdot M_2} = M_{P_2} \end{cases} \tag{4}$$

Din expresiile (1) și (2) se obține:

$$M_P = \frac{Q_{ef\cdot P}\cdot \Delta p_P}{\omega_P \cdot \eta_{t\cdot P}} \tag{5}$$

$$M_{ef\cdot M} = \frac{Q_{\text{cons}\cdot M}\cdot \Delta p_M \cdot \eta_{tM}}{\omega_M} \tag{6}$$

Ţinînd seama de expresiile (5) şi (6) sistemul (4) se poate scrie astfel :

$$\begin{cases} \dfrac{Q_{\text{cons}\,M_i}\cdot\Delta p_{M_i}\cdot\eta_{tM_i}}{\omega_{M_i}} = \dfrac{Q_{efP_i}\cdot\Delta p_{P_i}}{\omega_{P_i}\cdot\eta_{tP_i}} \\ \dfrac{Q_{\text{cons}\,M_{i-1}}\cdot\Delta p_{M_{i-1}}\cdot\eta_{tM_{i-1}}}{\omega_{M_{i-1}}} = \dfrac{Q_{ef\cdot P_{i-1}}\cdot\Delta p_{P_{i-1}}}{\omega_{P_{i-1}}\cdot\eta_{tP_{i-1}}} \\ \dfrac{Q_{\text{cons}M_{i-2}}\cdot\Delta p_{M_{i-2}}\cdot\eta_{tM_{i-2}}}{\omega_{M_{i-2}}} = \dfrac{Q_{efP_{i-2}}\cdot\Delta p_{P_{i-2}}}{\omega_{P_{i-2}}\cdot\eta_{tP_{i-2}}} \\ \vdots \\ \dfrac{Q_{\text{cons}\,M_2}\cdot\Delta p_{M_2}\cdot\eta_{tM_2}}{\omega_{M_2}} = \dfrac{Q_{ef\cdot P_2}\cdot\Delta p_{P_2}}{\omega_{P_2}\cdot\eta_{tP_2}} \end{cases} \tag{7}$$

Avînd în vedere că

$$\begin{cases} Q_{\text{cons}\,M_i} = Q_{efP_{i-1}} \\ Q_{\text{cons}M_{i-1}} = Q_{efP_{i-2}} \\ Q_{\text{cons}M_{i-2}} = Q_{efP_{i-3}} \\ \vdots \\ Q_{\text{cons}M_2} = Q_{ef\cdot P_1} \end{cases} \tag{8}$$

şi că

$$\begin{cases} \omega_{M_i} = \omega_{P_i} \\ \omega_{M_{i-1}} = \omega_{P_{i-1}} \\ \omega_{M_{i-2}} = \omega_{P_{i-2}} \\ \vdots \\ \omega_{M_2} = \omega_{P_2} \end{cases} \tag{9}$$

prin înmulţirea relaţiilor (7) se obţine :

$$Q_{efP_1}\cdot\Delta p_{M_i}\cdot\Delta p_{M_{i-1}}\cdots\Delta p_{M_2}\cdot\eta_{tM_i}\cdot\eta_{tM_{i-1}}\cdots\eta_{tM_2} = \frac{Q_{efP_i}\cdot\Delta p_{P_i}\cdot\Delta p_{P_{i-1}}\cdots\Delta p_{P_2}}{\eta_{tP_i}\cdot\eta_{tP_{i-1}}\cdots\eta_{tP_2}} \tag{10}$$

sau

$$Q_{ef\cdot P_1}\cdot\prod_{i=2}^{n}\Delta p_{M_i}\cdot\eta_{tM_i} = Q_{efP_i}\,\frac{\prod_{i=2}^{n}\Delta p_{P_i}}{\prod_{i=2}^{n}\eta_{tP_i}} \tag{11}$$

de unde rezultă :

$$Q_{efP_1} = Q_{efP_i} \frac{\prod_{i=2}^{n} \Delta p_{P_i}}{\prod_{i=2}^{n} \eta_{tP_i} \prod_{i=2}^{n} \Delta p_{M_i} \cdot \eta_{tM_i}} \tag{12}$$

Puterea necesară antrenării standului va fi :

$$P_s = \frac{Q_{efP_1} \cdot \Delta p_{P_1}}{612\ \eta_{tP_1}} \tag{13}$$

sau ţinînd seama de relaţia (12)

$$P_s = \frac{Q_{ef \cdot P_i} \cdot \Delta p_{P_1} \prod_{i=1}^{n} \Delta p_{P_i}}{612\ \eta_{tP_1} \prod_{i=2}^{n} \eta_{tP_i} \prod_{i=2}^{n} \Delta p_{M_i} \cdot \eta_{tM_i}} \tag{14}$$

sau

$$P_s = \frac{Q_{ef \cdot P_i} \prod_{i=1}^{n} \Delta p_{P_i}}{612 \prod_{i=1}^{n} \eta_{tP_i} \prod_{i=2}^{n} \Delta p_{M_i} \cdot \eta_{tM_i}} \tag{15}$$

Relaţia (15) este relaţia generală de calcul a puterii necesare pentru antrenarea standului. Se observă că aceasta depinde de debitul efectiv al ultimei pompe antrenate, de pierderile de presiune în pompele şi motoarele din stand, precum şi de randamentele totale ale acestor maşini hidraulice.

În cazul teoretic dacă se presupune că $\Delta p_{P_i} = \Delta p_{M_i}$ relaţia (15) se simplifică :

$$P_s = \frac{Q_{ef \cdot P_i} \cdot \Delta p_{P_1}}{612\ \eta_{tP_1} \prod_{i=2}^{n} \eta_{tP_i} \cdot \eta_{tM_i}} \tag{16}$$

în care

$$\eta_t = \eta_v\ \eta_m \tag{17}$$

iar

$$Q_{ef \cdot P_i} = Q_{T_i} \cdot \eta_{V_i} \tag{18}$$

deci

$$P_s = \frac{Q_{Ti} \cdot \eta_{Vi} \cdot \Delta p_{Pi}}{612 \ \eta_{tP_1} \cdot \prod_{i=2}^{n} \eta_{tP_i} \cdot \eta_{tM_i}} \tag{19}$$

Dacă se presupune că:

$$\eta_{tP_i} = \eta_{tM_i} = \eta_{it}$$

atunci relaţia (19) devine

$$P_s = \frac{Q_{Ti} \cdot \eta_{Ti} \cdot \Delta p_P}{612 \ \eta_t \prod_{i=2}^{n} \eta_{it}^2} \tag{20}$$

sau înmulţind şi împărţind relaţia cu η_t

$$P_s = \frac{Q_{Ti} \cdot \eta_{Vi} \cdot \eta_t \cdot \Delta p_{P_1}}{612 \ \eta_{it}^{2n}} = \frac{Q_{Ti} \cdot \eta_{it}^2 \cdot \Delta p_{P_1}}{612 \ \eta_m \ \eta_{it}^{2n}} = \frac{Q_{Ti} \cdot \Delta p_{P_1}}{612 \ \eta_{it}^{2(n-1)} \cdot \eta_m} \tag{21}$$

Pentru a vedea cîte pompe şi motoare hidraulice este raţional şi economic să fie încercate cu un asemenea stand, simultan, se consideră ca pentru un anumit tip de pompe şi motoare hidraulice rotative expresia:

$$C = \frac{Q_{Ti} \cdot \Delta p_{Pi}}{612 \ \eta_m}$$

este constantă şi deci

$$P_s = \frac{C}{\eta_{it}^{2(n-1)}} \tag{22}$$

Valorile randamentului total pentru pompele şi motoare.e rotative cu roţi dinţate este de 0,6...0,8, pentru pompele şi motoarele cu pistonaşe radiale de 0,7...0,9 pentru pompele şi motoarele cu pistonaşe axiale de 0,95. În tabelul 1 sînt date cîteva din valorile calculate ale puterii de antrenare a standului de încercare simultană la fiabilitate, pentru valori semnificative ale randamentului total ale diferitelor pompe şi motoare hidraulice

Din calculele efectuate şi din tabelul 1 rezultă că cu cît randamentul total al maşinii hidraulice este mai mare, cu atît numărul de elemente ce pot fi încercate simultan este mai mare pentru o aceeaşi putere a motorului electric de antrenare 1.

În cazul pompelor şi motoarelor hidraulice cu roţi dinţate cu $\eta_t = 0{,}8$ pentru $n = 2$ (adică $n = 2$ pompe şi $n - 1 = 1$ motor hidraulic rotativ) se pot încerca simultan 3 maşini hidraulice puterea standului crescînd cu

50 % față de încercarea unei singure pompe ($n = 1$); iar în cazul pompelor și motoarelor cu pistonașe axiale cu $\eta_{it} = 0{,}95$, se pot încerca (pentru $n = 4$) 4 pompe și 3 motoare care necesită o putere de 1,36 ori mai mare decît pentru cazul $n = 1$ pompă.

Tabelul 1

	Pompe și motoare cu roți dințate: $\eta_v = 0{,}8$			Pompe și motoare cu pistonașe radiale: $\eta_v = 0{,}9$					Pompe și motoare cu pistonașe axiale: $\eta_v = 0{,}95$							
n	1	2	3	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	6	7	8
P_s	C	1,56C	2,44C	C	1,23C	1,54C	1,88C	2,33C	C	1,11C	1,24C	1,36C	1,5	1,67C	1,85C	2,04C

Încercările pentru determinarea indicilor de fiabilitate ai pompelor și motoarelor hidraulice rotative se fac conform metodelor prezentate în [2, 4]. De exemplu, pentru pompele la care debitul variază liniar în funcție de timp și condițiile de funcționare, încercările de determinare a indicilor de fiabilitate se fac în regim accelerat, înregistrîndu-se timpii (t_{ace}) după care debitul pompelor scade sub valoarea limita Q_l(fig. 2).

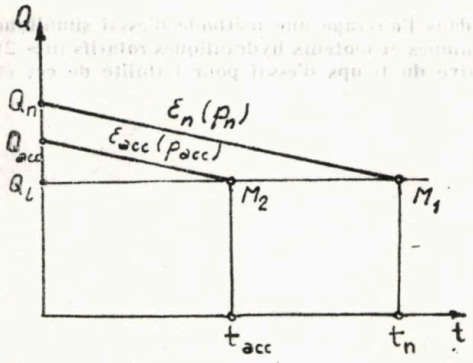


Fig.2

Durata medie de funcționare fără defecțiuni a acestor pompe în regim normal se determină în acest caz cu formula:

$$t_n = t_{ace} \frac{Q_n - Q_l}{Q_{acc} - Q_l}$$

în care Q_n reprezenta valoarea inițială (la $t = 0$) a debitului în regim normal, iar Q_{acc} debitul inițial în regim accelerat.

Numărul total de elemente hidraulice care se încearcă pentru stabilirea indicilor de fiabilitate este funcție de precizia de calcul dorită [4,6]

În concluzie metodica prezentată de încercare simultană la fiabilitate a pompelor și motoarelor rotative reduce substanțial timpul de încercare precum și consumul de energie electrică.

Catedra de mașini-unelte și scule
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Ponomarenko, I .,* . Ispitanie ghidroperedacii. Mașinostroenie, Moscova, 1969
2. *Komarov, A.A.*, Nadejnostii ghidravliceskih sistem Mașinostroenie, Moscova, 1969
3. *Sevcenco, V. .,Bether, V.N., Lapotko, O.P.*, — Uskorenie resursnie ispitaniia nasosov stanocinîh sistem în : Vestnik mașinostroeniia, nr. 6, 1974.
4. *Dorin, Al. .*, Contribuții la studiul siguranței în funcționare a elementelor sistemelor hidraulice de acționare ale mașinilor-unelte. Rezumatul tezei de doctorat, București, 1975.
5. *Oprean, A., Dorin, Al. ., Ionescu Fl.* Contribuții la studiul siguranței în funcționare a sistemelor hidrostatice ale mașinilor-unelte. În : Prima Conferință Națională de mașini-unelte, București, aprilie 1974.
6. *Basta, T.M.* Obiemnie nasosî i ghidravliceskie dvigatelii ghidrosistem, Moscova, Mașinostroenie, 1974.

Essai simultané pour fiabilité des pompes et des moteurs hidrauliques rotatifs

On présente dans l'ouvrage une méthode d'essai simultanée pour fiabilité d'un certain nombre de pompes et moteurs hydrauliques rotatifs (n> 2). La méthode permet une réduction effective du temps d'essai pour fiabilité de ces éléments hydrauliques.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SECȚIA MECANICĂ
Tomul XXXIX — 1977. Numărul 1

C.Z. :62—52 :621.82

METODA DE CONTROL AUTOMAT AL PIESELOR CU PROFIL COMPLEX

V. TABĂRĂ, H. VERTAN

Studiul elaborat evidențiază posibilitatea exprimării într-o formă generală a profilelor complexe specifică diferitelor piese frecvent întîlnite în construcția de mașini. Exprimarea analitică într-o relație generală a întregului profil permite automatizarea controlului dimensional și de formă cu metode moderne de măsurare.

O condiție esențială a unei producții moderne o constituie larga sa automatizare. În cadrul acesteia, controlul pieselor reprezintă o parte integrantă a procesului tehnologic și are o importanță hotărîtoare în producție.

Din simple mijloace de verificare a preciziei pieselor obținute prin diferite procedee tehnologice, procesele de măsurare și control se pot transforma în mijloace de comandă și de urmărire a prelucrării pe tot parcursul ei.

În acest contex, în lucrarea elaborată se prezintă o metodă de control automat al pieselor care au o configurație complexă, ca de exemplu arborii canelați, roțile dințate, camele disc, melcii cilindrici, sculele de rotație, etc.

Controlul acestor piese cu ajutorul metodelor clasice necesită un volum mare de timp, care se apropie sensibil de timpul destinat operațiilor productive.

Un alt inconvenient al controlului clasic constă în aceea că nu poate împiedica apariția rebutului, limitîndu-se doar la constatarea lui.

De exemplu în cazul unui arbore canelat, pentru efectuarea controlului cu aparatura și metodologia uzuală ar fi necesare efectuarea următoarelor verificări :

— cota peste n dinți, folosind șublerul, micrometrul cu pîrghii sau comparatorul cu potcoavă ;

— lățimea canelurii cu cale plan-paralele ;

— pasul circular ;

— grosimea dinților cu optimetrul orizontal prevăzut cu vîrfuri speciale ;

* Manuscris predat redacției la data de 23 oct 1975.

— profilul flancurilor, folosind un cap divizor și un aparat cu pîrghie (la canelurile dreptunghiulare și triunghiulare) și cu ajutorul evolventmetrelor (la canelurile în evolventă);

— concentricitatea suprafeței exterioare cu fundul canelurii, folosind comparatorul.

Toate operațiile de control enumerate sînt posibile numai după prelucrarea integrală a piesei și necesită pentru efectuarea lor muncitori cu înaltă calificare. Durata controlului este mare și evident nu poate fi trecută cu vederea eroarea de măsurare relativ mare și care poate influența negativ calitatea controlului.

Aceste neajunsuri pot fi înlăturate dacă se folosește o metodă de control automat bazată pe compararea valorilor măsurate cu profilul teoretic al piesei exprimate sub forma unor relații unitare.

În acest scop se poate utiliza o funcție original și anume funcția treaptă unitară :

$$T(t;\ \tau_1;\ \tau_2) = \eta(t-\tau_1) - \eta(t-\tau_2) = \frac{1}{2\pi_i}\int_{a_1-i\infty}^{a_1+i\infty} \frac{e^{(t-\tau_1)\xi}}{\xi}\, d\xi - \frac{1}{2\pi_i}\int_{a_2-i\infty}^{a_2+i\infty} \frac{e^{(t-\tau_2)\xi}}{\xi}\, d\xi \tag{1}$$

a cărei reprezentare este redată în figura 1

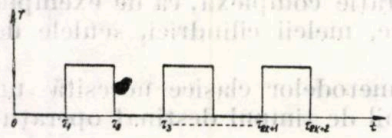


Fig. 1

$$T(t,\ \tau_1,\ \tau_2) = \begin{cases} 0 & \text{pentru } t < \tau_1 \\ \frac{1}{2} & \text{pentru } t = \tau_1 \\ 1 & \text{pentru } \tau_1 < t < \tau_2 \\ \frac{1}{2} & \text{pentru } t = \tau_2 \\ 0 & \text{pentru } t > \tau_2 \end{cases}$$

Întrucît în cazul unor profile periodice, produsul acestei funcții cu ecuația geometrică a unui element din conturul piesei va reprezenta expresia analitică a zonei considerate, întregul contur va putea fi exprimat prin suma produselor funcției original cu ecuațiile geometrice ale tuturor elementelor din contur, luate în succesiunea lor firească. De exemplu un arbore canelat (fig. 2) va putea fi exprimat luînd ca bază conturul unui dinte format din următoarele elemente geometrice simple :

— segmentul de dreaptă A_0B_0

— segmentul de dreaptă B_0C_0

— arcul de cerc C_0D_0;

— segmentul de dreaptă D_0E_0

— segmentul de dreaptă E_0F_0

— arcul de cerc F_0G_0

— arcul de cerc G_0H_0

— arcul de cerc H_0A_1

Luînd în considerare aceste elemente geometrice care într-o succesiune determinată definesc profilul arborelui canelat și scriind ecuațiile geometrice corespunzătoare se vor obține :

— ecuația dreptei care conține segmentul A_0B_0

$$r\ (\cos\ (\varphi - \alpha_1) = p_1 \tag{2}$$

avînd rădăcina de forma

$$r_1 = \frac{p_1}{\cos\ (\varphi - \alpha_1)} \tag{3}$$

— ecuația dreptei care conține segmentul B_0C_0

$$r\ \cos\ (\varphi - \alpha_2) = p_2 \tag{4}$$

cu rădăcina de forma

$$r_2 = \frac{p_2}{\cos\ (\varphi - \alpha_2)} \tag{5}$$

— cercul care conține arcul C_0D_0, avînd centrul în origine are expresia

$$r_3 = \pm\frac{D}{2} \tag{6}$$

— ecuația dreptei care conține segmentul D_0E_0

$$r\ \cos\ (\varphi - \alpha_4) = p_4 \tag{7}$$

avînd răcăcina :

$$r_4 = \frac{p_4}{\cos\ (\varphi - \alpha_4)} \tag{8}$$

— ecuația dreptei care conține segmentul E_0F_0

$$r\ \cos\ (\varphi - \alpha_5) = p_1 \tag{9}$$

cu rădăcina :

$$r_5 = \frac{p_1}{(\varphi - \alpha_5)} \tag{10}$$

— ecuaţia cercului care conţine arcul F_0G_0

$$r_2 - 2r\ \rho\ \cos\ (\Psi_6 - \varphi) + \rho^2 - s^2 = 0 \tag{11}$$

avînd rădăcina :

$$r_6 = \rho\ \cos\ (\Psi_6 - \varphi) \pm \sqrt{s^2 - \rho^2 \sin^2(\Psi_6 - \varphi)} \tag{12}$$

— cercul care conţine arcul G_0H_0, avînd centrul în origine este descris de :

$$r_7 = \pm \frac{d}{2} \tag{13}$$

— ecuaţia cercului care conţine arcul H_0A_1

$$r^2 - 2\ r\ \rho\ \cos\ (\Psi_8 - \varphi) + \rho^2 - s^2 = 0 \tag{14}$$

cu rădăcina :

$$r_8 = \rho\ \cos\ (\Psi_8 - \varphi) \pm \sqrt{s^2 - \rho^2\ \sin^2(\Psi_8 - \varphi)} \tag{15}$$

Împărţirea conturului piesei în zone corespunzătoare, secţiunii prin arborele canelat, reprezintă o figură care are o configuraţie periodi că, cu numărul de perioade egal cu numărul de caneluri. Pe o porţiune de contur corespunzătore unei caneluri, se pot distinge opt zone (fig. 2).

Zona I, cuprinde segmentele de dreaptă pentru a căror exprimare sub forma generală s-a utilizat notaţia A_kB_k şi care pe baza relaţiei (3) satisface ecuaţia :

$$r_{1k} = \frac{p_1}{\cos\left[\varphi - \left(\alpha_1 + \frac{2k\pi}{n}\right)\right]} \tag{16}$$

Înmulţind ecuaţia (16) cu funcţia original de forma :

$$T\left(\varphi, \frac{2k\pi}{n}, \varphi_B + \frac{2k\pi}{n}\right)$$

se obţine funcţia :

$$r_{Ik} = r_{Ik} \cdot\ T\left(\varphi, \frac{2k\pi}{n}, \varphi_B + \frac{2k\pi}{n}\right) \tag{17}$$

cu ajutorul căreia prin însumare se vor putea exprima printr-o relație unică, toate segmentele corespunzătoare notației $A\ B$.

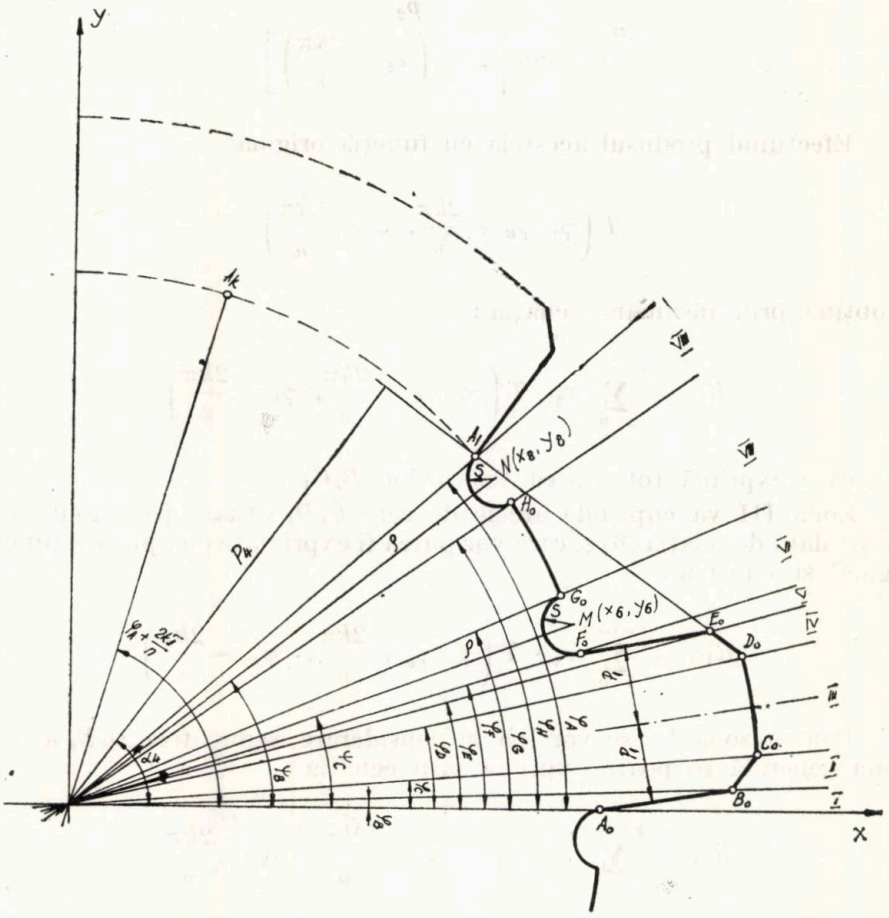


Fig. 2

Se obține astfel ecuația:

$$R_I = \sum_{k=0}^{k=n-1} r_{1k}\, T\left(\varphi, \frac{2k\pi}{n},\ \varphi_B + \frac{2k\pi}{n}\right) \tag{18}$$

care pentru cazurile particulare $\varphi = \frac{2k\pi}{n}$ și $\varphi = \varphi_B + \frac{2k\pi}{n}$ dau valori $R_I = \frac{1}{2} r_{1k}$, conforme caracteristicii funcției unitar utilizate.

Zona II corespunde teşiturilor notate prin B_kC_k ele putînd fi exprimate prin relaţia generală,

$$r_{2k} = \frac{p_2}{\cos\left[\varphi - \left(\alpha_2 + \frac{2k\pi}{n}\right)\right]} \tag{19}$$

Efectuînd produsul acesteia cu funcţia original

$$T\left(\varphi,\ \varphi_B + \frac{2k\pi}{n},\ \varphi_c + \frac{2k\pi}{n}\right)$$

se obţine prin însumare ecuaţia :

$$R_{II} = \sum_{k=0}^{k=n-1} r_{2k} \cdot T\left(\varphi,\ \varphi_B + \frac{2k\pi}{n},\ \varphi_c + \frac{2k\pi}{n}\right) \tag{20}$$

care exprimă totalitatea teşiturilor B_kC_k

Zona III va cuprinde arcele de cerc C_kD_k situate pe cercul avînd ecuaţia dată de relaţia (6) şi care vor putea fi exprimate cu ajutorul funcţiei original sub forma :

$$R_{III} = \sum_{k=0}^{k=n-1} r_3 \cdot T\left(\varphi,\ \varphi_c + \frac{2k\pi}{n},\ \varphi_D + \frac{2k\pi}{n}\right) \tag{21}$$

Pentru zona IV se vor lua în considerare segmentele D_kE_k a căror formă generală se poate exprima prin ecuaţia :

$$R_{IV} = \sum_{k=0}^{k=n-1} r_{4k} \cdot T\left(\varphi,\ \varphi_D + \frac{2k\pi}{n},\ \varphi_E + \frac{2k\pi}{n}\right) \tag{22}$$

În mod similar se va scrie ecuaţia segmentelor E_kF_k corespunzătoare zonei V obţinîndu-se relaţia :

$$R_V = \sum_{k=0}^{k=n-1} r_{5k} \cdot T\left(\varphi,\ \varphi_E + \frac{2k\pi}{n},\ \varphi_F + \frac{2k\pi}{n}\right) \tag{23}$$

Zona VI cuprinde arcele de cerc F_kG_k, situate pe cercul avînd ecuaţia scrisă pe baza relaţiei (12) sub forma :

$$r_{6k} = \rho \cos\left[\left(\Psi_6 + \frac{2k\pi}{n}\right) - \varphi\right] \pm \sqrt{\rho^2 \cos^2\left[\left(\Psi_6 + \frac{2k\pi}{n}\right) - \varphi\right] - \rho^2 + s^2} \tag{24}$$

și care pot fi scrise cu ajutorul funcției original

$$T\left(\varphi,\ \varphi_F+\frac{2k\pi}{n},\ \varphi_G+\frac{2k\pi}{n}\right)$$

folosind expresia

$$R_{\text{VI}}=\sum_{k=0}^{k=n-1} r_{6k}\cdot T\left(\varphi,\ \varphi_F+\frac{2k\pi}{n},\ \varphi_G+\frac{2k\pi}{n}\right) \tag{25}$$

Fundul canelurii reprezentat prin arcele de cerc G_kH_k, corespunde zonei VII și poate fi exprimat cu ajutorul ecuației.

$$R_{\text{VII}}=\sum_{k=0}^{k=n-1} r_7\cdot T\left(\varphi,\ \varphi_G+\frac{2k\pi}{n},\ \varphi_H+\frac{2k\pi}{n}\right) \tag{26}$$

Ultima porțiune este zona VIII care cuprinde arcele de cerc $H_k\,A_{k+1}$. Folosind ecuația cercului (15) care descrie această zonă, se obține pentru cazul general expresia :

$$r_{8k}=\rho\cos\left[\left(\Psi_8+\frac{2k\pi}{n}\right)-\varphi\right]\pm\sqrt{s^2-\rho^2\sin^2\left[\left(\Psi_8+\frac{2k\pi}{n}\right)-\varphi\right]} \tag{27}$$

pe baza căreia cu ajutorul funcției original se poate determina relația :

$$R_{\text{VIII}}=\sum_{k=0}^{k=n-1} r_{8k}\cdot T\left(\varphi,\ \varphi_H+\frac{2k\pi}{n},\ \varphi_A+\frac{2k\pi}{n}\right) \tag{28}$$

care corespunde tuturor arcelor notate prin H_kA_{k+1}.

Luînd în considerare expresiile zonelor componente ale profilului periodic, se poate obține expresia conturului de ansamblu sub forma :

$$R=\sum_{k=\text{I}}^{k=\text{VIII}} R_k \tag{29}$$

Se constată că în punctele limită ale zonelor, razele vor avea valori egale cu jumătatea din valoarea reală, dar cum în aceleași puncte limită și razele învecinate au valoarea tot jumătate din cea reală, rezultă că funcția R descrie în întregime și exclusiv profilul arborelui canelat luat în considerare.

Pentru efectuarea controlului activ se va introduce în calculatorul numeric expresia profilului arborelui canelat folosind ca bază valorile nominale ale dimensiunilor elementelor de profil. Concordanța dintre dimensiunile reale și cele teoretice se va stabili prin compararea (coincidența)

semnalelor emise de calculator cu ale traductorului utilizat pentru urmărirea abaterilor de formă și dimensiune.

Controlul piesei se face prin puncte discrete stabilite în așa fel încît între pozițiile unghiulare ale acestora pe piesa reală și profilul teoretic să existe o coincidență în ori ce moment.

Această coincidență va rezulta prin sincronizarea mișcării de urmărire cu operațiile efectuate de calculator. Mișcarea de urmărire va putea fi executată de arborele canelat supus operației de control sau de traductor.

Traductoarele folosite pentru urmărirea preciziei de realizare a profilului, vor putea fi inductive, fotoelectrice sau pneumatice, iar dimensiunile nominale ale arborilor se vor determina prin intermediul unor traductoare potențiometrice (rezistive).

În efectuarea controlului este necesar să se diferențieze importanța diferitelor abateri de la dimensiunile teoretice ale profilului funcție de importanța funcțională a diferitelor suprafețe. Atenția deosebită va trebui să fie acordată suprafețelor de centrare care în majoritatea cazurilor sînt reprezentate de zonele formate din arcele de cerc situate pe diametrul interior al canelurilor, suprafețelor laterale ale canelurilor cît și pasul acestora.

Se va avea în vedere ca verificarea să fie efectuată în mai multe secțiuni diferite în lungul arborelui, pentru a se putea identifica eventuale abateri de paralelism ale canelurilor.

Semnalele traductorilor de urmărire comparate cu valorile teoretice date de calculator permit corectarea erorilor de prelucrare prin comanda adecvată transmisă organelor de execuție.

Concluzii

Din studiul elaborat asupra profilului arborilor canelați rezultă că se poate aplica cu succes controlul automat folosind calculatoare numerice. Pentru conducerea operației de control se pot folosi relațiile analitice determinate în acest studiu și care exprimă într-o formă relativ simplă conturul arborelui. Aceste relații bazate pe utilizarea funcțiilor original permit reducerea timpului afectat operației de control, măresc precizia verificării formei și dimensiunilor și oferă posibilitatea înlăturării rebutului prin utilizarea controlului activ (operativ).

Controlul automat pe baza relațiilor analitice ale conturului poate fi aplicat fără nici o dificultate atît pentru controlul final cît și diferențiat pe diferite etape ale procesului tehnologic.

O importanță deosebită o prezintă însă utilizarea controlului automat pe baza relațiilor evidențiate, la executarea operațiilor finale ale procesului tehnologic de prelucrare a arborilor canelați.

Catedra de mașini-unelte
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

Méthode de control automatique pour les pièces à profil complex

Dans cette étude on présente les posibilites d'exprime par une relation unique les profils complexes des pièces à l'aide duquel on pent utiliser les systèmes moderns de control automatique.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SECȚIA MECANICĂ
Tomul XXXIX — 1977. Numărul 1

C.Z.: 621.915

STUDIUL PROCESULUI REAL AL FREZĂRII FRONTALE DE FINISARE

I. GHEORGHE, FL. IONESCU, E. DUMITRESCU

Lucrarea conține unele observații legate de teoriile actuale asupra procesului de așchiere la frezarea plană și prezintă o sinteză a cercetărilor originale, teoretice și experimentale întreprinse de autori în acest domeniu, cercetări care au condus la un nou punct de vedere asupra procesului real la frezarea plană cu freză cu dinți demontabili.

În partea finală sînt prezentate concluziile referitoare la influența diferiților factori constructivi și funcționali asupra variației forței de așchiere și asupra durabilității sculei.

1. Introducere

Modul de lucru cu intermitență specific procesului de frezare, atrage după sine inconvenientele prezenței unor fenomene dinamice și termice particulare, în momentul în care tăișurile sculei iau contact cu stratul de așchiere. Luarea de contact se poate produce în două moduri:

— pentru o așchie de dimensiune inițială zero (fig. 1 a) și

— pentru o așchie cu grosimea inițială a_0, diferită de zero (fig. 1 b).

În primul caz grosimea „a" a așchiei crește în mod continuu, și relativ lent, de la valoarea $a_0 = 0$, după legea cunoscută și acceptată $a = s_d \sin \varphi$, pe cînd în cazul al doilea grosimea așchiei crește foarte repede, de la zero corespunzătoare momentului primului contact tăiș-strat de așchiere, pînă la $a_0 \neq 0$ pe care o are stratul în urma rotirii sculei cu unghiul $\Delta\varphi_0$, foarte mic.

2. Unele observații asupra teoriilor actuale

Literatura de specialitate [1], [2], [4], consideră procesul de frezare ca fiind constituit din două acțiuni distincte și anume:

— impactul, ce reprezintă acțiunea în decursul căreia tăișul sculei pătrunde în materialul de prelucrat. Secțiunea așchiei trece într-un interval de timp relativ mic $\Delta t = \frac{\Delta\varphi_0}{\omega}$, de la valoarea $a_0 = 0$, la valoarea corespunzătoare poziției inițiale a semifabricatului în raport cu axa frezei:

Manuscris predat redacției la data de 10 iunie 1974.

— aşchierea propriu-zisă, pe durata căreia secţiunea aşchiei creşte continuu, după cum s-a mai arătat, prin aceasta crescînd şi forţa de aşchiere. Literatura de specialitate [1, 2, 3] recomandă pentru calculul forţei tangenţiale, pentru un dinte ,expresia :

$$F_{t\varphi} = K \cdot t \cdot s_d^{1-\mu} (\sin \varkappa)^{-\mu} \sin^{1-\mu} \varphi,$$

şi analizează unele aspecte ale impactului şi interacţiunea dintre acesta şi elementele geometrice ale cuţitelor frezei [1], [2], [3]; se abordează totodată problema forţei de aşchiere propriu-zisă şi a variaţiei acesteia [2], de pe poziţii cinetostatice şi din punct de vedere dinamic [4], dar nu reuşeşte să explice suficient de clar mecanismul real al procesului de frezare frontală şi din această cauză nu oferă suficiente indicaţii şi concluzii utilizabile practic.

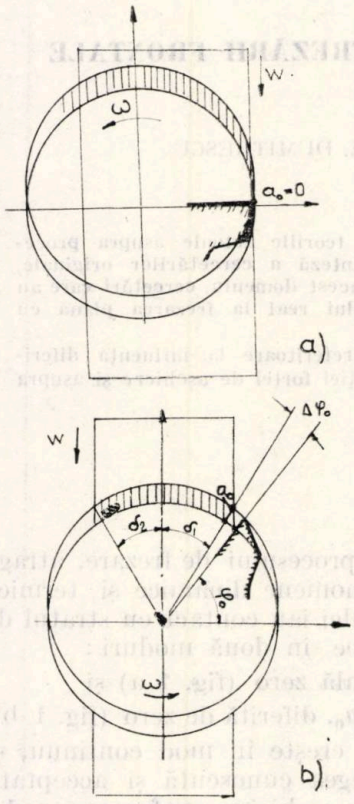


Fig. 1

În urma cercetărilor teoretice şi experimentale efectuate se desprind următoarele concluzii :

— fenomenul real al procesului de frezare este un fenomen complex şi insuficient studiat. Complexitatea fiind determinată de existenţa mai multor forţe, defazate în timp, repetate şi însumate pentru toţi dinţii frezei ce intră succesiv în aşchie ;

— cele două etape ale procesului de frezare (impactul şi aşchierea propriu-zisă) nu exprimă în totalitate fenomenul real.

În această lucrare se prezintă un nou punct de vedere privind mecanismul real al procesului de frezare frontală, formulat pe baza cercetărilor teoretice şi experimentale efectuate de autori. Se utilizează în acest scop o freză etalon cu un singur dinte.

3. Fazele procesului de frezare

a) Şocul primului contact reprezintă şocul rezultat la momentul zero al procesului de aşchiere, în urma izbirii tăişului sculei într-un punct, după o linie sau pe o suprafaţă de stratul de aşchiat.

Socul primului contact este însoţit de forţa de şoc F_s determinată de :

$$\vec{F}_s = \frac{\vec{H}_0}{\Delta t} \qquad (1)$$

H_0 este impulsul rezultant al impulsurilor individuale ale sculei şi semifabricatului, iar Δt durata şocului.

Fenomenul poate fi descris de ecuațiile :

$$\begin{cases} J\vec{\omega}_1 + M\vec{w}_1 R_v = J\vec{\omega}_2 + M\vec{w}_2 R_v \\ \dfrac{J\omega_1^2}{2} + \dfrac{M}{2} w_1^2 = \dfrac{J\omega_2^2}{2} + \dfrac{M}{2} w_2^2 + \Delta E_d \end{cases} \tag{2}$$

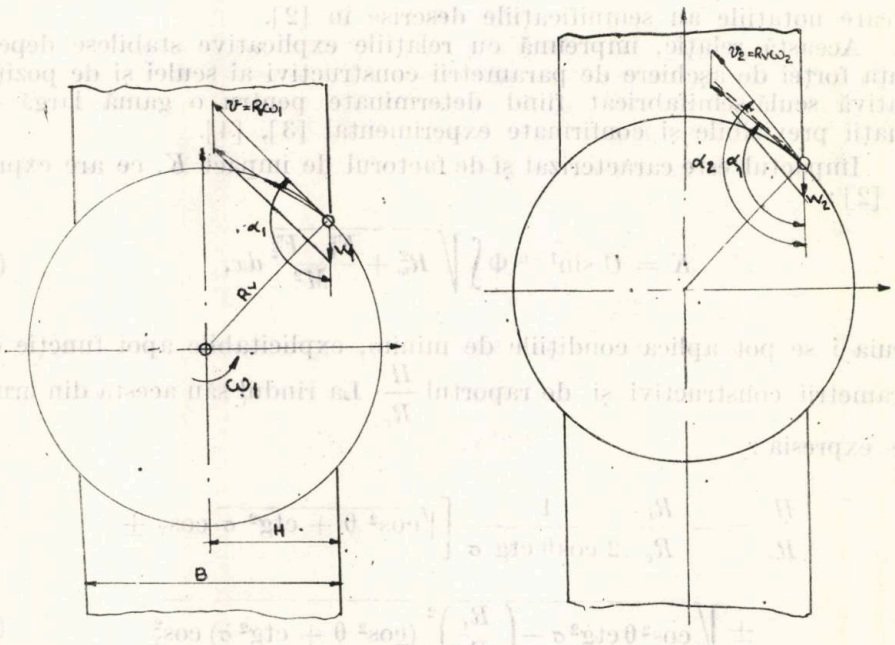
care după transformări devin :

$$\begin{cases} (J\omega_1)^2 + (M\ w_1 R_v)^2 + 2JMR_v\omega_1 w_1 \cos\ \alpha_1 = \\ = (J\omega_2)^2 + (Mw_2 R_v)^2 + 2JMR_v\ \omega_2 w_2 \cos\ \alpha_2 \\ \dfrac{J\omega_1^2}{2} + \dfrac{M}{2} w_1^2 = \dfrac{J\omega_2^2}{2} + \dfrac{M}{2}\ w_2^2 + \Delta E_d \end{cases} \tag{3}$$

în care :

J este momentul de inerție al frezei și arborelui principal ;
M — masa ansamblului semifabricat-masa mașinii ;
R — raza frezei ;
$\omega_{1,2}$ — vitezele unghiulare ale frezei înainte și după ciocnire.
$w_{1,2}$ — viteza semifabricatului înainte și după ciocnire ;
$\alpha_{1,2}$ — unghiuri (fig. 2 a,b)

$$\alpha = \frac{\pi}{2} + \operatorname{arctg} \frac{H}{R_v} \tag{4}$$



a Fig. 2 *b*

ΔE_d — energia de deformaţie;
H — poziţia axei frezei faţă de suprafaţa de întîmpinare;
R_v — raza punctului de şoc.

Ciocnirea este însoţită întotdeauna de deformaţii elastice în sculă, în elementele maşinii şi în dispozitivele de prindere, precum şi de deformaţii plastice în piesă, respectiv în aşchie.

Se poate scrie pentru coeficientul de restituire k expresia de forma :

$$k = \frac{R_v\omega_2 - w_2}{R_v\omega_1 - w_1} \tag{5}$$

Pentru cazul în care valorile lui k sînt apropiate de 1 (0,8...0,9), sistemul (3) devine rezolvabil şi permite aflarea lui $|\vec{H}_0|$.

Rezultatele experimentale au arătat că valoarea şocului primului contact nu este condiţionată de poziţia axei frezei în raport cu semifabricatul (fig. 5).

b) impactul, convenim să-l numim aşa şi să-l atribuim perioadei de după şocul primului contact, în care secţiunea de aşchie creşte de la valoarea zero la valoarea „a_0" (fig. 1 b), pe lungimea arcului $\Delta\varphi_0$, într-un interval de timp măsurabil, dar şi el foarte mic. Forţa care se dezvoltă în acest interval a fost determinată analitic sub forma :

$$F_i = C\iiint\sqrt{R_m^2 + \frac{F_1^2 \cdot F_2^2}{M^2}}\, dx \sin^{1-\mu}\Phi d\Phi, \tag{6}$$

în care notaţiile au semnificaţiile descrise în [2].

Această relaţie, împreună cu relaţiile explicative stabilesc dependenţa forţei de aşchiere de parametrii constructivi ai sculei şi de poziţia relativă sculă-semifabricat fiind determinate pentru o gamă largă de situaţii previzibile şi confirmate experimental [3], [4].

Impactul este caracterizat şi de factorul de impact K, ce are expresia [2] :

$$K = C \sin^{1-\mu}\Phi \int\sqrt{R_m^2 + \frac{F_1^2 \cdot F_2^2}{M^2}}\, dx, \tag{7}$$

căruia i se pot aplica condiţiile de minim, explicitabile apoi funcţie de parametrii constructivi şi de raportul $\frac{H}{R_v}$. La rîndul său acesta din urmă are expresia :

$$\frac{H}{R_v} = -\frac{R_i}{R_v}\frac{1}{2\cos\theta\,\mathrm{ctg}\,\sigma}\left[\sqrt{\cos^2\theta + \mathrm{ctg}^2\,\sigma}\cdot\cos\gamma \pm\right.$$

$$\left. \pm\sqrt{\cos^2\theta\,\mathrm{ctg}^2\sigma - \left(\frac{R_i}{R_v}\right)^2(\cos^2\theta + \mathrm{ctg}^2\,\sigma)\cos^2\gamma}\right] \tag{8}$$

în care : R_i este raza unui punct de pe faţa de degajare ; θ, σ — unghiuri constructive ; γ — unghiul de degajare activ al punctului care intră primul în aşchie.

c) aşchierea propriu-zisă, care începe după şocul primului contact pentru $\frac{H}{R_v} = 1$ (fig. 1 a), şi succede impactul în situaţia $\frac{H}{R_v} < 1$ (fig. 1 b). Forţa de aşchiere are o alură continuu crescătoare pe lungimea unghiului δ_1, şi continuu descrescătoare pentru unghiul δ_2, atingînd aceeaşi valoare ca la intrare în cazul prelucrării simetrice ; maximul se atinge la valoarea secţiunii de aşchiere a_{max}.

Relaţia forţei de aşchiere în cazul prelucrării cu un singur dinte este de forma [3] :

$$F_{t\varphi} = K_1 \cdot t \cdot s_d^{1-\mu} (\sin\varkappa)^{-\mu} (\sin\varphi)^{1-\mu} \tag{9}$$

und : K_1 — coeficient de aşchiere ; t — adîncimea de aşchiere ; s_d — avansul pe dinte ; $\varkappa$ — unghiul de atac principal ; φ — unghiul instantaneu de poziţie ; μ — coeficient.

Sintetizînd cele prezentate rezultă că alura curbei forţei de aşchiere arată că în figura 3 şi conţine însumate în timp toate forţele descrise anterior.

În cazul real al procesului de frezare prelucrarea se realizează simultan cu mai mule cuţite. Ca rezultat al acţiunii simultane se poate vorbi de o rezultantă a forţelor tangenţiale de aşchiere şi anume [3] :

$$R_{t_{T_{(i)}}} = C \sqrt{\left\{\sum_j^{1,i} \sin^{2-\mu}[\varphi_0 + (j-1)\varphi_p]\right\}^2 + \left\{\sum_j^{1,i} \sin^{1-\mu}[\varphi_0 + (j-1)\varphi_p \cos\varphi_0 + (j-1)\varphi_p]\right\}^2} \tag{10}$$

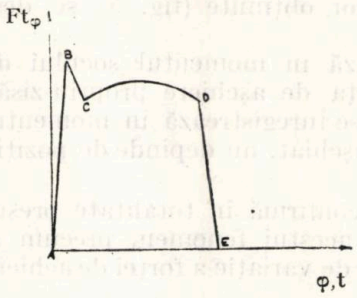


Fig. 3

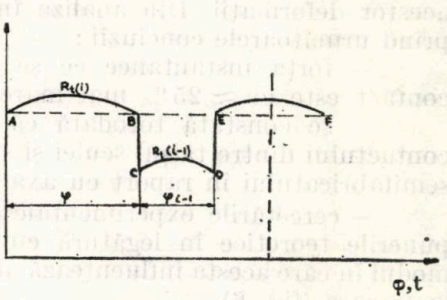


Fig. 4

în care : φ_0 este unghiul de poziţie : φ_p — pasul unghiular ; i — numărul dinţilor angajaţi simultan în aşchie ; $C = K_1 \cdot t\, s_d^{1-\mu} (\sin\varkappa)^{-\mu} (\sin\varphi)^{1-\mu} =$ = const.

Curba de variație a rezultantei forțelor tangențiale de așchiere are alura din figura 4; ea nu cuprinde însă influența șocului primului contact și impactul.

Reținem din cele prezentate că forța de așchiere la frezare este o sumă de trei forțe, ce apar succesiv și se însumează pentru toți dinții frezei, în diferite stadii ale procesului de achiere, cu defazajul φ_p, la intervale de defazare $\Delta t = \frac{\varphi_p}{\omega}$. Global ea poate fi exprimată sub forma:

$$R_{tT} = f[R_i(t_1, t_2, \ldots); F_s(t_1, t_2, \ldots); F_i(t_1, t_2, \ldots)], \tag{11}$$

unde prin t_i s-a notat momentul i la care se face însumarea.

4. Cercetări experimentale privind dinamica procesului de așchiere la frezarea frontală.

Cercetarea are ca scop să evidențieze existența șocului ce se produce la contactul dintre tăișul sculei și materialul ce se prelucrează.

Așa cum s-a precizat, la momentul zero al procesului de așchiere în urma izbirii (loviturii) tăișului sculei de stratul de așchiat, ia naștere o forță instantanee a cărei valoare este superioară celei de la așchierea obișnuită și care repetîndu-se periodic (la angajarea fiecărui dinte în materialul ce se prelucrează), constituie în cazul frezării frontale una din cauzele principale ale prelucrării în regim de vibrații.

Astfel, pentru a reliefa existența fenomenului menționat, am realizat un stand de măsurare format din: corpul frezei cilindro-frontale ($D = 200$ mm), cuțit cu plăcuță din carbură metalică (P_{10}), pe periferia căruia s-au lipit două mărci tensometrice, dornul port-freză, tija de prindere, colectorul cu perii (tip Hottinger), puntea tensometrică (K.W.S/T – S „TRÄGERFREQVENZ MEBVERSTÄRKER" H.B.M) și aparatul de înregistrare.

Sub acțiunea forței de șoc cuțitul se deformează, iar prin intermediul mărcilor tensometrice se exprimă în unități de forță (daN) mărimea acestor deformații. Din analiza înregistrărilor obținute (fig. 5) se desprind următoarele concluzii:

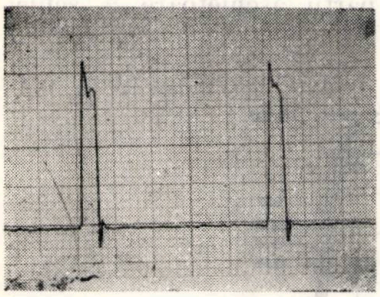
— forța instantanee ce se înregistrează în momentul șocului de contact este cu $\approx 25\,\%$ mai mare decît forța de așchiere propriu-zisă;

— se constată totodată că forța ce se înregistrează în momentul contactului dintre tăișul sculei și stratul de așchiat, nu depinde de poziția semifabricatului în raport cu axa frezei;

— cercetările experimentale efectuate confirmă în totalitate presupunerile teoretice în legătură cu existența acestui fenomen, precum și modul în care acesta influențează alura curbei de variație a forței de achiere la frezare (fig. 6).

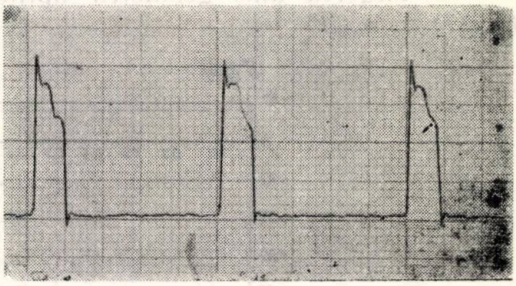
5. Concluzii

În cazul în care șocul primului contact, impactul și variația forței reale de așchiere vor fi minime, atunci amplitudinea vibrațiilor care apar



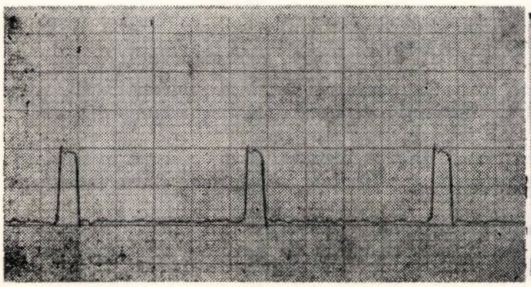
I. Asimetric

n = 235 rot/min
w = 19 mm/min
t = 0,5 mm
sensibilitate 200
$e = \frac{H}{R_v} > 0$
$\Delta F_s \cong 24\%$



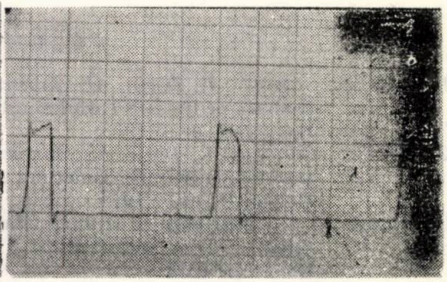
II. Asimetric

n = 235 rot/min
w = 19 mm/min
t = 0,5 mm
sensibilitate 200
$e < 0$
$\Delta F_s \cong 24\%$



III. Simetric

n = 235 rot/min
w = 19 mm/min
t = 0,3 mm
sensibilitate 200
e = 0
$\Delta F_s \cong 12\%$



IV. Asimetric

n = 235 rot/min
w = 19 mm/min
t = 0,3 mm
sensibilitate 200
$e > 0$
$\Delta F_s \cong 15\%$

Fig. 5

în timpul frezării va fi minimă, durabilitatea frezei va crește simțitor, iar calitatea suprafețelor prelucrate va fi superioară.

Reducerea variației forței de așchiere este posibilă de realizat prin :

a. alegerea unei geometrii optime a părții așchietoare a sculei (γ_{opt}, λ_{opt}, ω_{opt}) ;

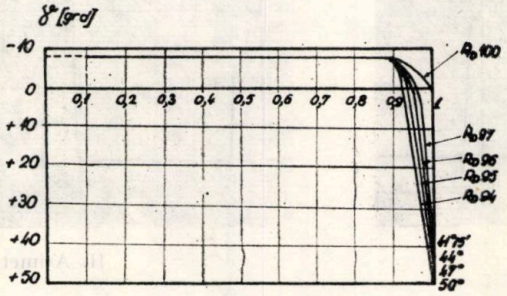


Fig. 6.

b. poziționarea optimă a frezei în raport cu semifabricatul $\frac{H}{R_v}$ opt),

c. dispunerea dinților frezei după o anumită lege.

Catedra de tehnologia construcțiilor de mașini
Catedra de mașini-unelte, și scule
Catedra de rezistența materialelor
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Duca, Z., Gheorghe, I., Dorin, Al., Ionescu, Fl.* — Impactul ca sursă de vibrații la frezarea frontală de finisare I. Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, nr. 5/1973.
2. *Duca, Z., Gheorghe, I., Dorin Al., Ionescu, Fl.* — Impactul ca sursă de vibrații la frezarea frontală de finisare. Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, nr. 7/1974.
3. *Gheorghe, I.* — Contribuții la studiul vibrațiilor mașinolor de frezat, la frezarea frontală de finisare. Teză de doctorat. Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București 1973.
4. *Opitz, H., Bernardi, F.* — Investigation and Calculation of the cutter behaviour of lathes and milling machines. Annals of CIRP vol 18 nr. 2 mai 1970.

Investigation Regarding the Real Cutting Process in the Finishing Face Milling.

This paper comprises some remarks on the up-to-date theories regarding the plane milling process and represents a synthesis of the original theoretical investigations and experiments performed by the authors, which investigations and experiments have lead to a new approach of the real cutting process in the plane milling.

Conclusions are drawn in the end, with respect to the influence of the different constructive and technological factors upon the variations of the cutting forces and upon cutting tool life.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI
SECȚIA MECANICĂ
Tomul XXXIX — 1977. Numărul 1

TEHNOLOGIA METALELOR

C.Z.: 621.771

CERCETĂRI PRIVIND COMPORTAREA VÎSCOPLASTICĂ A METALELOR ȘI ALIAJELOR ÎN TIMPUL DEFORMĂRII PRINTR-O MATRIȚĂ CONICĂ

NICOLAE ATANASIU

În lucrare se descrie o teorie a trefilării și tragerii printr-o matriță conică folosind o ecuație constitutivă de tip Bingham, care ține seama de viteza procesului. Formula stabilită pentru calculul tensiunii de tragere conduce la rezultate care sînt în bună concordanță cu datele experimentale.

Pentru studiul comportării vîscoplastice a metalelor se va utiliza un model reologic, așa-numitul model Bingham (fig. 1) care ține seama atît de deformarea plastică cît și de viteza de deformare. Potrivit acestui model, tensiunea totală se poate considera ca suma a două componente: plastică și vîscoasă. Prin urmare, modelul pentru un material dat va fi precizat de două constante: limita de curgere σ_c, care este o limită „medie" pentru tot procesul în cazul materialelor metalice ecruisabile și coeficientul de vîscozitate β, care este de fapt constanta ce caracterizează influența vitezei de deformare asupra deformării plastice [1] — [4].

Cercetările cu privire la comportarea vîscoplastică în timpul deformării s-au efectuat asupra procedeelor de prelucrare a metalelor și aliajelor prin trefilare și tragere. În cazul tragerii modelul Bingham poate fi descris cu o ecuație constitutivă de formă [5]:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{VP} = \frac{1}{2\beta}\left\langle 1 - \frac{\sigma_c}{\sqrt{3}\sqrt{J_2}}\right\rangle s_{ij} \qquad (1)$$

în care: $\dot{\varepsilon}_{ic}^{VP}$ reprezintă componentele vitezelor de deformare vîscoplastică

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{VP} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i}\right) \qquad (2)$$

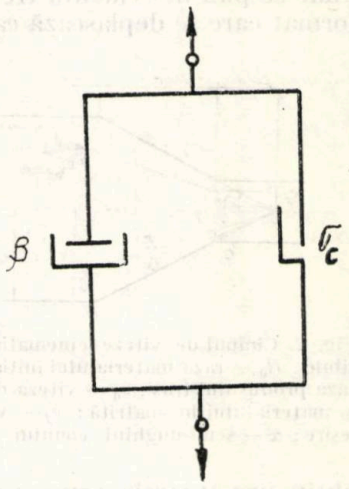


Fig. 1. Model reologic care ține de deformarea plastică și de viteza procesului: σ_c — componenta plastică; β — componenta vîscoasă.

Manuscris predat redacției la data de 30 dec. 1975

s_{ij} sînt componentele deviatorului tensiunilor σ_{ij}

$$s_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma\delta_{ij}$$

Tensiunea medie este :

$$\sigma = \frac{\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}}{3}$$

δ_{ij} este tensorul lui Kronecker

$$\delta_{ij} = \begin{matrix} 1 \\ 0 \end{matrix} \begin{cases} i = j \\ i \neq j \end{cases}$$

Notația $\langle\ \rangle$ din ecuația (1) înseamnă că :

$$\langle\Phi\rangle = \begin{cases} \Phi \text{ dacă } \sqrt{J_2} > \dfrac{\sigma_c}{\sqrt{3}} \\ 0 \text{ dacă } \sqrt{J_2} \leqslant \dfrac{\sigma_c}{\sqrt{3}} \end{cases} \tag{3}$$

Cu alte cuvinte, modelul este vîscoplastic dacă este satisfăcută prima inegalitate din expresia (3) și rigid în cazul celei de a doua inegalitate.

În fig. 2 este reprezentat cîmpul de viteze cinematic admisibile, unde se pun în evidență trei zone. Zona I cuprinde materialul inițial nedeformat care se deplasează ca un corp rigid cu viteza v_0, zona II este zona în care se produce deformarea vîscoplastică a metalului, iar zona III cuprinde produsul deformat, care după ieșire din matriță se deplasează tot ca un corp rigid cu viteza v_f. Suprafața sferică Γ_2, cu raza r_0, constituie o limită sferică dintre zonele I și II, suprafața Γ_1, cu raza r_f, separă zona II de zona III, iar Γ_3 reprezintă suprafața conică a matriței [6], [7].

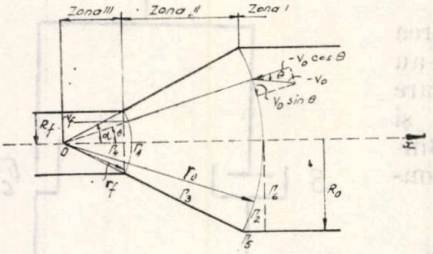


Fig. 2. Cîmpul de viteze cinematice admisibile : R_0 — raza materialului inițial ; R_f — raza produsului tras ; v_0 — viteza de intrare a materialului în matriță ; v_f — viteza de ieșire ; α — semi-unghiul conului matriței.

Dacă se presupune că, în timpul trefilării sau tragerii, matrița se deformează neglijabil, iar în zona II volumul rămîne constant și că procesul posedă simetrie axială, atunci se obțin următoarele componente ale cîmpului vitezelor, exprimate în coordonate sferice r, θ și φ.

$$v = v_r = -v_f r_f^2 \frac{\cos\theta}{r^3}\ ;\quad v_\theta = v_\varphi = 0 \tag{4}$$

Potrivit expresiilor (4) particulele materiale se mișcă radial către punctul 0. Suprafețele sferice $r = r_0$ și $r = r_f$ sînt suprafețe de discontinuitate pentru cîmpul de viteze, producînd o anumită disipare a energiei sub forma de lucru mecanic excedentar. Calculele efectuate (care nu sînt prezentate aici, deoarece sînt foarte complicate, dar ușor de făcut) arată că disiparea energiei datorită discontinuității vitezei la traversarea suprafețelor Γ_1 și Γ_2 duce la sporirea tensiunii de tragere cu 5 pînă la 7%. Aceste rezultate sînt în concordanță cu datele prezentate în lucrările [8], [9].

Din fig. 2 mai rezultă :

$$v_0 = v_f \frac{R_f^2}{R_0^2}; \quad r = \frac{R}{\sin\alpha} \tag{5}$$

Într-un sistem de coordonate sferice, componentele vitezei de deformare ce corespund cîmpului de viteze (4) sînt :

$$\dot{\varepsilon}_{rr} = \frac{\partial v}{\partial r} = 2 v_f r_f \frac{\cos\theta}{r^3}$$

$$\dot{\varepsilon}_{\theta\theta} = \frac{v}{r} = - v_f r_f^2 \frac{\cos\theta}{r^3}$$

$$\dot{\varepsilon}_{\varphi\varphi} = \frac{v}{r} \tag{6}$$

$$\dot{\varepsilon}_{r\theta} = \frac{1}{2r}\frac{\partial v}{\partial \theta} = \frac{1}{2} v_f r_f^2 \frac{\sin\theta}{r^3}$$

$$\dot{\varepsilon}_{r\varphi} = \dot{\varepsilon}_{\varphi\theta} = 0$$

Ținînd seama de expresiile (6), ecuația constitutivă (1) poate fi scrisă și sub forma :

$$\dot{\varepsilon}_{rr}^{VP} = \frac{1}{2\beta}\left(1 - \frac{\sigma_c}{\sqrt{3}\sqrt{J_2}}\right)\frac{2}{3}(\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta})$$

$$\dot{\varepsilon}_{\theta\theta}^{VP} = \frac{1}{2\beta}\left(1 - \frac{\sigma_c}{\sqrt{3}\sqrt{J_2}}\right)\frac{1}{3}(\sigma_{\theta\theta} - \sigma_{rr}) \tag{7}$$

$$\dot{\varepsilon}_{r\theta}^{VP} = \frac{1}{2\beta}\left(1 - \frac{\sigma_c}{\sqrt{3}\sqrt{J_2}}\right)\sigma_{r\theta}$$

Realizarea formei dorite a produsului se obține prin aplicarea unei tensiuni asupra volumului V al metalului cuprins între planele $x = r_0$ și $x = r_f$ și mărginit lateral de cilindrul Γ_5 și de conul circular Γ_2. Pentru

determinarea tensiunii necesare se va utiliza așa numita „teorema asupra tensiunii consumate" de forma [10]:

$$\int_V \sigma_{ij}\, \dot{\varepsilon}_{ij}^{VP}\, dV = \int_{\partial V} \sigma_i\, v_i\, dS \tag{8}$$

în care: $\sigma_{ij}\, \dot{\varepsilon}_{ij}^{VP}$ reprezintă puterea tensiunii pe unitatea de volum;

σ_1 — componenta vectorului tensiune pe ∂V, frontiera domeniului V.

$$\sigma_{ij}\, \dot{\varepsilon}_{ij}^{VP} = \frac{2\sigma_c}{\sqrt{3}} \sqrt{J_2'^1} + 4\beta J_2'^1 \tag{9}$$

unde: J_2' este al doilea invariant al vitezei de deformare.

Făcînd înlocuirile necesare și integrînd pe volumul zonei II se determină disiparea de energie ($\dot{W}$) datorită deformării vîscoplastice a metalului [11], [12].

$$\dot{W} = 2\pi\sigma_c\, v_f\, R_f^2 \ln\frac{R_0}{R_f} f(\alpha) + \frac{2}{3}\pi v_f^2 \frac{R_f^3}{\sin\alpha}\beta\left[1 - \left(\frac{R_f}{R_0}\right)^2\left[1 - \right.\right.$$

$$\left.\left. - \cos + \frac{11}{3}(1 - \cos^3\alpha)\right]\right] \tag{10}$$

în care: $f(\alpha) \simeq -1$

În ceea ce privește membrul drept al relației (8) aceasta reprezintă rata lucrului efectuat de vectorul tensiune pe suprafața ce limitează volumul V. Acest termen poate fi descompus în patru părți:

1) De-a lungul suprafeței matriței se produce o disipare a energiei datorită frecării de contact dintre metal și sculă. Pentru a evalua efectul global al frecării asupra curgerii vîscoplastice este necesar să se cunoască presiunea pe matriță, în vederea estimării tensiunii de forfecare. În acest scop se va folosi o lege de frecare de tip Coulomb:

$$\tau = \mu\sigma_{\theta\theta} \tag{11}$$

unde: μ este coeficient constant de frecare;

$\sigma_{\theta\theta}$ — componenta tensiunii normală pe suprafața matriței, care reprezintă tocmai presiunea pe matriță.

Valoarea componentei $\sigma_{\theta\theta}$ se va calcula cu o formulă determinată de Sachs [13]:

$$\sigma_{\theta\theta} = \sigma_{xb} + \sigma_c\left[\ln\left(\frac{R_0}{R_f}\right)^2 - 1\right] \tag{12}$$

Componenta radială a vitezei particulelor de-a lungul suprafeței matriței este dată de (4), deci :

$$v = - v_f r_f^2 \frac{\cos\alpha}{r^2} \tag{13}$$

iar energia disipată pe suprafața conică Γ_3 va fi :

$$\dot{W}_{\Gamma_3} = 2\mu\pi v_f R_f^2 (\operatorname{ctg}\alpha) \ln\frac{R_0}{R_f}\left[\sigma_c \ln\frac{R_0}{R_f} + \sigma_{xb} - \sigma_c\right] \tag{14}$$

2) Pe suprafața Γ_4 unde $x = r_f$ există :

$$\dot{W}_{\Gamma_4} = \pi R_f^2 v_f \sigma_{xf} \tag{15}$$

3) De-a lungul suprafeței Γ_5 rata lucrului este egală cu zero, deoarece se presupune că această suprafață este lipsită de tensiune.

4) Pe planul Γ_6 unde $x = r_0$ avem :

$$\dot{W}_{\Gamma_6} = - \pi R_f^2 v_0 \sigma_{xb} \tag{16}$$

Termenul (16) intervine numai atunci cînd la trefilare sau tragere se utilizează tehnica contratensiunii.

Introducînd (10), (14), (15) și (16) în (8) se obține relația tensiunii necesară trefilării sau tragerii sub formă [14] :

$$\frac{\sigma_{xf}}{\sigma_c} = \frac{\sigma_{xb}}{\sigma_c} + 2f(\alpha)\ln\frac{R_0}{R_f} + \frac{2}{3}\frac{\beta}{\sigma_c}\frac{v_f}{R_f}\frac{1}{\sin\alpha}\left[1 - \left(\frac{R_f}{R_0}\right)^3\right]\left[1 - \cos\alpha + \right.$$

$$\left. + \frac{11}{3}(1 - \cos^3\alpha)\right] + 2\mu(\operatorname{ctg}\alpha)\ln\frac{R_0}{R_f}\left[-\ln\frac{R_0}{R_f} - \frac{\sigma_{xb}}{\sigma_c} + 1\right] \tag{17}$$

În legătură cu folosirea formulei (17) se fac cîteva cîteva precizări :

a) formula se poate aplica în cazul unei game largi de viteze de lucru ;

b) tensiunea de trefilare aplicată trebuie să fie mai mică decît limita de curgere a metalului (σ_c) ;

c) rezolvarea în raport cu σ_{xb}, formula (17) poate fi utilizată pentru calculul tensiunii de deformare la extruziune.

Parametrii tehnologici care intervin în formula (17) sînt : raza metalului la intrarea și la ieșire din matriță, limita de curgere a metalului, coeficientul de vîscozitate, coeficientul de frecare în focarul de deformare, semiunghiul conului matriței, viteza procesului de lucru, tensiunea și contratensiunea de tragere. Pentru determinarea valorilor optime ale

acestor parametrii tehnologici care intervin în formula (17) s-a elaborat un program de calculator în limbaj Fortran reprezentat în fig. 3.

În figura 4 sînt reprezentate graficele construite cu ajutorul formulei (17) în care în ordonată este trecută tensiunea relativă de tragere (σ_{xf}/σ_c), iar în abscisă semiunghiul conului matriței (α). Curbele s-au trasat pentru trei reduceri de secțiune : $r = 10$; 20 și 40 %, în cazul vitezelor de tragere $v_f = 2$; 10 și 30 m/min. Calculele s-au efectuat pentru un aliaj de aluminiu, folosindu-se următoarele valori : limita de curgere $\sigma_c = 16$ daN/mm², coeficientul de frecare $\mu = 0{,}030$, raza produsului tras $R_f = 10$ mm, iar raza materialului inițial R_0 rezultînd din expresia : $r\,\% = 100\,1 - -(R_f/R_0)^2$. Din fig. 4 se vede că viteza procesului are o contribuție însemnată asupra tensiunii relative de tragere mai ales la reduceri mari. Pentru fiecare viteză, procesul optim corespunde minimului de pe curbele respective, astfel că unghiul α_{opt} scade sensibil cu viteza procesului.

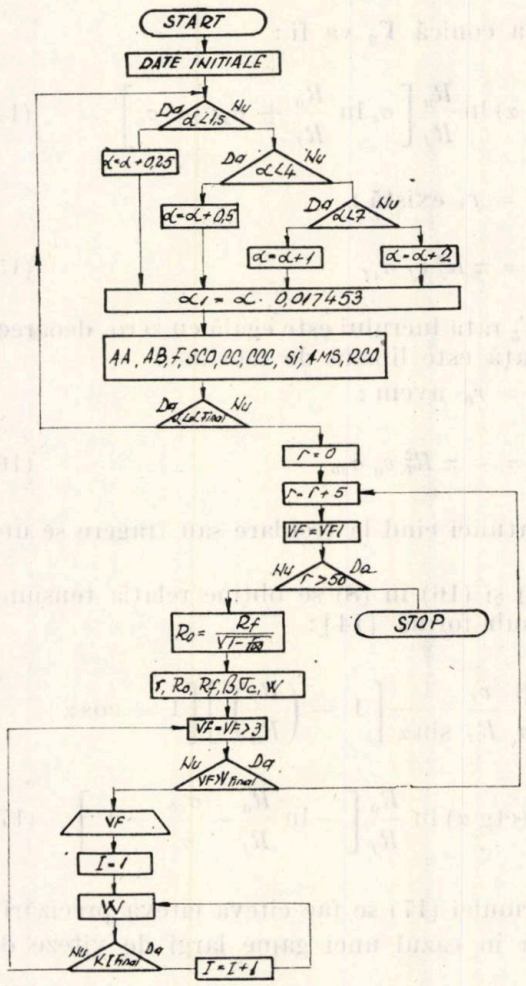


Fig. 3. Schema logică de calcul pentru determinarea parametrilor de lucru din formula (17)

Pe diagramă s-au trasat și două curbe obținute pe cale experimentală pentru $r = 10$ și 20 % în cazul vitezei de tragere de 10 m/min care sînt foarte apropiate de cele teoretice.

În fig. 5, pentru aceleași valori numerice, s-a reprezentat variația tensiunii relative de tragere funcție de reducere a secțiunii pentru unghiurile $\alpha = 4°$ și 9° și pentru trei viteze de tragere $v_f = 2$, 10 și 30 m/min. Și în acest caz se observă efectul vitezei procesului asupra creșterii tensiunii relative de tragere. Astfel, la o reducere $r = 30\,\%$, și semiunghiul matriței $\alpha = 9°$, tensiunea relativă de tragere $\sigma_{xf}/\sigma_c = 0{,}47$ în cazul vitezei mici de tragere $v_f = 2$ m/min și $\sigma_{xf}/\sigma_c = 0{,}60$ la $v_f = 30$ m/min.

De asemenea, pe diagramă s-au trasat și două curbe experimentale pentru $\alpha = 9°$ și viteza de tragere $v_f = 2$ m/min cum și pentru $v_f = 10$ m/

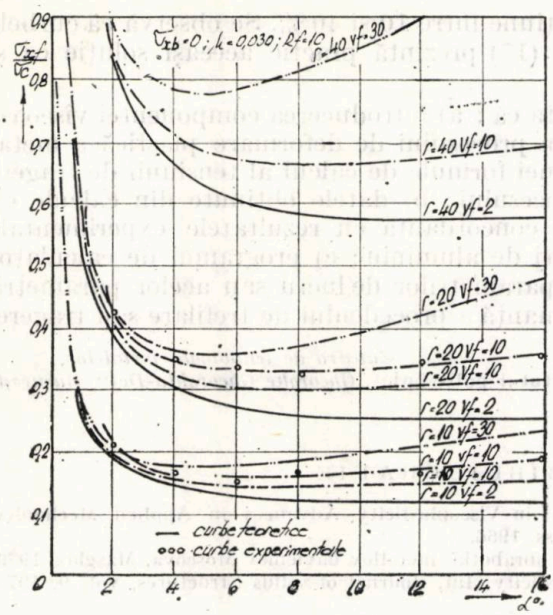


Fig. 4. Dependența tensiunii relative de tragere funcție de semiunghiul conului matriței.

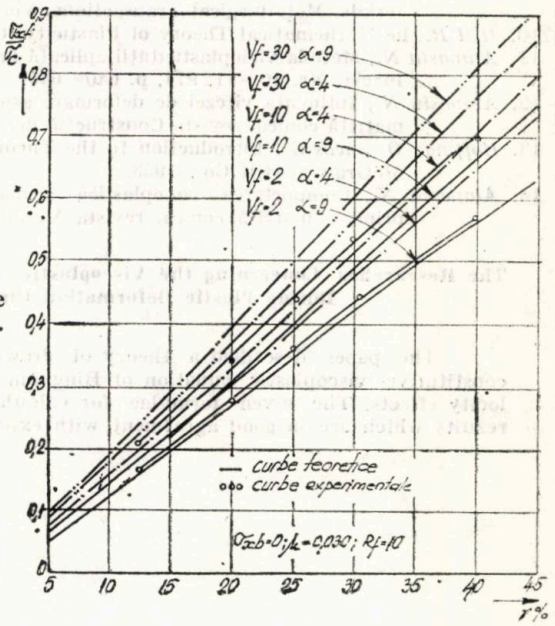


Fig. 5. Variația tensiunii relative de tragere funcție de reducerea secțiunii.

min în cazul reducerilor de secțiune între 10 și 40 %. Se observă că curbele teoretice obținute cu formula (17) prezintă practic aceeași soluție ca și curbele experimentale.

În concluzie se poate arăta că : a) introducerea componentei vîscoase pe lîngă cea plastică în analiza procesului de deformare plastică a metalului, a permis determinarea unei formule de calcul al tensiunii de tragere care ține seama de viteza procesului ; b) datele obținute din calcule cu formula (17) prezintă o bună concordanță cu rezultatele experimentale obținute la trefilarea unui aliaj de aluminiu ; c) programul de calculator elaborat permite optimizarea parametrilor de lucru sau acelor parametrii care prezintă funcție de performanță a procedeului de trefilare sau tragere.

Catedra de tehnologia metalelor,
Institutul politehnic *„Gheorghe Gheorghiu-Dej" București*

BIBLIOGRAFIE

1. *Perzina P.*, Fundamental problems in Viscoplasticity, Advances in Applied Mechanics, New-York,fAcademic Press, 1966.
2. *Tamlev L. D.*, Mehanika proțessov obrabotki metallov davleniev Moscova, Mașghiz, 1973.
3. *Phillips A.*, A Theory of Viscoplasticity, Int. Journal of Solids Structures, vol. 9, 1973, p. 15—30.
4. *Pugh H. I.*, Mechanical Behaviour of Materials Under Pressure, vol. 2, Amsterdam, Elsevier Publ. Co., 1970.
5. *Cristescu N.*, Dynamic Plasticity, Amsterdam, North Holland Press, 1967.
6. *Avitzur B.*, Strain — Hardening and Strain — Rate Effects in Plastic Flow Trough Conical Converging Dies, Journal of Engineering for Industry, Nr. 8, 1967, p. 556—562.
7. *Avitzur B.*, Metal Forming : Processes and Analysis, McGraw-Hill Co., New York, 1968.
8. *Jonas F, F., Chandra T.*, The Extrusion of Rate Sensitive Materials, AIME Symposium, Cleveland — Ohio, octombrie 1970.
9. *Chandra T., Jonas F. F.*, Strain Rate During the Extrusion of Strain Rate Sensitive Materials, Metallurgical Transactions, Vol. 1, 1970, p. 2079—2082.
10. *Hill R.*, he Mathematical Theory of Plasticity, Oxford, Clarendon Press, 1970.
11. *Atanasiu N.*, Metoda vizioplasticității aplicată la analiza extruziunii axial-simetrice, Metalurgia, Nr. 10—11, 974, p. 640—645.
12. *Atanasiu N.*, Influența vitezei de deformare asupra curgerii plastice a metalelor printr-o matriță conică, revista Construcția de Mașini, Nr. 12, 1975.
13. *Hoffman O, Sachs G.*, Introduction to the Theory of Plastcity for Engineers, New-York, McGraw — Hill Co., 1953.
14. *Atanasiu N.*, Comportarea vîscoplastică a materialelor metalice în timpul deformării printr-o matriță conică, revista Metalurgia, Nr. 11, 1975, p. 551—556.

The Researches Concerning the Viscoplastic Behaviour of the Metals and Alloys During Plastic Deformation through a Conical Die.

The paper described a theory of drawing through a connical die using a constitutive viscoplastic equation of Bingham type, taking into account the velocity effects. The given formulae for calculating the drawing stress gives the rezults which are în good agreement with experimental data.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SECȚIA MECANICĂ
Tomul XXXIX — 1977. Numărul 1

C.Z.: 620.197.2: 621.941

DETERMINĂRI PRIVIND EFICIENȚA RĂCIRII CU OXIGEN ASUPRA RUGOZITĂȚII SUPRAFEȚELOR STRUNJITE

M. VOICU P. GLADCOV

În lucrare autorii prezintă unele cercetări originale asupra acțiunii răcirii procesului de așchiere cu ajutorul unui jet de oxigen sub presiune.

Îmbunătățirea rugozității suprafețelor în aceste cazuri se explică prin formarea oxigenului Fe_3O_4, care împiedică formarea tăișului de depunere.

1. Generalități

După cum este cunoscut, una dintre condițiile impuse prelucrării prin așchiere este realizarea unor suprafețe prelucrate de calitate cît mai bună, aceasta presupunînd o rugozitate cît mai fină a acestor suprafețe. Sînt cunoscute o serie de măsuri cu caracter tehnologic, ce se iau în vederea realizării acestui deziderat: valori optime ale geometriei sculei, ale parametrilor regimului, utilizarea unor anumite fluide pentru ungerea și răcirea sculelor așchietoare, etc.

Una din cauzele frecvente ale obținerii de suprafețe prelucrate de slabă calitate o constituie formarea tăișurilor aderente (tăiș de depunere) pe sculele așchietoare.

Se constată practic că aceste tăișuri se formează în condiții foarte diferite, apariția lor fiind influențată de numeroși factori cum ar fi: parametrii regimului de așchiere, natura materialului prelucrat, temperatura de lucru, etc.

Mecanismul formării tăișului suplimentar nu este deplin elucidat. Există în momentul de față peste zece ipoteze mai mult sau mai puțin fundamentate, privind acest mecanism. De asemenea, părerile sînt împărțite și în ceea ce privește influența pe care o are tăișul asupra uzurii sculei și calității suprafeței prelucrate. Dacă părerile sînt împărțite în ceea ce privește influența tăișului aderent asupra uzurii, în schimb, majoritatea cercetătorilor sînt de acord că tăișul aderent influențează negativ calitatea suprafețelor prelucrate.

Mecanismul „deteriorării" suprafeței prelucrate este bine cunoscut: periodic, tăișul aderent format pe sculă se rupe rămînînd pe suprafața prelucrată „solzi" ce constituie asperități ale suprafeței respective. De

Manuscris predat redacției la data de 18 oct. 1974

asemenea se poate afirma că apare o variație în calitatea suprafețelor și ca urmare a modificării geometriei sculei așchietoare în timp, ca o consecință a formării și ruperii tăișului aderent.

Pornind de la aceste considerente, autorii au cercetat influența oxigenului asupra calității suprafețelor prelucrate în cazul formării așchiilor aderente. S-a ajuns astfel la soluția îmbunătățirii calității suprafeței prin insuflare de oxigen în locul așchierii.

2. Metoda de lucru

Pe un strung SN 400 × 1000 s-au strunjit bare cilindrice împărțite în sectoare de circa 60...80 mm lungime, prin caneluri. Materialele prelucrate au fost oțeluri din categoria OL 42 și 14 CN 07. Cuțitele folosite au fost confecționate din oțel rapid Rp_3 având următorii parametrii :

$$\alpha = 10°\,;\ \beta = 70°\,;\ \gamma = 10°\,;\ \varkappa = 60 \text{ și } 90°$$

$\varkappa_1 = 3°$ și respectiv 33°.

Barele prelucrate au avut diametrul Φ 35 mm, la o lungime liberă de 100—150 mm. Pe fiecare sector al barei s-a lucrat pe prima jumătate fără nici un fel de răcire, iar pe a doua jumătate s-a insuflat oxigen, iar într-o etapă ulterioară aer comprimat. În acest scop s-a folosit un ajutaj cilindric cu diametrul de 2,5 mm. Distanța de la capătul ajutajului la zona de așchiere a fost de circa 8—10 mm. Presiunea gazelor a fost de cca 5—8 at.

După prelucrare s-a măsurat rugozitatea suprafețelor cu ajutorul unui rugozimetru cu palpare tip ORION—2335 (fig. 1), cuplat cu un oscilograf.

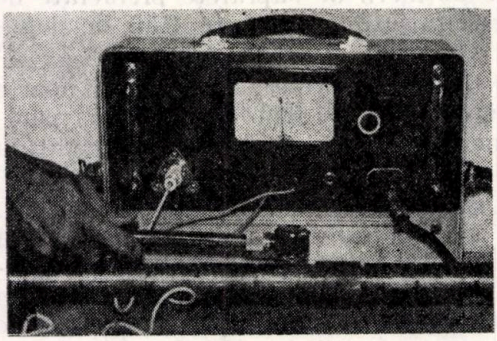


Fig. 1 .Măsurarea rugozității cu aparatul Orion tip 2335

Parametrii regimului de lucru și rezultatele obținute au fost înregistrate în tabelele 1...3.

3. Rezultatele obținute

S-a constatat că din momentul începerii strunjirii în mediu de oxigen, suprafața piesei își schimbă vizibil aspectul prezentînd o rugozitate mai mică și mai omogenă. Suprafețele prelucrate în prezența oxigenului devin mai netede și cu aspect mai mat și mai omogen așa cum rezultă din fig. 2.

Măsurătorile efectuate au arătat o îmbunătățire a rugozității suprafețelor prelucrate în prezența oxigenului, față de cea a suprafețelor prelucrate în mod obișnuit în aceleași condiții, de cca 30%, variind în jurul acestei valori în funcție de materialul prelucrat.

Tabelul 1

Regimul de lucru și rezultatele obținute la insuflarea cu oxigen pentru așchierea oțelului OL42.

Duritate HB 750/5/15= 123

Nr. crt.	∅ mm	v m/min	s mm/rot	t mm	$\varkappa$ grade	p at	R_{a1} strunjire obișnuită μ m	R_{a2} insuflare oxigen μ m	$\Delta R_a \cdot 100 / R_{a1}$
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	35	24,2	0,2	0,5	60	6	25	20	20
2	35	10,0	0,2	0,5	60	6	24	18	25
3	35	80,0	0,2	0,5	90	6	7	4	43
4	35	80,0	0,2	0,5	60	6	20	13	35
5	35	25,0	0,2	0,5	90	6	7	5	29
6	35	10,0	0,2	0,5	90	6	8	5	38
7	35	10,0	0,2	0,75	90	7	7	5	29
8	35	16,0	0,1	0,75	90	7	5,5	4	27
9	35	30,0	0,1	0,5	90	8	6,0	4	33
10	35	30,0	0,2	0,5	90	8	10	7	30
11	35	30,0	0,3	0,5	90	8	10	7	30
12	35	20,0	0,3	0,5	90	8	9	6	33
13	35	20,0	0,2	0,5	90	8	10	8	20
14	35	20,0	0,1	0,5	90	8	7	5	29
15	35	20,0	0,2	0,75	90	8	8	5	38
16	35	20,0	0,1	0,75	90	8	7,5	5	33
17	35	10,0	0,1	0,75	60	8	7,5	5,5	27

Tabelul 2

Regimul de lucru și rezultatele obținute la insuflarea cu oxigen pentru așchierea oțelului 15 CN 07 Duritate HB *750/5/15 = 144*

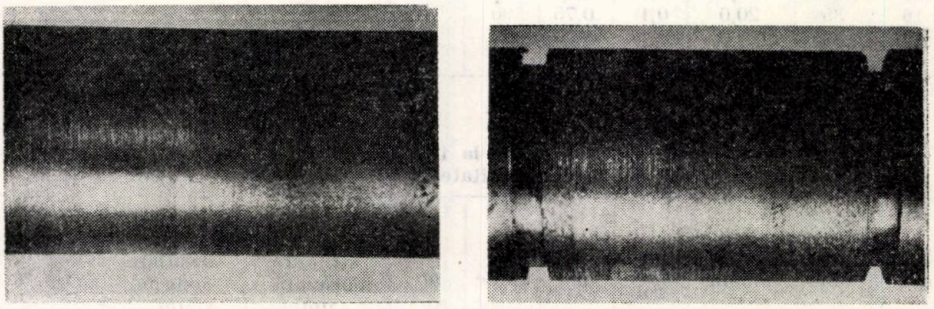
Nr. crt.	∅ mm	v m/min	s mm/rot	t mm	$\varkappa$ grade	p at	R_{a1} strunjire obișnuită μm	R_{a2} insuflare oxigen μm	$\Delta R_a \cdot 100 / R_{a1}$ %
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	35	25	0,2	0,5	60	6	6	4,5	25
2	35	10	0,2	0,5	60	6	15	13	13
3	35	80	0,2	0,5	90	6	6	4,5	25
4	35	10	0,2	0,5	90	6	7	4,5	36
5	35	10	0,1	0,5	90	6	4,5	3,5	22
6	35	10	0,1	0,75	90	6,5	4,5	3,5	22
7	35	10	0,2	0,75	90	6,0	6,5	5,5	15
8	35	30	0,1	0,5	90	8,0	5	4,0	20
9	35	30	0,2	0,5	90	8,0	4,5	3,5	22
10	35	30	0,3	0,5	90	7	5	3,5	30
11	35	20	0,3	0,5	90	6	7	5	29
12	35	20	0,2	0,5	90	6	7	5	29
13	35	20	0,1	0,5	90	6	7	5	29
14	35	20	0,3	0,75	90	6	7	4,5	36
15	35	20	0,2	0,75	60	5	12	7,5	37

Tabelul 3

Regimul de lucru și rezultatele obținute la insuflarea cu aer comprimat pentru strunjirea oțelului OL 42

Duritate HB 750/5/15 = 123

Nr. crt.	v m/min	s mm/rot	t mm	$\varkappa$ grade	p at	R_{a1} strunjire obișnuită μm	R_{a2} insuflare aer comprimat m
1	2	3	4	5	6	7	8
1	24,2	0,2	0,5	60	6	25	25
2	10,0	0,2	0,5	60	6	24	24
4	79,2	0,2	0,5	60	6	20	18
5	24,2	0,2	0,5	90	6	7	7
6	9,87	0,2	0,5	90	6	8	8
7	10,0	0,2	0,75	90	7	7	7
8	15,6	0,1	0,75	90	7	5,5	5,5
9	29,9	0,1	0,5	90	8	6	6
10	29,9	0,2	0,5	90	8	10	10
11	29,9	0,3	0,5	90	8	10	10
12	20,0	0,3	0,5	90	8	9	9
12	20,0	0,2	0,5	90	8	10	10
14	20,0	0,1	0,5	90	8	7	6
15	20,0	0,2	0,75	90	8	8	8
16	20,0	0,1	0,75	90	8	7,5	7
17	9,87	0,1	0,75	60	8	7,5	8



a Fig. 2 a, b. Influența oxigenului asupra rugozității la strunjire *b*

În cazul insuflării aerului comprimat la locul așchierii nu s-au constatat astfel de rezultate ; rugozitatea suferă o foarte ușoară îmbunătățire, diferența de calitate a suprafeței putîndu-se sesiza foarte greu chiar cu aparatura sensibilă folosită la experimentări. În acest caz s-a constatat continuarea formării tăișului de depunere (fig. 3).

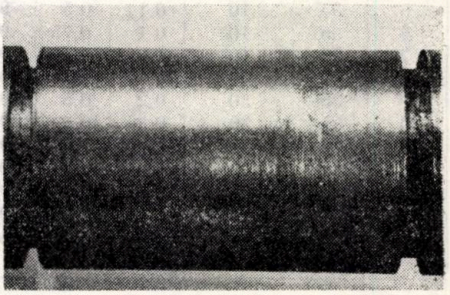


Fig. 3. Influența foarte mică a aerului comprimat asupra rugozității la strunjire.

4. Interpretarea rezultatelor și concluzii

Înrăutățirea calității suprafețelor prelucrate se datorește așa cum s-a mai arătat (în afară de apariția unor vibrații suplimentare în sistemul tehnologic mașină-unealtă-piesă-sculă ca urmare a ruperii repetate a tăișului aderent) în principal formării „solzilor" pe suprafața piesei ca

Fig. 4. Aspectul suprafeței cu solzi de depunere

urmare a acestei ruperi. În fig. 4 este reprezentat modul de formare a acestor „solzi" la prelucrarea obișnuită.

Pentru explicarea influenței oxigenului insuflat asupra netezimii suprafeței obținute prin strunjire se poate presupune că un rol esențial revine oxizilor formați în zona de așchiere.

Din diagrama de echilibru a oxigenului și fierului rezultă că la temperaturile specifice obișnuite ale procesului de așchiere (100—600°C) oxidul stabil este oxidul fero-feric, Fe_3O_4.

Posibilitatea formării acestui oxid crește odată cu creșterea temperaturii. Condițiile formării oxidului sînt deosebit de favorabile : suprafețele metalice sînt curate, fără alți oxizi sau impurități, temperatura are valori mari iar mediul înconjurător este deosebit de bogat în oxigen. Tăișul aderent se formează pe sculă prin acumulări de material (așchii foarte fine sau pulbere metalică) ceea ce duce la creșterea lui în înălțime, după care, la anumite valori ale acestei înălțimi, unele părți ale tăișului suplimentar se foarfecă brusc fiind antrenate de partea așchiilor ce vin în contact cu suprafața de degajare a sculei și de suprafața prelucrată (fig. 5).

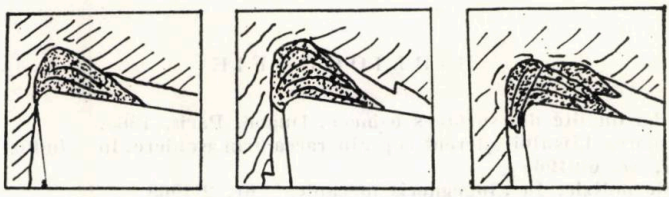


Fig. 5. Etapele procesului de depunere pe tăiș

Raportul între cantitatea de așchie aderentă antrenată de piesă sau de așchie depinde în principal, de viteza de așchiere [2] [3].

Datorită procesului de oxidare pe suprafața tăișului aderent se formează pelicule de oxizi care micșorează aderența între diversele straturi

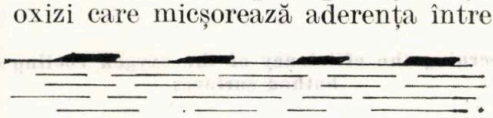


Fig. 6. Aspectul suprafeței cu solzi în cazul răcirii cu oxigen

ale acestui tăiș ușurînd astfel forfecarea. Solzii formați în aceste condiții vor avea înălțime mai mică, ceea ce are repercusiuni directe asupra rugozității (fig. 6). De asemenea, variațiile parametrilor geometrici ai sculei

vor fi mai mici decît în cazul strunjirii obișnuite, ceea ce duce la o vibrație cu amplitudine mai mică a sistemului tehnologic, deci suprafața va avea rugozitate mai fină. Existența solzilor mai plați a fost pusă de altfel în evidență și printr-o observare directă a suprafeței prelucrate cu ajutorul unui microscop Brinell cu o putere de mărire de 40 ori.

Mecanismul îmbunătățirii calității suprafețelor prelucrate descris mai sus este confirmat și de rezultatele obținute în cadrul insuflării la locul așchierii cu aer comprimat: mediul respectiv conținînd mai puțin oxigen, formarea oxizilor este îngreuiată, ceea ce conduce la rugozități cu aproximativ aceleași valori ca în cazul strunjirii obișnuite.

Rezultatele obținute de autori concordă și cu cele obținute de alți cercetători care au realizat o fragmentare mai rapidă a tăișului aderent prin folosirea unor lubrifianți [1]...[4].

Din cele de mai sus rezultă următoarele concluzii:

1. În toate cazurile răcirii sculelor așchietoare cu un jet de oxigen gazos la presiuni relativ mici se constată o îmbunătățire simțitoare a calității suprafețelor strunjite. Această îmbunătățire s-a constatat maximă pentru oțelul OL 42 la viteza $v = 80$ m/min avansul $s = 0{,}2$ mm/rot și adîncime de așchiere $t = 0{,}5$ mm (43%) iar pentru oțelul 15 CN 07 s-a constatat maximă pentru regimul $v = 20$ m/min, $s = 0{,}2$ m/rot și $t = 0{,}75$ mm (37%), variind în general în jurul cifrei de 30%.

2. Această constatare permite utilizarea pe scară industrială a metodei de răcire cu oxigen a sculelor așchietoare ceea ce duce la scăderea importantă a volumului prelucrărilor de finisare și deci a prețului de cost al produselor uzinate.

Catedra de tehnologia metalelor
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" — București

BIBLIOGRAFIE

1. *Enache, St.* La qualité des surfaces usinées. Dunod, Paris, 1966.
2. * * * Formarea tăișului aderent la prelucrarea prin așchiere. În „Industrie-Anzeiger" 87, nr. 6/91965
3. * * * Varie notizie. În „Ingegneria mecanica" nr. 2/1969
4. *Uehara, K. ș. a.* An Attemp to Improve the Cutting Performance trough Metallizing. In Annals OF CIRP vol 193, 1971.

Determinations concerning the efficiency of the oxygen cooling over the roughness bathed surfaces

In this paper the authors present some experimental researches of their own, concerning the effects of cooling with a pressure oxygen jet, on the cutting proces.

The improvement of the roughness of the surfaces in these cases is explained by the forming up of the oxid Fe_3O_4, which hinder the making up of the adherent cutting edge.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SECȚIA MECANICĂ
Tomul XXXIX — 1977. Numărul 1

TRANSPORTURI

C.Z.: 629.11 :62 – 57

ASUPRA SIMILITUDINII PERFORMANȚELOR DE TRACȚIUNE ALE AUTOMOBILELOR*

AUREL P. STOICESCU

În lucrare se stabilesc criteriile de similitudine pentru performanțele de tracțiune. Se introduce noțiunea de caracteristică relativă de demarare evidențiindu-se necesitatea identității caracteristicilor exterioare relative pentru realizarea similitudinii performanțelor.

În lucrarea de față se va efectua un studiu detaliat al criteriilor de similitudine pentru performanțele de tracțiune, atît în regim nestaționar, cît și în regim staționar. Cu acest prilej se va evidenția importanța caracteristicii exterioare relative a motorului în asigurarea similitudinii și se va introduce noțiunea de caracteristică relativă de demarare.

Criterii de similitudine pentru performanțele de tracțiune

Pentru stabilirea acestor criterii se va studia ecuația de mișcare generală rectilinie a automobilului ce se deplasează pe un drum, cu o anumită înclinare (se consideră cazul transmisiei cu schimbător de viteze în trepte), care poate fi pusă sub forma

$$\left(1+\frac{g\,.\,I_m}{G_a}\cdot\frac{i_i^2\eta_{it}}{r_d^2}+\frac{g}{G_a}\cdot\frac{\sum I_r}{r_d^2}\right)\cdot\frac{dv}{dt}=\frac{M i_i\eta_{it}}{G_a r_d}-\psi-\frac{kAV^2}{13\,G_a}\cdot \tag{1}$$

Primul termen din membrul al doilea al relației (3) constituie un criteriu de similitudine, însă el va fi analizat într-o altă formă. Anume, exprimînd momentul în funcție de putere și turație, el se poate scrie astfel

$$\Pi=\eta_{it}\cdot\frac{P(n)}{\frac{VG_a}{270}}\cdot \tag{2}$$

---

*) Manuscris predat redacției la data de 25 martie 1974.

După cum se știe P este o funcție continuă de turație, a cărei expresie în general este necunoscută. Însă, conform teoremei lui Weierstrass, se poate găsi întotdeauna un polinom algebric întreg

$$P_0(n) = \sum_{j=0}^{p} \alpha_j n^j, \tag{3}$$

astfel încît să fie satisfăcută în mod uniform, pentru toate valorile lui $n \in [n_1, n_2]$, inegalitatea

$$|P(n) - P_0(n)| < \varepsilon, \tag{3'}$$

oricare ar fi $\varepsilon > 0$.

Prin urmare, în locul criteriului (2) se pot considera $q + 1$ criterii de forma

$$\Pi'_j = \eta_t \cdot \frac{\alpha_j n^j}{\frac{VG_a}{270}}, \quad j \in \{0,1,\ldots q\}. \tag{4}$$

Evident, această înlocuire comportă o anumită eroare, dar ea poate fi făcută oricît de mică.

Folosindu-se relații cinematice cunoscute, (4) se mai scrie

$$\Pi'_j = \eta_t \cdot \zeta^j \cdot i^j \left(\frac{V}{V_{\max}}\right)^{j-1} \cdot \frac{\alpha_j n_P^j}{\frac{G_a V_{\max}}{270}}. \tag{5}$$

Dar primii patru factori ai produsului din membrul al doilea al relației (5) sînt niște mărimi adimensionale și, ca atare, reprezintă ele însele niște criterii de similitudine. Prin urmare rezultă criteriile

$$\Pi''_j = \frac{\alpha_j n_P^j}{\frac{G_a V_{\max}}{270}}, \tag{6}$$

din care se obține

$$\alpha_j = \frac{\Pi''_j G_a V_{\max}}{270 n_P^j}. \tag{7}$$

Pentru automobilul model similar, relația va căpăta forma

$$\alpha_j^m = \frac{\Pi''_j G_a^m V_{\max}^m}{270 (n_P^m)^j} \tag{8}$$

Turația de putere maximă la model este analogă turației de putere maximă la original. În adevăr, se poate scrie

$$f_1(n^m) = \frac{dP^m(n^m)}{dn^m} = \frac{P_s}{n_s} \cdot \frac{\mathrm{d}\, P(n)}{dn}.$$

Dar $f_1(n_P^m) = 0$ și din relația precedentă rezultă $dP(n)/dn = 0$, adică $n = n_p$.

Deci (3), pentru original și respectiv model, devine

$$P_0 = \sum_{j=0}^{q} \frac{\Pi_j'' G_a V_{\max}}{270} \cdot \left(\frac{n}{n_p}\right)^j, \quad P_o^m = \sum_{j=0}^{q} \frac{\Pi_j'' G_a^m V_{\max}^m}{270} \cdot \left(\frac{n^m}{n_P^m}\right)^j, \tag{9}$$

Notînd $P_{0\max} = P_0(n_p)$, $P_{0\max}^m = P_0^m(n_p)$, din relația (6) se obține

$$\sum_{j=0}^{q} \Pi_j'' = \frac{P_{0\max}}{\frac{G_a V_{\max}}{270}} = \frac{P_{0\max}^m}{\frac{G_a^m V_{\max}^m}{270}}. \tag{10}$$

Ținînd seamă de (9) și (10) se poate scrie

$$\frac{P_0}{P_{0\max}} = \sum_{j=0}^{q} \frac{\Pi_j''}{\sum_{l=0}^{q} \Pi_l''} \cdot \left(\frac{n}{n_p}\right)^j,$$

$$\frac{P_0^m}{P_{0\max}^m} = \sum_{j=0}^{q} \frac{\Pi_j''}{\sum_{l=0}^{q} \Pi_l''} \cdot \left(\frac{n^m}{n_P^m}\right)^j. \tag{11}$$

Se mai poate scrie relația

$$\frac{n}{n_p} = \zeta \cdot i \cdot \frac{V}{V_{\max}}, \tag{12}$$

ceea ce arată că primul membru al relației precedente constituie și el un criteriu de similitudine.

Avînd în vedere (11), rezultă deci

$$\frac{P_0}{P_{0\max}} = p_0\left(\frac{n}{n_p}\right) = \frac{P_0^m}{P_{0\max}^m} = p_0^m\left(\frac{n^m}{n_p^m}\right). \tag{13}$$

Dar relațiile (13) definesc *niște caracteristici exterioare relative*, care aproximează cu o precizie ce poate fi aleasă caracteristicile exterioare relative reale.

Prin urmare, din (13) se deduce că o condiție necesară de similitudine a performanțelor, pe lîngă cele arătate anterior, o constituie *identitatea caracteristicilor exterioare relative* ale motoarelor ce echipează automobilele respective. În acest fel se evidențiază importanța deosebită pe care o are utilizarea noțiunii de caracteristică exterioară relativă nu numai în studiul motorului propriu-zis [3], ci și în studiul performanțelor automobilului.

După transformări convenabile ale relațiilor calculului de tracțiune [2], se obține

$$P_{max} = \frac{1}{p(\zeta)} \left(\frac{\psi_0 G_a V_{max}}{270} + \frac{kA\, V_{max}^3}{3\,500} \right). \tag{14}$$

Plecînd de la ecuația (1), ținînd seamă de (10) și (13), precum și de analiza efectuată mai înainte, se obțin următoarele criterii de similitudine :

$$\Pi_1 = \psi_0,\ \Pi_2 = \psi.\ \Pi_3 = \zeta,\ \Pi_4 = \eta_{lt},\ \Pi_5 = i,\ \Pi_6 = \frac{V}{V_{max}},$$

$$\Pi_7 = p,\ \Pi_8 = \frac{V}{3{,}6\ gt},\ \Pi_9 = \frac{r_r}{r_d},\quad \Pi_{10} = \frac{I_m}{V_{max}^2 G_a}, \tag{15}$$

$$\Pi_{11} = \frac{g \sum I_r}{G_a r_d^2},\ \Pi_{12} = \frac{kA\, V_{max}^2}{13\ G_a}.$$

Criteriile de mai sus dau condițiile necesare de similitudine. Pentru a obține condițiile de suficiență a similitudinii. în criteriile (15) se vor pune condițiile inițiale [1].

Deci criteriile de suficiență pentru similitudine sînt :

Π_1,, Π_2, Π_3, Π_4, Π_5, Π_7, Π_9, Π_{10}, Π_{11}, Π_{12}, la care se adaugă

$$\Pi_6^0 = \frac{V^0}{V_{max}} \quad \text{și} \quad \Pi_8^0 = \frac{V_0}{3{,}6\ g} \cdot \frac{V_0}{S_0}, \tag{15'}$$

unde S_0 reprezintă distanța la momentul $t = 0$.

În general, pentru motive de comoditate, se alege $S_0 = 0$. Atunci este preferabil ca să se considere criteriul

$$\Pi_8^{-1} = \frac{3{,}6\ gt}{V} \tag{15''}$$

rezultînd astfel $(\Pi_8^0)^{-1} = 0$.

Este de observat că în orice condiții trebuie ca $V_0 \neq 0$, chiar în cazul pornirii de pe loc. Într-adevăr, ecuația (2) este scrisă în ipoteza că ambreiajul este cuplat complet, deci că automobilul posedă deja o anumită viteză.

În legătură cu criteriul Π_6^0, se remarcă faptul important că, la pornirea de pe loc, turația la care ambreiajul se cuplează complet, n_0, trebuie să se afle în același raport cu turația de putere maximă, pentru a se realiza similitudinea (a se vedea relația (12)). De asemenea, și vitezele inițiale în celelalte etaje trebuie să satisfacă criteriul de mai sus. Prin urmare, se

poate realiza similitudinea numai parţial ,pentru diferite etaje, dar viteza finală în etajul precedent trebuie să fie astfel încît, ţinînd seamă de scăderea de viteză în timpul schimbării etajelor, să se obţină raportul amintit acelaşi pentru automobilele cu caracteristici similare.

Ţinînd seamă de (15), (15′) şi (15″) ecuaţia criterială are următoarea formă generală :

$$\frac{3{,}6\,gt}{V} = \Phi_j\left(\psi_0,\ \psi,\ \zeta,\ \eta_t,\ i,\ p,\ \frac{r_r}{r_d},\ \frac{I_m}{V_{\max}^2 G_a},\ \frac{g\sum I_r}{G_a r_d^2},\right.$$

$$\left.\frac{kAV_{\max}^2}{13\ G_a},\ \frac{V_0}{V_{\max}},\ \frac{V}{V_{\max}}\right), \tag{16}$$

$j = 1,\ 2, \ldots n_{tr}$

Din examinarea relaţiei (16) se constată că performanţele automobilului nu depind de turaţia la putere maximă a motorului, atunci cînd caracteristica sa exterioară relativă este dată. Influenţa acestei turaţii se manifestă într-un alt mod, în general, şi anume prin modificarea efectivă a caracteristicii relative. De asemenea, la modificarea acestei turaţii se modifică şi I_m. O analiză a acestei chestiuni a fost făcută într-o altă lucrare [5]. De asemenea, se mai constată că din momentul în care s-au fixat $V_{\max}$ şi ζ performanţele nu sînt determinate de raportul de transmitere al angrenajului în unghi.

Din criteriul Π_6 combinat cu Π_8 se obţine

$$\frac{t}{t^m} = \frac{V}{V^m} = \frac{V_{\max}}{V_{\max}^m}. \tag{17}$$

Prin urmare factorii de similitudine pentru timp şi viteză sînt egali între ei şi determinaţi de raportul vitezelor maxime.

Avîndu-se în vedere modul cum s-au folosit condiţiile iniţiale la scrierea criteriilor, rezultă că timpii de demarare au în fiecare etaj valoarea nulă la începutul demarării în acel etaj. Se poate arăta că relaţia (17) poate fi extinsă şi în cazul timpilor de demarare măsuraţi *în orice etaj*, cu originea la pornirea de pe loc. Într-adevăr, dacă se consideră etajul II spre exemplu, timpii de demarare vor fi respectiv

$$T = t^I + t,\quad T^m = t^{mI} + t^m,$$

unde t^I, t^{mI} sînt timpii de demarare la începutul demarării în etajul II.

Particularizînd (17) se obţine

$$\frac{t^I}{t^{mI}} = \frac{V_{\max}}{V_{\max}^m} = \frac{t}{t^m} = \frac{t^I + t}{t^{mI} + t^m} = \frac{T}{T^m},$$

afirmaţia fiind astfel dovedită.

Relaţia (16) poate fi interpretată drept *caracteristica relativă de demarare* a automobilului. Aşadar, pentru automobile similare din punctul de

vedere al performanţelor de tracţiune caracteristicile relative de demarare sînt identice. De asemenea, mai rezultă că la viteze respectiv omoloage corespund acceleraţii medii egale între ele.

Pentru a pune în evidenţă calităţile de demarare este indicată construirea caracteristicii relative de demarare, care de fapt arată măsura în care puterea motorului este folosită pentru accelerarea masei de translaţie a automobilului. Evident, caracteristicile uzuale de demarare vor fi folosite şi ele, întrucît dau indicaţiile directe privitoare la capacitatea de demarare.

Pentru performanţele de tracţiune în regim staţionar, se va folosi ecuaţia (1), în care, evident, $dv/dt = 0$. Este uşor de arătat că în acest caz criteriile de similitudine vor fi Π_1, Π_2, Π_3, Π_4, Π_5, Π_6, Π_7, Π_9 şi Π_{12}, date de (15). Se înţelege că pentru $V = V_{cr}$ se poate scrie

$$V_{cr}/V_{max} = \text{idem}, \tag{18}$$

rezistenţele specifice maxime în fiecare etaj fiind respectiv egale.

Concluzii

— Criteriile stabilite în lucrare permit să se precizeze condiţiile în care se realizează similitudinea performanţelor de tracţiune.

— O condiţie necesară pentru similitudinea performanţelor de tracţiune este şi existenţa aceleiaşi *caracteristici exterioare relative* a motoarelor

— Similitudinea performanţelor de tracţiune implică aceeaşi *caracteristică relativă de demarare*, noţiune introdusă pentru prima dată în lucrarea de faţă.

— Criteriile de similitudine nu depind de turaţia la puterea maximă a motorului.

Catedra de autovehicule
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *Alabujev, P.M.* ş.a., Teoriia podobiia i razmernostei. Modelirovanie, Izd—vo „Vissaia şkola", Moskva, 1968.
2. *Ghiulai, C.*, Mecanica automobilului, Ed. Tehnică, Bucureşti, 1965.
3. *Lenin, M.I.*, Caracteristica externă a motorului de automobil cu carburator, în Metalurgia şi Construcţia de Maşini nr. 1, 1963, pag. 26—45.
4. *Sedov, L. I.*, Metod podobii irazmernosti mehanike, Izd — voNauka, Moskva, 1967.
5. *Stoicescu A.P. O* contribuţie la calculul de tracţiune al automobil lui, comunicare la a XX/V -a sesiune ştiinţifică a cadrelor didactice din I.P. Bucureşti, din 21—23 dec. 1972.
6. *Vasilescu, Al.A.*, Analiza dimensională şi teoria similitudinii. Ed. Academiei R.S. România Bucureşti, 1969.
7. *Vennikov, V.A.*, Aplicarea teoriei similitudinii şi modelării în electroenergetică, Ed. Tehnică Bucureşti, 1969.

About the Similitude Criterions of the Automobile Traction Performances

In the work is established the similitude criterions of automobile traction performances and is introduced the notion of relative acceleration characteristic. At the same time is pointed out the importance of the knowledge of the motor relative external characteristic by the investigation of the above mentioned performances.

ANEXĂ

Notaţiile principale folosite în lucrare

L, r_d, r_r, — ampatamentul, raza dinamică a roţii, raza de rulare, m.

A — aria secţiunii transversale maxime a automobilului, m^2.

t — timpul, s.

v, V — Viteza automobilului, m/s, km/h.

V_{max} — viteza maximă a automobilului obţinută în ultimul etaj, la deplasarea în palier, km/h.

V_{cr} — viteză critică a automobilului într-un anumit etaj.

g — acceleraţia gravitaţională, m/s^2.

n, n_p, $n\,V_{max}$ — turaţia arborelui cotit, turaţia pentru putere maximă, turaţia pentru viteza maximă în palier, km/h.

I_m — momentul de inerţie al pieselor motorului în mişcare de [rotaţie," redus la axa arborelui cotit.

I_r — momentul de inerţie al unei roţi a automobilului

G_a — greutatea automobilului, kgf.

M, P, P_{max} — cuplul motor, kgf.m, puterea motorului, puterea maximă a motorului, CP

$P(n)$ — caracteristica de turaţie pentru putere la sarcina totală.

$p(n/n_p)$ — caracteristica exterioară relativă a motorului.

i_0, i, i_t — raportul de transmitere al angrenajului în unghi, raportul de transmitere al unei trepte oarecare a schimbătorului de viteze, raportul de transmitere al întregii transmisii.

η_{tt} — randamentul transmisiei.

δ — coeficient care ţine seama de influenţa maselor în mişcare de rotaţie.

ψ, ψ_0 — rezistenţa specifică totală a drumului, rezistenţa specifică corespunzătoare condiţiilor în care se obţine V_{max}.

n_{tr} — numărul de trepte ale schimbătorului de viteze (exclusiv treapta de mers înapoi).

ζ $= n_{V\,max}/n_p$

$\alpha_j (j=1,2,..q)$ — coeficienţii polinomului $P_0(n)$.
Toate notaţiile având supraindicele m se referă la model, iar cele care nu-l au se referă la original.

Tiparul executat la Întreprinderea Poligrafică „Informația" c. 7042

40 480

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
SERIA MECANICĂ

apare trimestrial, în continuarea vechilor periodice ştiinţifice : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et apliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" şi Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti.

Organizat pe baze noi, el reflectă în primul rînd activitatea ştiinţifică a corpului didactic din institut. În limita spaţiului disponibil, se pot publica şi lucrări ştiinţifice ale colaboratorilor din afara institutului.

Corespondenţa privind articolele, schimburile de publicaţii şi abonamentele se fac pe adresa institutului.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
РАЗДЕЛ МЕХАНИКИ

выходит четыре раза в год, являясь продолжением прежних научных периодических журналов „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliqués"., „Buletinul Politehnicii din Bucureşti", и Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti.

Составленный на новых основах, он отражает в первую очередь научную деятельность преподавательского состава Бухарестского политехнического института. В пределах возможностей будут публиковаться и научно-исследовательские работы специалистов извне.

Переписка обмен периодическими изданиями и подписка производятся по адресу института.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
SERIES OF MECHANICS

The Bulletin is issued quarterly, continuing the old scientific periodicals : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" and Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti.

Organized on a new basis, it primarily reflects the scientific activity of the academic staff from Institute. Researchers from ontside the institute can also publish their papers within the available space.

The correspondance regarding the articles, change of publications and subscriptions are sent to the folwing address.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
SÉRIE MECANIQUE

paraît tous les trois mois, continuant les anciens periodiques scientifiques : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliqueés", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" et Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti.

Organisé sur de nouveaux principes il reflète tout d'abord l'activité scientifique du corps enseignant de l'Institut. Dans la limite de l'espace disponible on peut y publier aussi les travaux scientifiques des collaborateurs de l'extérieur.

L'adresse pour la correspondance concernant les articles, les échanges de publications et les abonnamants se trouve ci-dessous :

Adresa :

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
ROMÂNIA
Splaiul Independenţei nr. 313
Căsuţa Poştală nr. 2356
(pentru Buletinul Institutului)
Seria Mecanică

1971 DEC 9

Lei 20

= 1130/3

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

SERIA MECANICĂ

TOMUL XXXIX NUMĂRUL 2 ANUL 1977,
APRILIE—IUNIE

COMITETUL DE REDACȚIE

REDACTOR RESPONSABIL : Academician *Radu Voinea*

MEMBRII : Prof. dr. ing. *Constantin Bălă* (redactor responsabil adjunct) ; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Buzdugan*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Cartianu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. dr. docent ing. *Virgil Constantinescu* : Prof. dr. ing. *Alexandru Dănescu* ; Prof. dr. ing. *Gleb Drăgan* ; Prof. dr. ing. *Nicolae Geru* ; Prof. dr. ing. *Berthold Grünwald* ; Prof. dr. *Ion Grădișteanu* ; Prof. dr. ing. *Gheorghe Hortopan* ; Prof. ing. *Jean Moncea* ; Academician *Ecaterina Ciorănescu Nenițescu* ; Prof. dr. ing. *Aurel Oprean* ; Prof. dr. ing. *Mircea Petrescu* ; Prof. dr. ing. *Ion Popescu* ; Prof. dr. ing. *Marcel Segărceanu* ; Prof. dr. ing. *Călin Sergiu* (secretar științific) ; Prof. dr. *Octavian Stănășilă*; Prof. dr. docent ing. *Ion Teoreanu* ; Prof. dr. docent *Rodica Vilcu*.

Editor : Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Splaiul Independenței 313. Cod 77206. Tel. 31.40.10, România, Căsuța poștală 2356 Telex : 10.490 PIBUH

Readers from abroad can get subscriptions for this rewspaper trough ILEXIM import-export press, 13 Decembrie St. Nr. 3, P.O.B. 2001, telex 011226, Bucharest ROMÂNIA

Sumar

MATEMATICA

Elena Tănăsescu

Aplicarea teoriei modelelor de atmosfere stelare la unele probleme astrofizice 3

C. Târcolea

Proprietăţi ale funcţiilor caracteristice în R şi ale funcţionalelor de tip Hincin în R^n 9

MECANICA

Steluţa Stroe, M. Munteanu

Studiul mişcării organului de lucru al cultivatorului sub acţiunea încărcărilor aleatoare 13

MOTOARE CU ARDERE INTERNĂ

D. Taraza

O metodică de utilizare a traductorului cu fir rezistiv pentru măsurarea vitezelor în fluide, în condiţii de variaţie a presiunii şi temperaturii 23

REZISTENŢA MATERIALELOR

M. Atanasiu, V. Drobotă

Scheme π exhaustive de dipoli 39

I. Constantinescu, D. Golumbovici

Calculul caracteristicilor geometrice ale secţiunilor structurilor de mare complexitate 47

HIDRAULICA

V. Panaitescu

Sur les lois du mouvement turbulent dans les conduites lisses et rugueses 57

Gh. Zidaru

O demonstraţie exactă a teoremei momentului cinetic pentru turbomaşini 63

TEHNOLOGIA CONSTRUCŢIEI DE MAŞINI

V. Tache, A. Vlase

Contribuţii cu privire la determinarea regimurilor de aşchiere la strunjirea unor oţeluri inoxidabile de producţie indigenă 69

C. Neagu, Gh. Bădescu

Precizia de prelucrare a pieselor sferice 75

MAŞINI-UNELTE ŞI SCULE

C. Minciu, Gh. Petrescu, St. Florianu

Determinarea analitică a curbelor de rulare ale roţilor dinţate ovale . . . 81

Al. Dorin

Modelele încercărilor accelerate de siguranţă în funcţionarea elementelor maşinilor-unelte 87

Fl. Ionescu

Elemente de dinamică a motoarelor rotative cu pistoane axiale folosite în acţionarea hidrostatică a maşinilor-unelte 97

TEHNOLOGIA METALELOR

P. Gladcov

Cercetări privind îmbunătăţirea metodelor de studiu metalografic . . . 107

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SECȚIA MECANICĂ
Tomul XXXIX — 1977. Numărul 2

MATEMATICĂ

C.Z.: 523.04

APLICAREA TEORIEI MODELELOR DE ATMOSFERE STELARE LA UNELE PROBLEME ASTROFIZICE*

ELENA TĂNĂSESCU.

Teoria și calcularea modelelor de atmosfere stelare au o largă aplicabilitate în determinarea temperaturilor efective și a corecțiilor bolometrice, în calcularea discontinuității Balmer, a profilelor de linii și a lărgimilor echivalente ale lor.

Fluxul monocromatic este o mărime de un mare interes astrofizic, servind la determinarea altor mărimi importante pentru studiul stelelor cum sînt de exemplu: corecțiile bolometrice, discontinuitatea Balmer, indicii de culoare, fluxul total, temperaturile efective, etc.

Într-un model de atmosferă stelară pentru o stea de tip B cu temperatura efectivă T_e=18.000°K, log $G = 4$ și abundențele elementelor ce populează atmosfera presupuse normale și constante la transportul energiei radiativ de la centrul stelei spre suprafață, fluxul monocromatic calculat prin rezolvarea matricială a ecuației de transfer are reprezentarea arătată de fig. 1.

Linia întreruptă în graficul trasat în fig. 1 reprezintă valorile fluxului monocromatic calculat la prima adîncime optică în model, $\tau = 0{,}46 \cdot 10^{-3}$. Făcînd un studiu comparativ cu rezultatele altor autori, asupra stelelor de același timp spectral, am trasat pe aceleași axe valorile fluxului monocromatic la adîncimea optică Rosseland, $\tau = 0$ din modelul calculat de Aller prin linia plină și graficul format din valorile fluxului monocromatic calculate de Ström și Avrett la prima adîncime optică Rosseland din modelul lor, prin linia punctată.
Linia plină din calculele lui Aller pentru $\tau = 0$, linia punctată din calculele lui Ström Avrett, linia întreruptă (—.—.—.) din calculele autorului pentru $\tau = 0{,}46 \cdot 10^{-3}$.

Graficele din fig. 1 arată că valorile calculate în modelul nostru în care am luat în considerare și difuzia în calcularea funcției sursă sînt puțin mai mici decît cele calculate de Aller în modelul său care a luat funcția sursă chiar funcția Planck. Pe de altă parte, în modelul nostru adîncimea optică medie adoptată în calcule este adîncimea Rosseland, în timp ce în modelul lui Aller adîncimea optică medie este adîncimea la o lungime de undă caracteristică $\tau_{\lambda\,500}$.

Graficele trasate dovedesc că funcția flux monocromatic admite un maxim pentru frecvența $\nu = 1{,}84285285E15$ în intervalul de frecvențe

*Manuscris predat redacției la data de 28 noembrie 1975

considerate, adică în partea din spectrul conținută între limita Balmer și limita Lyman.

Compararea distribuției de energie din observații cu cea prezisă de modelele teoretice este destul de dificilă deoarece distribuțiile de energie obținute din observații sînt afectate de mediul interstelar.

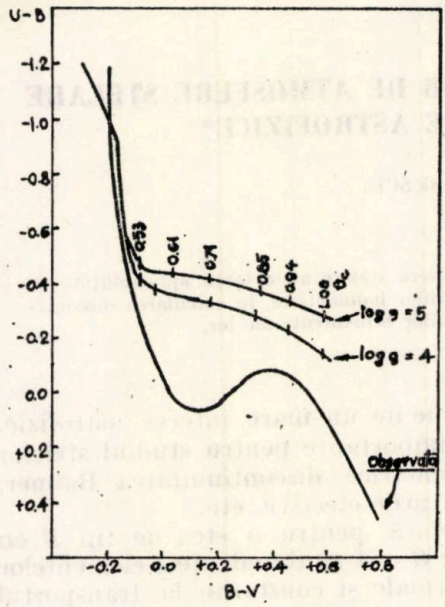


Fig. 1. Fluxul monocromatic într-o stea de tip spectral B.

La stelele din tipul spectral studiat, stele de clasă *B*, compararea datelor obținute din observații cu distribuțiile de energie prezise din calculele de modele indică că cea mai mare parte din energie se scurge în intervalul de lungimi de undă mai mari ca limita Lyman.

S-a constatat, de asemenea, că aceste stele sînt mult mai puțin strălucitoare în partea *U V* a spectrului decît era de așteptat in modele și că în realitate sînt mult mai depărtate decît s-au prezis în calulele de modele.

Anumite discrepanțe dintre teorie și observație se presupun a fi produse de neglijarea efectelor liniilor spectrale și de anumite surse neidentificate ale opacității în partea ultravioletă a spectrului care necesită un studiul complicat al tranzițiilor prin teoria mecanicii cuantice și nu s-a elaborat încă o teorie adecvată acestor probleme destul de dificile.

1. Calcularea discontinuității Balmer și compararea cu datele din observații avînd în vedere în special regiunea *UV* a spectrului.

Printre testele la care poate fi supus un model de atmosferă stelară este compararea discontinuității Balmer prezisă din calculele modelului cu aceea obținută din observații.

În general, pentru acest parametru, se obține o bună concordanță a valorilor calculate din modele de atmosfere cu valorile rezultate din observații pentru orice clasă spectrală.

Acest parametru are avantajul că nu este afectat de absorbția din spațiu, cum se întîmplă cu distribuțiile de energie. Discontinuitatea Balmer, așa după cum reiese din fig. 1, apare cam în jurul frecvenței $\nu = 7{,}98041258E14$ sau în termeni ai lungimii de undă, acest parametru se exprimă prin $D = \log F(\lambda 3650+)/F\lambda 3650-)$ unde F ($\lambda 3650+$) se referă la fluxul din partea lungimilor de undă lungi a limitei Balmer și $F(\lambda 3650-$ este valoarea corespunzătoare părții scurte a limitei Balmer.

Deci valoarea discontinuității este diferența logaritmilor valorilor fluxului monocromatic pentru aceste lungimi de undă.

Din graficele trasate în fig. 1 se poate observa că în modelul Ström și Avrett discontinuitatea Balmer este mai mică în timp ce în modelul lui Aller și respectiv în modelul calculat de noi, discontinuitatea Balmer are valori foarte apropiate și anume discontinuitatea Balmer calculată pentru modelul nostru este $D = \log \frac{0{,}821}{0{,}514} \approx \log 1{,}6 = 0{,}204$.

Pentru stele de tip spectral *B* măsurătorile discontinuității Balmer efectuate de Barbier și Chalonge în 1941 și respectiv de Chalonge și Divan în 1952 sînt date de :

Tabelul 1

Valori medii ale discontinuității Balmer observate

Clasa spectrală	1941	1952
*B*0,5 — B1	0,06	0,08
*B*2	0,11	0,14
*B*2,5	—	0,16
*B*3	0,18	0,21
*B*5	0,25	0,29
*B*8	0,32	0,38
*B*9	0,44	0,47

Valori ale discontinuității Balmer calculate cu diferite modele pentru stele de clase spectrale B sînt înregistrate în tabelul 2.

Tabelul 2

Valori ale discontinuității Balmer calculate.

Autori	Spectru	Temperatura efectivă	log *g*	*D*
M. Rudkjobing	*B*0	35.000	4,54	0,051
G. Traving	*B*0	32.800	4,80	0,083
J. Cl. Pecker	*B*1	27.300	4,48	0,072
J. K. Mc. Donald	*B*2	22.700	3,80	0,105
C. de Jager și L. Neven		16.630	4	0,200
		21.400	4	0,110
Autorul	*B*3	18.000	4	0,204

Urmărind valorile din aceste tabele se remarcă că într-adevăr acest parametru prezintă un bun acord între valorile observate și cele calculate din modele.

2. Folosirea modelelor de atmosferă la determinarea temperaturilor efective, a corecţiilor bolometrice şi a indicilor de culoare pentru stele de tipul spectral considerate în studiu.

Un studiul complet al spectrului continuu al unei stele implică măsurarea raportului $F(\lambda)/F(\lambda_0)$, adică a raportului dintre fluxul la toate lungimile de undă λ şi valoarea sa la o lungime de undă caracteristică.

În mod practic nu se pot face observaţii în toate regiunile spectrului, încît în multe cazuri se folosesc măsurători făcute în regiunispectrale accesibile observaţiilor şi apoi cu ajutorul modelelor de atmosferă se extrapolează la regiuni spectrale inaccesibile observaţiilor.

Din concordanţa valorilor raportului $F(\lambda)/F(\lambda_0)$ observate cu cele calculate din modele se poate afirma că o stea cu o distribuţie de energie măsurată are aceeaşi temperatură efectivă ca aceea a stelei cu distribuţia de energie prezisă din model.

Astfel a fost posibilă alcătuirea unei scări de temperaturi efective. Pentru piticele roşii a fost alcătuită o scară a temperaturilor în 1958 de către Limber, pentru stele de tip spectral F_5-A_0 se poate reliefa munca lui Popper (1959), Brown şi Twiss (1954) şi de asemenea Code şi colaboratorii săi au obţinut temperaturi efective prin procedeul folosirii modelelor de atmosfere, îmbinînd calculele de modele ale lui Osawa cu rezultatele pe bază de observaţii ale lui Bless şi Popper.

3. Corecţia bolometrică

O altă mărime importantă care se poate determina prin metoda modelelor de atmosfere este corecţia bolometrică care poate fi calculată din expresia :

$$BC = 2{,}5 \log \frac{\int p_\lambda F_\lambda \, d\lambda}{\int F_\lambda \, d\lambda} + \text{const.}$$

unde p_λ este funcţia de sensibilitate a ochiului sau a sistemului V de magnitudini, F_λ este fluxul iar constanta aditivă este determinată din condiţia că pentru soare $BC = -0{,}11$.

Folosind măsurătorile observaţionale ale lui Stecher şi Milligan (1962) îmbinate cu prezicerile modelelor de atmosferă calculate de Miss. Underhill (1963) s-a obţinut pentru stele de tip spectral B cu $T_e = 18.000°\text{K}$ o corecţie bolometrică $BC = -1{,}35$. Modelele lui Ström şi Avrett, pentru steaua de tip spectral B cu $T_e = 18.000°$ şi $\log g = 4$ dau o valoare a corecţiei bolometrice $BC = -1{,}81$ magnitudini.

4. Indici de culoare

Valorile teoretice pentru U,B şi V se găsesc după o formulă asemănătoare celei cu care se calculează corecţia bolometrică. De exemplu :

$$U = -2{,}5 \log \int_0^\infty F(\lambda) \; U(\lambda) \; d\lambda + C_u$$

unde $U(\lambda)$ este funcția de sensibilitate a sistemului U de magnitudini și analog pentru celelalte sisteme B și V.

Se pot compara indicii de culoare calculați pentru un set de modele de atmosfere stelare pentru secvența principală cu indicii de culoare obținuți din observații.

Astfel, fig. 2 reprezintă tocmai relația dintre indicii de culoare $U-B$ și $B-V$ observați și cei teoretici, calculați din modele.

Aceste curbe s-au obținut în felul următor: intensitatea efectivă integrală a fost calculată din fluxurile emergente date dintr-un set de modele de atmosfere care reprezintă stele din secvența principală, cum au fost modelele lui W. Melbourne, Swihart (1959) a,b) și Jager și Neven (1957, 1967). Aceste calcule reprezentau indicii de culoare la care se așteptau în absența liniilor; al doilea set de integrări a fost efectuat pentru determinarea intensității spectrale efectiv observată bazată pe curbe de energii detaliate, determinate de Whitford și Code.

Efectul de seră este efectul de reținere a fluxului în liniile spectrale. Coborîrea rapidă în ultraviolet a ambelor curbe se datorează absorbției continue a hidrogenului. Scăderea în curba observată este produsă de absorbția în liniile hidrogen și convergența lor către limita Balmer.

Curba observată rămîne sub curba teoretică deoarece și alte linii încep să se manifeste, iar declinul profund în ultraviolet pentru stelele G și K se datorează efectului de seră puternic.

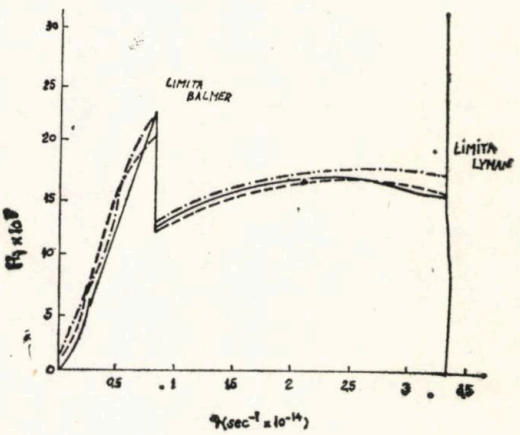


Fig. 2. $U-B$ în raport cu $B-V$ pentru modele de atmosfere stelare calculate, comparate cu relația observată. Diferența dintre aceste curbe este atribuită efectului de seră în continuum.

Problema efectului de seră a fost studiată de Chandrasekhar și Munch, care au arătat importanța deosebită a acestuia în ameliorarea distribuției temperaturii în stea.

Influența liniilor este mai mare decît efectul corespunzător în indici datorită variațiilor în gravitatea de suprafață.

Aceste efecte pot fi testate cantitativ prin măsurarea lungimilor echivalente ale liniilor incluse.

Importanța acestor rezultate este foarte clară. O schimbare în compoziția chimică poate să se manifeste în trei direcții. Ea va schimba structura internă a stelei și deci temperatura efectivă. Ea va modifica fluxul în continuum prin efectul său asupra coeficientului de absorbție continuă, deși este știut că acest efect este mic și de asemenea, schimbarea în compoziați chimică va influența intensitățile în linie.

Catedra de matematici I
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Aller, L. H.* 1963 The Atmospheres of the Sun and Stars ed. Roland Press, New-York
2. *Avrett, E. H., Krook, M.* 1963 The temperature distribution in a stellar atmosphere. Ap. phere. Ap. J. 137 pag. 874.
3. *Greenstein, J. L.* 1964 Stellar Atmospheres The University of Chicago Press. Chicago şi London.
4. *Kurucz, R. L.* 1971 A computer program for calculating model stellar atmospheres. Smithsonian Astrophys. Obsy.
5. *Rosseland, S.* 1924 Mon. Not. Roy. astr. Soc. 84, pag. 525.

The Aplication of the Theory Models of the Stellar Atmospheres in Some Astrophysics Problems

The theory and the calculating of the models stellar atmospheres can be large applicable in the determination of the effective temperature and of bolometric corrections, in the calculating Balmer discontinuity, of the line profile and distribution functions themselves.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SECȚIA MECANICĂ
Tomul XXXIX — 1977. Numărul 2

C.Z.: 518

PROPRIETĂȚI ALE FUNCȚIILOR CARACTERISTICE ÎN R ȘI ALE FUNCȚIONALELOR DE TIP HINCIN ÎN R^n*

CONSTANTIN TÂRCOLEA

În acest articol sînt date cîteva inegalități noi ale funcțiilor caracteristice în R și ca aplicație este demonstrată o teoremă cunoscută de convergență uniformă. Ultima parte conține o teoremă pentru funcționalele de tip Hincin în R^n.

În cele ce urmează vom da unele proprietăți ale funcțiilor caracteristice unidimensionale. În prima parte a lucrării vom da cîteva inegalități pe care le satisfac funcțiile caracteristice ale variabilelor aleatoare unidimensionale. În a doua parte a lucrării vom enunța și demonstra o proprietate de convergență uniformă a unui șir de funcții caracteristice.

Această teoremă se bazează pe inegalitățile demonstrate în prima parte a lucrării.

În ultima parte a lucrării este stabilită o relație pentru funcționale Hincin.

1°. *Teorema 1.1.* Fie X o variabilă aleatoare unidimensională, avînd funcția caracteristică $f(t)$. Atunci:

$$R_e\,[1-f(mt)] \leqslant m^2 R_e\,[1-f(t)] \tag{1.1}$$

oricare ar fi $m \in N$ și $t \in R$.

Prin R_e am notat partea reală a funcției.

Demonstrație. Vom nota cu $F(x)$, $-\infty < x < +\infty$ funcția de repartiție corespunzătoare variabilei aleatoare X; atunci putem scrie relațiile:

$$R_e\,[1-f(mt)] = \int_{-\infty}^{\infty} [1-\cos mtx]\,dF\,(x); \tag{1.2}$$

$$R_e\,[1-f(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} [1-\cos tx]\,dF(x); \tag{1.3}$$

*Manuscris predat redacției la data de 5 octombrie 1974

Înlocuind (1.2) și (1.3) în (1.1) obținem :

$$\int_{-\infty}^{\infty} [1 - \cos mtx]\, dF(x) \leqslant m^2 \int_{-\infty}^{\infty} [1 - \cos tx]\, dF(x) \tag{1.4}$$

(demonstrația relației (1.4) se află în [6]).

Consecința 1.1. Pentru orice funcție caracteristică unidimensională $h(t)$ și oricare t real are loc inegalitatea :

$$| 1 - h(mt) | \leqslant m^2 | 1 - h(t) | \tag{1.5}$$

oricare ar fi $m \in N$.

Consecința 1.2. Pentru orice funcție caracteristică undimensională $g(t)$ și oricare ar fi t real are loc inegalitatea :

$$1 - | g(mt) | \leqslant m^2 [1 - | g(t) |^2], \tag{1.6}$$

oricare ar fi $m \in N$.

2°. În continuare vom da o teoremă de uniform convergență a unui șir de variabile aleatoare undimensionale.

Teorema 2.2. Fie $(X_n)_{1 \leqslant n < \infty}$ un șir de variabile aleatoare unidimensionale, avînd funcțiile caracteristice $f_n(t)$.

Dacă $R_e f_n(t)$ converge uniform către 1 în intervalul închis $[-\delta; +\delta]$, atunci $R_e f_n(t)$ converge uniform către 1 în orice interval închis $[-a; +a]$, oricare ar fi $a \in R_+$.

Demonstrație. Șirul de funcții $f_n(t)_{1 \leqslant n < \infty}$ este uniform convergent către 1 în intervalul $[-\delta; +\delta]$, dacă oricare ar fi $\varepsilon > 0$, există un rang $N(\varepsilon)$, astfel încît oricare ar fi $n > N(\varepsilon)$ și oricare ar fi $t \in [-\delta; +\delta]$ să avem relația

$$| f_n(t) - 1 | < 1 \tag{2.1}$$

Dar oricare ar fi δ, $a \in R_+$, există $m \in N$, astfel încît $a < m\delta$, ceea ce implică

$$[-a; +a] \subset [-m\delta; +m\delta]$$

Deoarece pentru oricare $n \in N$, f_n este funcție caracteristică ținînd seama de relația (1.5) rezultă

$$| f_n(mt) - 1 | \leqslant m^2 | f_n(t) - 1 | < m^2 \varepsilon \tag{2.2}$$

oricare ar fi $m \in N$.

Dacă notăm $t^* = mt$, rezultă că $t^* \in [-m\delta\,;\ +m\delta]$, atunci cînd $t \in [-\delta\,;\ +\delta]$.

Deci oricare ar fi $\varepsilon_1 > 0$, există un rang $N(\varepsilon_1)$, astfel încît oricare ar fi $n > N(\varepsilon_1)$ și oricare ar fi $t^* \in [-m\delta\,;\ +m\delta]$ să avem

$$|f_n(t^*) - 1| < \varepsilon_1 \tag{2.3}$$

Rezultă că șirul $\{R_e(f_n)\}_{1 \leqslant n < \infty}$ converge uniform către 1 în intervalul închis $[-a\,;\ +a]$, oricare ar fi $a \in R_+$.

3°. *Teorema 3.1.* Fie $f(t_1, t_2, \ldots, t_n)$ — funcția caracteristică a legii de probabilitate n-dimensionale P, și $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n)$, unde λ_j este mediana legii de probabilitate unidimensionale P_{ej}, $j = 1,2,\ldots,n$. Atunci pentru oricare $\delta > 0$ și $a > 0$ are loc relația

$$\int_{\|x-\lambda\| > \delta} P(dx) \leqslant 2^2 \cdot 7 \cdot \frac{\delta}{\sqrt{n}} k^3 Na \quad [f] \tag{3.1}$$

unde $k \in N$, $k = k(a\,;\ \delta)$.

Demonstrație. Deoarece P_{ej}, $j = 1,2,\ldots,n$ sînt legi de probabilitate unidimensionale cu medianele λ_j și funcțiile caracteristice f_j atunci conform [6], au loc inegalitățile

$$\int_{|x_j - \lambda_j| > \frac{\delta}{\sqrt{n}}} P_{ej}(dx) \leqslant 2^2 \cdot 7 \cdot k_j^3 \frac{\delta}{\sqrt{n}} Na \quad [f_j] \tag{3.2}$$

$$j = 1, 2, \ldots, n, \quad k_j = k_j(a\,;\ \delta)\,; \qquad k_j \in N.$$

Dar deoarece

$$\bigcup_{j=1}^{n} \left\{x\,;\ |x_j - \lambda_j| \leqslant \frac{\delta}{\sqrt{n}}\right\} \subset \{x\,;\ \|x - \lambda\| \leqslant \delta\} \tag{3.3}$$

rezultă relația

$$\{x\,;\ \|x - \lambda\| > \delta\} \subset \bigcup_{j=1}^{n} \left\{x\,;\ |x_j - \lambda_j| > \frac{\delta}{\sqrt{n}}\right\} \tag{3.4}$$

Obţinem atunci

$$\int\limits_{||x-\lambda||>\delta} P(\mathrm{d}x) \leqslant \sum_{j=1}^{n} \int\limits_{|x_j-\lambda_j|>\frac{\delta}{\sqrt{\lambda}}} P(dx) =$$

$$= \sum_{j=1}^{n} \int\limits_{|x_j-\lambda_j|>\frac{\delta}{\sqrt{n}}} P_{e_j}(dx) \leqslant 2^2 \cdot 7 \cdot \frac{\delta}{\sqrt{n}} \sum_{j=1}^{n} k_j^3 Na\ [f_j] \tag{3.5}$$

Dacă vom considera $k = \max\{k_j,\ j = 1, 2, \ldots, n\}$ şi ţinînd seama de egalitatea

$$Na[f] = \sum_{j=1}^{n} Na[f_j] \tag{3.6}$$

obţinem

$$\int\limits_{||x-\lambda||>\delta} P(dx) \leqslant 2^2 \cdot 7 \cdot \frac{\delta}{\sqrt{n}} k^3\ Na[f],$$

unde $k = k(a;\ \delta)$; $k \in N$ şi teorema este demonstrată.

Catedra de matematici I
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *Linnik I. V., Ostrovskii I. V.*, Razlojenia slucianih velicin i vectorov, Izd. Nauka, Moskva (1972).
2. *Loeve M.*, Probability Theory, New York Princeton, 1960.
3. *Onicescu O., Mihoc Gh., C. Ionescu-Tulcea*, Calculul probabilităţilor şi aplicaţii, Editura Academiei R.S.R., Bucureşti, 1956.
4. *Petrov V. V.*, Summi nezavisimih sluciainih velicin, Izd. Nauka, Leningrad, 1972.
5. *Renyi A.*, Probability Theory, Academiai Kiado Budapest 1970.
6. *Târcolea C.*, Unele proprietăţi ale funcţiilor caracteristice, Studii şi cercetări matematice nr. 5, Editura Academiei R.S.R., 1974.

Proprietés de fonctions caracteristiques dans R et des fonctionales de type Hincin dans R^n

Dans cet article sont donnés quelques nouvelles inéqualités, des fonctions caracteristiques dans R, et comme aplication est démontré une théoréme connue de convérgence uniforme. La dernière partie contient une théoréme pour les fonctionales de type Hincin dans R^n.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SECȚIA MECANICĂ
Tomul XXXIX — 1977. Numărul 2

MECANICĂ

STUDIUL MIȘCĂRII ORGANULUI DE LUCRU AL CULTIVATORULUI SUB ACȚIUNEA ÎNCĂRCĂRILOR ALEATOARE.*

STELUȚA STROE, M. MUNTEANU

În lucrare s-a determinat mișcarea relativă a cultivatorului în termenii distribuției de probabilitate și a valorii medii patratice, dacă asupra organului de lucru acționează o forță aleatoare staționară ergodică.

Într-un studiu anterior [1] a fost analizată comportarea dinamică a cultivatoarelor, fără vibrație forțată a organului de lucru.

Datorită condițiilor de lucru foarte variate și a caracteristicilor solului și culturilor, încărcarea organului de lucru al cultivatorului are în majoritatea cazurilor caracter aleator. Prin urmare, mișcarea relativă a cultivatorului în raport cu mașina va avea de asemeni un caracter aleator.

Distribuția de probabilitate a procesului este invariantă la o variație temporală, deoarece încărcarea cultivatorului poate fi încadrată într-un proces aleator staționar și ergodic.

Procesul studiat poate fi considerat cu o bună aproximație staționar și ergodic, deoarece pentru aceeași cultură, denivelările nu au variații apreciabile, iar condițiile de conducere a mașinii sînt aceleași. Procesul se poate divide în mai multe procese, staționare pe porțiuni, dacă proprietățile statistice ale procesului se modifică încet în raport cu timpul.

Din punct de vedere dinamic, cultivatorul se asimilează cu un sistem oscilant cu un grad de libertate, avînd o mișcare oscilatorie de rotație relativă în raport cu mașina (fig. 1).

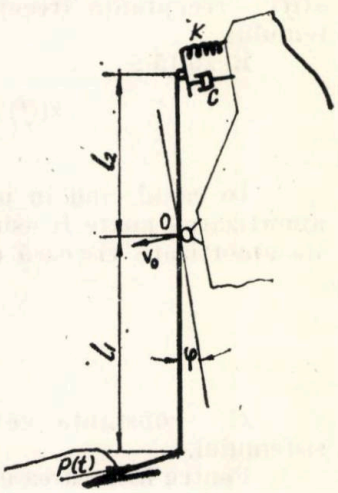


Fig. 1

Pentru determinarea răspunsului sistemului la excitația aleatoare, este necesară forma răspunsului la o solicitare armonică (receptanța sistemului) și forma răspunsului la o excitație caracterizată de o funcție continuă oarecare.

* Manuscris predat redacției la data de 11 februarie 1976

1. Ecuația diferențială și receptanța sistemului oscilant.

Se vor analiza două cazuri :

— amortizarea în sistem este de tip vîscos

— amortizarea în sistem este de tip histerezis Din fig. 1 ecuația diferențială pentru primul caz este :

$$J\ddot{\varphi} + l_2^2 K\varphi + l_2^2 c\dot{\varphi} = M(t) \tag{1}$$

J — momentul de inerție al cultivatorului în raport cu punctul 0.
k — constanta elastică
c — coeficientul de amortizare vîscoasă
$M(t) = l_1 P(t)$ — momentul forței exterioare
Presupunînd o mișcare oscilatorie armonică :

$$M(t) = M_0 e^{i2\pi ft} \tag{2}$$

soluția sub forma complexă va fi de forma :

$$\varphi(t) = \alpha(if) \cdot M_0 e^{i2\pi ft} \tag{3}$$

Introducînd (3) în (1) se obține :

$$\alpha(if) = \frac{1}{l_2^2 k - 4\pi^2 f^2 J + i2\pi f l_2^2 c} \tag{4}$$

$\alpha(if)$ — receptanța (receptanță complexă) sau funcția de răspuns a sistemului.

Rezultă :

$$|\alpha(if)|^2 = \frac{1}{(l_2^2 k - 4\pi^2 f^2 J)^2 + 4\pi^2 f^2 l_2^4 c^2} \tag{5}$$

În cazul cînd în urma comportării sistemului se poate aprecia că amortizarea poate fi asimilată cu o formă de tip histerezis, coeficientul de amortizare vîscoasă din ecuația (1) este :

$$c = \frac{C}{\omega} \tag{6}$$

C — constantă ce depinde de particularitățile constructive ale sistemului.

Pentru încărcarea dată de formula (2) ecuația diferențială (1) devine :

$$J\ddot{\varphi} + kl_2^2 (1 + i\eta\ 2\pi f)\varphi = M_0 e^{i2\pi ft} \tag{7}$$

unde $\eta = \frac{C}{k}$ și $\dot{\varphi} = i2\pi f\varphi$

Obținem :

$$\alpha(if) = \frac{1}{kl_2^2 - 4\pi^2 f^2 J + i\eta l_2^2 k 2\pi f} \tag{8}$$

și

$$|\alpha(if)|^2 = \frac{1}{(kl_2^2 - 4\pi^2 f^2 J)^2 + \eta^2 k^2 l_2^4 4\pi^2 f^2} \tag{9}$$

2. Răspunsul sistemului la o încărcare de tip impuls

Dacă sarcina este de tip impuls, se poate pune sub forma une funcții continue astfel :

$$P(t) = P_0 \delta(t) \tag{10}$$

$\delta(t)$ — funcția de distribuție a lui Dirac definită astfel :

$$\delta(t) = 0 \to t \neq 0 \text{ și } \int_{-0}^{+0} \delta(t)\, dt = 1$$

Analog

$$M(t) = M_0 \delta(t);\ M_0 = l_1 \cdot P_0 \tag{11}$$

Organul de lucru este supus la o excitație instantanee de mărime P_0 la timpul $t = 0$.

Ecuația diferențială (1) va deveni

$$J\ddot{\varphi} + l_2^2 k\varphi + l_2^2 c\dot{\varphi} = M_0 \delta(t) \tag{12}$$

Ecuația diferențială (12) este similară cu ecuația :

$$J\ddot{\varphi} + l_2^2 k\varphi + l_2^2 c\dot{\varphi} = 0 \tag{13}$$

cu condițiile inițiale :

$$\varphi|_{t=0} = 0; \qquad \dot{\varphi}|_{t=0} = \frac{M_0}{\omega_1 J} \tag{14}$$

Soluția ecuației (13) este :

$$\varphi(t) = \frac{M_0}{J\omega_1} e^{-\delta t} \cdot \sin \omega_1 t \tag{15}$$

unde :

$$\omega_1^2 = \frac{l_2^2 k}{J} - \left(\frac{l_1^2 c}{2J}\right)^2;\ \delta = \frac{l_2^2 c}{J} \tag{16}$$

În general răspunsul unei încărcări de forma (11) se poate scrie :

$$\varphi(t) = \text{Ⓗ}(t) M_0 \tag{17}$$

deci :

$$Ⓗ(t) = \frac{1}{J\,\omega_1} e^{-\delta t} \cdot \sin \omega_1 t \tag{18}$$

3. Răspunsul sistemului la o încărcare cu variație continuă în raport cu timpul

O asemenea încărcare are forma ca în fig. 2. Aria de sub curbă se divide într-un număr mare de încărcări impulsive, fiecare putînd fi reprezentată printr-o fîșie de arie $P(\tau)d\tau$ unde τ este valoarea locală a lui t.

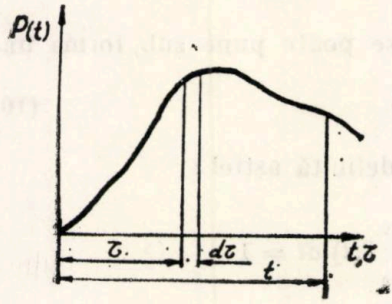


Fig. 2

Răspunsul elementar la timpul t la o singură solicitare impulsivă de arie elementară la timpul τ este (17)

$$d\varphi(t) = Ⓗ(t-\tau)M(\tau)d\tau \tag{19}$$

Răspunsul la întreaga încărcare $P(t)$ este dat de integrala lui Duhamel.

$$\varphi(t) = \int_{-\infty}^{t} Ⓗ(t-\tau)M(\tau)\ d\tau \tag{20}$$

$$\text{adică : } \varphi(t) = \frac{e^{-\delta t}}{j\omega_1} \int_{-\infty}^{t} \sin(t-\tau)\,\omega_1 M(\tau)d\tau \tag{21}$$

O altă formă a integralei lui Duhamel se obține făcînd schimbarea de variabilă $\tau' = t - \tau$:

$$\varphi(t) = \int_0^{\infty} Ⓗ(\tau) \cdot M(t-\tau) \cdot d\tau \tag{22}$$

Pentru o încărcare armonică (2), relația (22) devine :

$$\varphi(t) = M_0 \cdot e^{i\omega t} \int_0^{\infty} Ⓗ(\tau) e^{-i\omega\tau} \cdot d\tau \tag{23}$$

Comparînd (23) cu (3) rezultă :

$$\alpha(if) = \int_0^{\infty} Ⓗ(\tau)\, e^{-i\omega\tau} \cdot d\tau \tag{24}$$

adică transformata Fourier a lui Ⓗ (t) dacă Ⓗ(t) este presupus egal cu 0 pentru $\tau < 0$.

4. Răspunsul sistemului la o încărcare aleatoare

Dacă încărcarea aleatoare $P(t)$ este cunoscută, sînt cunoscute implicit funcția de autocorelație $R_p(\tau)$ și densitatea spectrală $Sp(f)$. Deplasarea rezultată, respectiv ieșirea sistemului va fi $\varphi(t)$. Ne propunem determinarea funcției $R_\varphi(\tau)$ în termenii funcției $R_p(\tau)$ și funcției $S_\varphi(f)$ în termenii funcției $S_p(f)$.

4.1. *Funcția de autocorelație* este definită de relația [2], [3]:

$$R_\varphi(\tau) = \langle \varphi(t) \cdot \varphi(t+\tau) \rangle \tag{25}$$

După relația (22) se poate scrie:

$$\varphi(t) = \int_0^\infty Ⓗ(\tau_1) M(t-\tau_1) d\tau_1 ; \quad \varphi(t+\tau) = \int_0^\infty Ⓗ(\tau_2)\, M(t+\tau-\tau_2)\, \mathrm{d}\tau_2 \tag{26}$$

Introducînd (12) în (13) și ținînd seama că încărcarea aleatoare este un proces aleator staționar, după schimbarea de variabilă la $t' = t - \tau_1$ se obține [2]:

$$R_\varphi(\tau) = \int_0^\infty Ⓗ(\tau_1) \left[\int_0^\infty Ⓗ(\tau_2) R_p(\tau_1 - \tau_2 + \tau) \mathrm{d}\tau_2 \right] d\tau_1 \tag{27}$$

4.2. *Densitatea spectrală*

Relația dintre densitățile spectrale se găsește utilizînd relația de legătură dintre densitatea spectrală și funcția de autocorelație, prin intermediul transformatei Fourier [2]:

$$S_\varphi(f) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} R_\varphi(\tau) e^{-i2\pi f} \cdot d\tau \tag{28}$$

Introducînd (28) în (27) și ținînd seama de (24) se obține

$$S_\varphi(f) = |\alpha(if)|^2 S_p(f) \tag{29}$$

ce reprezintă o relație de legătură foarte simplă prin intermediul funcției de transfer a sistemului. Aceasta poate fi determinată întotdeauna în termenii frecvenței fie analitic, fie urmărind răspunsul de-a lungul benzii de frecvență. Deoarece ne interesează numai modulul $|\alpha(if)|$ în determinarea experimentală nu este necesară determinarea fazei. O diagramă de de răspuns este suficientă în acest caz.

4.3. *Posibilități de calcul aproximativ, ce rezultă din interpretarea fizică a funcțiilor $S(f)$ și $R(\tau)$.*

Pentru ilustrarea fenomenului fizic descris de aceste relații, se consideră în fig. 3—5 cîteva diagrame rezultate în urma simulării unui proces aleator pe un calculator.

În fig. 3 este reprezentată variația forței excitatoare (intrarea) $P(t)$ și densitatea sa spectrală $Sp(f)$. Forma curbei $Sp(f)$ ne arată că $P(t)$ conține o bandă relativ largă de frecvențe în dreptul zonei de maximum. Pentru comparație se poate spune că dacă întreaga curbă ar degenera într-un singur segment de dreaptă vertical în dreptul punctului

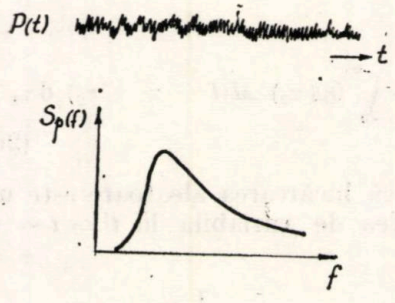


Fig. 3

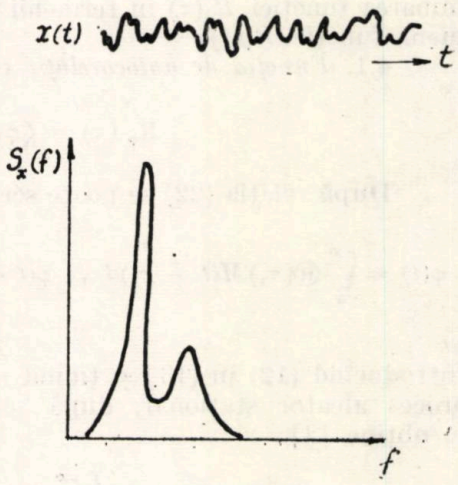


Fig. 4

maxim, $P(t)$ ar avea o variație armonică de o singură frecvență. Curba din fig. 5 constituie răspunsul sistemului liniar, obținut printr-o excitație armonică (de o singură frecvență). Se observă cazul tipic al unui sistem cu două grade de libertate cu o amortizare suficient de puternică.

În fig. 4 este reprezentat graficul deplasării rezultate (ieșirii) $x(t)$ și densitatea sa spectrală $S_x(f)$. La frecvențe joase $S_x(f)$ este mică pentru că și $|\alpha(if)|$ este mică. Curba indică de asemenea că spectrul de frecvență conținut în curba de răspuns $x(t)$ urmărește curba din fig. 5.

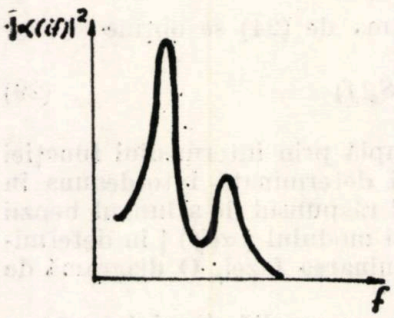


Fig. 5

De cele mai multe ori în practică curba $S_x(f)$ prezintă piscuri ascuțite (amortizare slabă), pe cînd $P(t)$ variază lent cu frecvența. Din acest motiv o sarcină de tip zgomot alb, poate oferi o reprezentare adecvată de-a lungul unei benzi limitate de frecvență. Evident reprezentarea densității spectrale de răspuns va avea o formă identică cu reprezentarea $|\alpha(if)|$ deoarece $Sp(f) = \text{const.}$ este independent de frecvență.

4.4. *Distribuția de probabilitate*

Pentru a defini distribuția de probabilitate a unui proces aleator nu este suficient să știm numai densitatea spectrală. Dacă știm că excitația sistemului este Gaussiană se poate arăta că răspunsul este de asemenea

Gaussian şi în acest caz densitatea de probabilitate a excitaţiei şi răspunsului pot fi obţinute imediat din densităţile lor spectrale [2].

Pentru cazul sistemului oscilant în discuţie avem :

$$p_\varphi(\varphi) = \frac{1}{\sigma_p\sqrt{2\pi}}\, e^{-\frac{\varphi^2}{2\sigma_{\varphi^2}}} \tag{30}$$

$$\text{unde } \sigma_\varphi^2 = \langle \varphi^2(t)\rangle = \int_0^\infty S_\varphi(f)df \tag{31}$$

Ultimele două expresii descriu complet un proces aleator gaussian.

5. Valori medii pătratice ale răspunsului sistemului în cazul unei mărimi de tip zgomot alb.

Pentru cazul amortizării vîscoase integrala (31) devine :

$$\langle \varphi^2(t)\rangle = S_p \int_0^\infty \frac{df}{(l_2^2 k - 4\pi^2 f^2 J)^2 + 4\pi^2 f^2 l_2^4 c} \tag{32}$$

Efectuînd integrala se obţine :

$$\langle \varphi^2(t)\rangle = \frac{Sp}{4l_2^4 c\, k} \tag{33}$$

Pentru cazul amortizării de tip histeretzis :

$$\langle \varphi^2(t)\rangle = S_p \int_0^\infty \frac{df}{(k\, l_2^2 - 4\pi^2 f^2 j)^2 + \eta^2 k^2 l_2^4} \tag{34}$$

$$\langle \varphi^2(t)\rangle = \frac{Sp}{4\eta l_2^2\, k\sqrt{l_2^2 kj}} \tag{35}$$

Dacă se notează cu Q factorul de amplificare la rezonanţă, adică raportul amplitudinilor la frecvenţa de rezonanţă şi la frecvenţa zero (fig. 6) :

$$Q = \left|\frac{\alpha(if_n)}{\alpha(i_0)}\right| \tag{36}$$

atunci $Q = \dfrac{\sqrt{kJ}}{l_2 c}$ (37) şi $Q = \dfrac{1}{\eta}$ (37')

Relaţia (37) corespunde amortizării vîscoase şi (37') amortizării de tip histerezis. La deducerea formulelor (37) şi (3') s-au neglijat anumiţi termeni în ipoteza unei amortizări slabe.

Se poate arăta cu același grad de aproximare presupunînd o amortizare slabă, că lățimea de bandă a curbei de răspuns din fig. 6 luată la $\frac{1}{\sqrt{2}}$ din amplitudinea de rezonanță este aceeași pentru ambele cazuri adică $\frac{f_n}{Q}$ Utilizînd factorul Q expresiile (33) și (35) vor primi următoarea formă comună.

$$\langle \varphi^2(t) \rangle = \frac{S_p Q}{4kl_2^2 \sqrt{k\, l_2^2 j}}$$

6. Justificarea utilizării în calcule a unei încărcări de tip zgomot alb pentru anumite situații

Presupunerea unei excitații de tip zgomot alb este rezonabilă dacă sistemul este slab amortizat deoarece numai acea parte a curbei $Sp(f)$

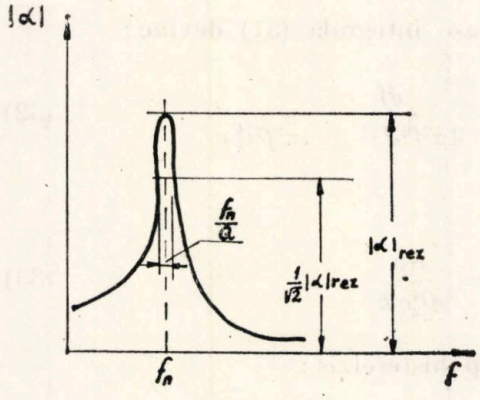


Fig. 6

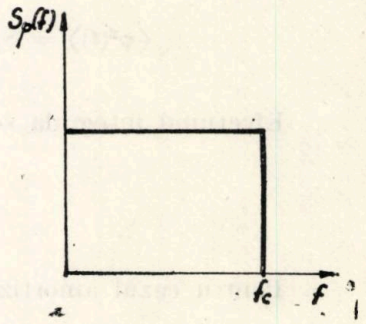


Fig. 7

ce conține frecvența naturală a sistemului poate avea un efect apreciabil asupra răspunsului. Densitatea spectrală a unei forțe excitatoare poate fi considerată constantă de-a lungul benzii înguste de frecvență ce corespunde porțiunii ascuțite a curbei de rezonanță. Ineficacitatea celei mai mari părți a spectrului $Sp(f)$ este relevată dacă comparăm valoarea medie pătratică a încărcării aleatoare necesară pentru a produce aceeași valoare a deplasării medii pătratice pe care o produce o forță armonică corespunzătoare. Presupunem că densitatea spectrală $Sp(f)$ a forței aleatoare $P(t)$ este constantă pînă la frecvența f_c și nulă pentru $f > f_c$ (fig. 7). Valoarea medie pătratică a forței aleatoare $P(t)$ este :

$$P_{pm}^{(a)} = \int_0^{fe} S_p(f)\, df = S_p f_c \qquad (39)$$

Valoarea medie pătratică a deplasării este dată satisfăcător de relația (38) presupunînd că f_c este mult peste frecvența de rezonanță a sistemului.

Presupunînd o încărcare armonică cu frecvență egală cu frecvența de rezonanță a sistemului, valoarea medie pătratică a deplasării este:

$$\langle \varphi^2(t) \rangle = \frac{Q^2}{l_2^4 k^2} P_{mp}^{(h)} \tag{40}$$

$P_{mp}^{(h)}$ — valoarea medie pătratică a mișcării armonice. Punînd condiția ca deplasările medii pătratice în cele două cazuri să fie egale, adică:

$$\frac{Q^2 P_{mp}^{(h)}}{l_2^4 k^2} = \frac{Q\, P_{mp}^{(a)}}{4 l_2^2 k \sqrt{k l_2^2 j} \cdot f_c} \tag{41}$$

sau:

$$\frac{P_{mp}^{(h)}}{P_{mp}^{(a)}} = \frac{1}{4Qf_c} \sqrt{\frac{l_2^2 k}{j}} = \frac{\pi f_u}{2Qf_c} \tag{42}$$

Raportul (42) este foarte mic dacă Q este mare și $f_c > f_n$ Pentru a obține o valoare medie pătratică a deplasării corespunzătoare unei sarcini armonice cu frecvență de rezonanță a sistemului, valoarea medie pătratică a forței aleatoare crește direct proporțional cu factorul Q frecvența limită f_c.

Aceasta justifică afirmația de la începutul acestui paragraf.

Cînd este suficientă o aproximație mai grosieră, curba de răspuns a sistemului (fig. 6) se poate înlocui printr-o formă simplificată cu cea din fig. 8.

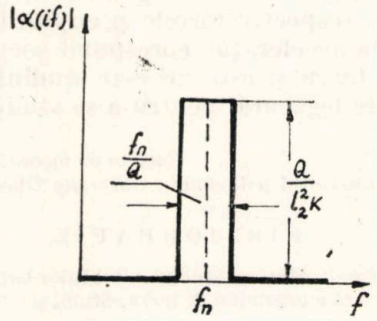


Fig. 8

În aceste condiții, presupunînd o încărcare aleatoare de tip zgomot alb avem:

$$\langle \varphi^2(t) \rangle = \int_0^\infty S_p(f) |\alpha(if)|\, df = S_p \left(\frac{Q}{l_2^2 k} \right)^2 \frac{f_u}{Q} = \frac{S_p Q}{2\pi k l_2^2 \sqrt{k l_2^2 j}} \tag{43}$$

expresie ce este de același ordin de mărime cu (35)

Concluzii

În relația (42) s-a calculat raportul dintre valoarea medie pătratică a mișcării armonice și a forței aleatoare $P(t)$ care arată că eficacitatea încărcării de tip zgomot alb este proporțională cu factorul de amplificare Q și frecvența limită f_c (fig. 7).

Pentru cazul aproximării curbei de răspuns din fig. 6 cu cea din fig. 8 valoarea medie patratică a răspunsului este dată de relația (43).

Trebuie remarcată simplitatea formulelor (33) respectiv (35) a răspunsului sistemului . Deși în general excitația sistemului nu este de formă gaussiană, conform teoremei limitei centrale, funcția de repartiție a răspunsului tinde către o distribuție normală gaussiană cînd termenul amortizării din funcția de răspuns tinde spre zero, adică atunci cînd lățimea benzii oscilatorului devine mică în raport cu cea a excitației (cu excepția cazului cînd excitația este periodică).

În legătură cu interpretarea funcției de răspuns a oscilatorului simplu amortizat, putem face următoarele observații : dacă o excitație aleatoare este aplicată unui sistem oscilant cu amortizare slabă, sistemul acționează ca un filtru cu bandă îngustă lăsînd să treacă numai frecvențele din intervalul $f_n \pm \xi f_n$ unde, $\xi = \frac{c}{c_c}$ (C_c=coef. de amortizare critic).

În acest caz un număr mare de armonice avînd frecvențele situate cu aproximație în banda $f_n \pm \xi f_n$ și fazele distribuite aleatoriu, dau naștere la un fenomen de bătăi. Răspunsul sistemului este de forma unei unde cu frecvența f_n a cărei înfășurare va avea o fluctuație aleatoare cu pulsația de ordinul de mărime de $2\xi f_n$, numit răspuns sinusoidal aleator [6].

Este deosebit de util, ca în funcție de deplasările unghiulare obținute în urma excitației aleatoare a organului de lucru al mașinii să se determine accelerațiile, respectiv forțele și cuplurile aleatoare.

Astfel vîrfurile de accelerație corespund șocurilor aleatoare la care este supus organul de lucru și este necesar studiul preluării lor de către mașină prin punctele de legătură, pentru a se studia efectul asupra întregii mașini.

Catedra de mecanică
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Stroe Oprea Steluța, Munteanu Marius* Studiul vibrațiilor longitudinale ale cultivatoarelor fără vibrație forțată a organului de lucru. Studii și Cercetări de Mecanică Agricolă, 1973
2. *Grandall S. H. Mark D. W.* Random Vibration in Mechanical Systems. Academic Press New-York—London
3. *Rebson J. D.* An Introduction te Random Vibration. Elsevier Publisning Company New-York — London 1964
4. *Bendot I S.* Principles and Applications of Random Noise Theory. Iohn Wiley and soms Inc. N. Y 1958.
5. *Brach I. T.* Mechanical Vibration and Shock Measurement. Bruel și Kjaer
6. *Harris C Crede C.* Șocuri și vibrații vol. I Editura tehnică București 1968

The Study of the Movement of the Cultivator Working Menber under the Random Actions.

In presented paper the relative move ment of the cultivator is determined. This is made in the terms of the density of probability and of the mean sguare value. The cultivator is loaded by a random staționary ergodic load.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREŞTI
SECŢIA MECANICĂ
Tomul XXXIX — 1977. Numărul 2

MOTOARE CU ARDERE INTERNĂ

C.Z.: 621.43.04

O METODICĂ DE UTILIZARE A TRADUCTORULUI CU FIR REZISTIV PENTRU MĂSURAREA VITEZELOR ÎN FLUIDE, ÎN CONDIŢII DE VARIAŢIE A PRESIUNII ŞI TEMPERATURII *

DINU TARAZA

În lucrare se elaborează o teorie generală a comportării traductorului cu fir rezistiv imersat într-un fluid de presiune, temperatură şi viteză variabile. Particularizînd formulele obţinute pentru cazul specific utilizării traductorului la măsurători de viteză în cilindrii motoarelor cu ardere internă, se stabileşte o metodă de calcul a cărei aplicare este facilitată de o serie de nomograme, întocmite în acest scop.

Măsurarea, în regim dinamic, a vitezelor locale în fluide reprezintă o problemă de interes major în numeroase domenii ale ştiinţei şi tehnicii Pentru a putea măsura valoarea momentană a vitezei, într-o regiune de dimensiuni foarte reduse din masa fluidului, este necesar ca dimensiunile fizice ale traductorului să fie extrem de mici şi răspunsul în timp al acestuia să fie foarte rapid. În stadiul actual de dezvoltare a tehnicilor de măsurare, singurul traductor capabil să asigure respectarea acestor condiţii este traductorul cu fir rezistiv (anemometrul cu fir cald). Prezenta lucrare îşi propune să prezinte o metodă expeditivă de evaluare a rezultatelor măsurătorii în condiţiile în care presiunea şi temperatura fluidului investigat variază rapid în cursul determinărilor.

Principiul de lucru al traductorului cu fir rezistiv constă în corelarea caracteristicilor electrice ale unui conductor filiform, de diametru extrem de redus (cîţiva μm) şi lungime relativ mică (cîţiva mm), faţă de transferul de căldură ce se produce între traductor şi fluid. La rîndul său, transferul de căldură depinde de caracteristicile fluidului în care traductorul este imersat: natura fluidului, presiunea, temperatura şi viteza locală de curgere.

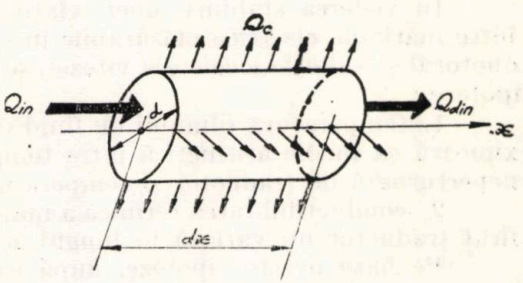


Fig. 1

Ecuaţia funcţională a traductorului se obţine scriind bilanţul termic al unei porţiuni elementare de lungime dx din firul traductor (figura 1):

$$Q_{in} - Q_{din} - Q_c + Kr_f(T_f)I^2 dx = \frac{\pi d^2}{4} \rho_f c_f \, dx \, \frac{dT_f}{dt}; \qquad (1)$$

* Manuscris predat redacţiei la data de 16 ianuarie 1976

unde, cu K s-a notat factorul care ţine seama de sistemul de unităţi de măsură folosit.

Explicitînd termenii de transfer conductiv şi convectiv, relaţia (1) devine :

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}(k_f T_f)\frac{\pi d^2}{4}dx - h\pi d(T_f - T_g)dx + Kr_f(T_f)I^2\,dx = \frac{\pi d^2}{4}\rho_f c_f \frac{\partial T_f}{\partial t}dx. \quad (2)$$

În stabilirea acestei relaţii s-a neglijat transferul de căldură prin radiaţie precum şi căldura rezultată prin frecarea dintre fir şi fluidul în mişcare. Aceste simpiificări nu împietează asupra gradului de precizie al relaţiei (2) întrucît transferul de căldură prin radiaţie reprezintă sub 1% din transferul total [3], [4], iar căldura rezultată prin frecare devine sensibilă numai la valori ale numărului Mach superioare lui 0,3 [3], ceea ce corespunde, în domeniul care interesează, la viteze de curgere superioare lui 100 m/s.

Pentru ca relaţia (2) să permită stabilirea dependenţei între mărimile electrice măsurabile în circuitul în care se conectează traductorul şi mărimile fizice caracteristice fluidului în punctul unde se efectuează măsurătoarea, este necesar să se expliciteze valoarea coeficientului de transfer prin convecţie între traductor şi fluid. Studiul teoretic şi experimental al transferului de căldură convectiv la corpuri cilindrice de diametru redus a preocupat pe mulţi cercetători începînd cu L.V. King [8] încă din 1914. Cercetări ulterioare [1], [2], [4], [7], [10], [11] au confirmat corelaţia de tipul King :

$$Nu = A + B(Pr \times Re)^{0,5} \quad (3)$$

cu observaţia că valorile coeficienţilor A şi B pot diferi cu 30%...40% faţă de cele determinate teoretic de King. Aceasta se datoreşte în special faptului că nu se pot determina cu suficientă precizie dimensiunile geometrice ale firului. Diametrul firului fiind de ordinul micronilor, deci de două pînă la 20 de ori lungime de undă a radiaţiilor vizibile, metodele optice disponibile nu sînt foarte precise [4].

În vederea stabilirii unei relaţii funcţionale de utilitate practică, între mărimile electrice măsurabile în circuitul în care este conectat traductorul şi valorile locale ale vitezei, se adoptă în continuare următoarele ipoteze :

1. temperatura filmului de fluid din jurul firului traductor se aproximează ca medie aritmetică între temperatura gazului T_g din regiunea neperturbată de traductor şi temperatura medie a firului T_f;

2. conductibilitatea termică a materialului din care este confecţionat firul traductor nu variază în lungul acestuia.

Pe baza acestor ipoteze, după explicitarea criteriului Nusselt din relaţia (3), ecuaţia generală de bilanţ termic a firului traductor (2), devine :

$$\rho_f \frac{c_f}{k_f}\frac{\partial T_f}{\partial t} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \frac{4k_g}{k_f d^2}[A + B(Pr\ Re)^{0,5}](T_f - T_g) + \frac{4}{\pi d^2}\frac{K}{k_f} r_f(T_f)I^2. \quad (4)$$

Particularizînd aplicarea metodei la măsurarea în cilindrii motoarelor cu ardere internă, se poate exprima variația cu temperatura a conductibilității filmului de aer cu relația propusă de Kays și London [5], cu o eroare sub 2% în intervalul de temperaturi 300 K—1 000 K:

$$k_g = k_0 T^{0,87}; \quad k_0 = 1{,}585 \times 10^{-4} [\text{kcal/h.m}], \tag{5}$$

respectiv, în baza ipotezei 1:

$$k_g = k_0^*(T_f + T_g); \quad k_0^* = 0{,}866 [\text{kcal/h.m.}]. \tag{6}$$

În aceleași condiții de limitare a erorii, autorul a determinat următoarea relație, valabilă în intervalul de temperaturi 273 K—1 050 K, pentru variația cu temperatura a căldurii specifice la presiune constată a filmului de aer:

$$c_p = c_0 T^{0,093}; \quad c_0 = 0{,}141 \ [\text{kcal/kg}]. \tag{7}$$

Ținînd cont de expresiile criteriilor Reynolds și Prandtl termenul $(gk_g c_p \rho_g)^{0,5}$, ce apare în expresia bilanțului termic al firului (4), poate fi explicitat pe baza ecuației de stare a gazelor perfecte și a relațiilor (5) și (7) sub forma:

$$(gk_g c_p \rho_g)^{0,5} = \left(k_0 c_0 \gamma_0 T_0 \frac{p}{p_0}\right)^{0,5} T^{-0,0185}. \tag{8}$$

Se observă că valoarea exponentului lui T este foarte apropiată de zero și deci influența temperaturii filmului de aer asupra termenului considerat este neglijabilă:

$$(gk_g c_p \rho_g)^{0,5} \cong \left(k_0 c_0 \gamma_0 T_0 \frac{p}{p_0}\right)^{0,5}. \tag{9}$$

Exprimînd variația rezistivității firului traductor cu temperatura:

$$r_f(T_f) = r_0[1 + \alpha_R(T_f - T_0)] \tag{10}$$

și introducînd relațiile (9) și (10) în ecuația (4) se obține ecuația diferențială a caracteristicii de transfer a traductorului:

$$\xi \frac{\partial T_f}{\partial t} = \frac{\partial^2 T_f}{\partial x^2} - \eta(T_f + T_g)^{0,87}(T_f - T_g) - \chi(T_f - T_g) + \xi \tag{11}$$

La scrierea ecuației (11) s-au folosit următoarele notații :

$$\begin{cases} \xi = \rho_f \dfrac{c_f}{k_f} \\ \eta = \dfrac{4Ak_0^*}{k_f d^2} \\ \chi = \dfrac{4B}{k_f d^2}(k_0 c_0 \gamma_0 T_0 d)^{0,5}\left(\dfrac{p}{p_0}\ W\right)^{0,5} - \dfrac{4r_0 K \alpha_R}{\pi d^2 k_f} I^2 \\ \xi = \dfrac{4r_0 K}{\pi d^2 k_f}[1 + \alpha_R(T_g - T_0)]I^2 \end{cases} \tag{12}$$

Se observă că dependența dintre mărimile electrice măsurabile și mărimile fizice care interesează apare prin intermediul unei ecuații diferențiale cu derivate parțiale de ordinul II. Integrarea acestei ecuații este imposibilă prin metode analitice datorită neliniarității termenilor ce o alcătuiesc. Ținînd cont însă de cele două metode de lucru distincte ale traductorului cu fir rezistiv (la temperatură constantă — TC — și la curent constant — CC—) se pot opera anumite simplificări în caracteristica generală de transfer (11).

În cadrul metodei de lucru la temperatură constantă, traductorul este conectat pe unul din brațele unei punți de măsură al cărei echilibru este menținut prin intermediul unui amplificator de curent continuu prevăzut cu reacție inversă (figura 2).

Puntea este echilibrată în prealabil în condiții statice iar curentul care parcurge ramura punții pe care este conectat traductorul, determină temperatura de lucru a acestuia T_f. În condiții de măsurare, variația vitezei fluidului influențează variația transferului de căldură fir-fluid avînd tendința să modifice temperatura de lucru a firului și implicit valoarea rezistenței sale electrice. O modificare a rezistenței atrage după sine tendința de dezechilibrare a punții, tendință sesizată de amplificatorul de curent continuu care, prin legătura sa de reacție inversă, restabilește echilibrul în puntea de măsură. Factorul mare de amplificare ($>20\,000$) permite practic menținerea punții în echilibru pînă la valori foarte ridicate ale frecvenței de variație a mărimii măsurate (uzual frecvența maximă la 3 dB atenuarea poate ajunge la 150...400 kHz) [12.] Tensiunea de alimentare a punții (e) devine în consecință o mărime dependentă de transferul de căldură și implicit de viteza locală de curgere.

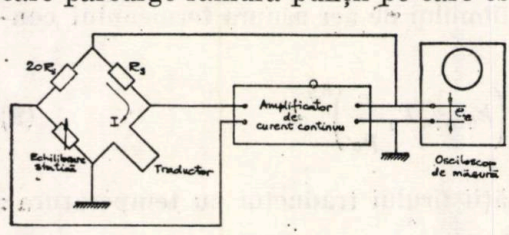


Fig. 2

În aceste condiții de lucru, în ecuația generală (11), termenul care reprezintă variația temperaturii firului traductor în timp devine nul:

$$\frac{\partial T_f}{\partial t} = 0 \tag{13}$$

Astfel ecuația (11) se transformă într-o ecuație diferențială ordinară ce poate fi integrată numeric prin aproximații succesive. O soluție analitică aproximativă poate fi obținută dacă se admite ipoteza că temperatura filmului de fluid ce înconjoară firul este constantă în lungul acestuia. Folosind în consecință notația:

$$\varepsilon = \sqrt{\eta(T_f - T_g)^{0,87} + \chi} = \text{const.}, \tag{14}$$

ecuația generală (11) poate fi scrisă în forma:

$$\frac{d^2T}{dx^2} - \varepsilon^2(T_f - T_g) + \xi = 0 \tag{15}$$

Operînd schimbarea de variabilă:

$$\theta(x) = T_f(x) - T_g \tag{16}$$

ecuația (15) devine:

$$\frac{d^2\theta(x)}{dx^2} - \varepsilon^2\,\theta(x) = -\,\xi, \tag{17}$$

a cărei soluție completă este:

$$\theta(x) = C_1 \cosh \varepsilon x + C_2 \sinh \varepsilon x + \frac{\xi}{\varepsilon^2}. \tag{18}$$

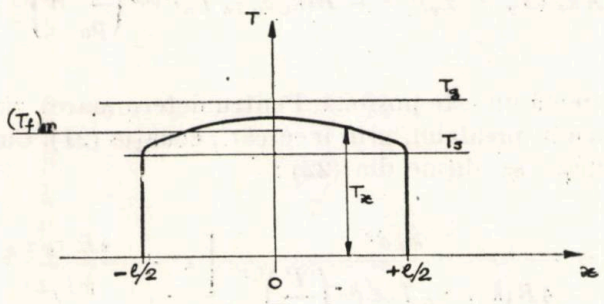


Fig. 3

Datorită faptului că raportul între diametrul firului sensibil și cel al suporților de care acesta este sudat este de ordinul 1/100, inerția termică a suporților este enormă în comparație cu cea a firului. Ca urmare a acestui fapt în lungul firului apare o distribuție de temperaturi (fig. 3), iar

constantele de integrare C_1 și C_2 din ecuația (18) se deterimnă din condițiile la limită :

$$\begin{cases} x = 0\,; \quad \left[\dfrac{d\theta(x)}{dx}\right]_{x=0} = 0, \\ x = \dfrac{l}{2}\,; \; \theta(l/2) = T_s - T_g, \end{cases} \tag{19}$$

rezultînd în final funcția de distribuție a temperaturii în lungul firului :

$$T_f(x) = \left[T_s - T_g - \frac{\xi}{\varepsilon^2}\right] \frac{\cosh \varepsilon x}{\cosh \varepsilon l/2} + \frac{\xi}{\varepsilon^2} + Tg. \tag{20}$$

Comparînd rezultatele obținute prin aplicarea relației (20) cu cele determinate de Andriano și Follis [1] în urma integrării numerice a ecuației (11) cu condiția (13) se constată că diferențele sînt cu totul nesemnificative. Întrucît ceea ce se menține constant în timpul măsurătorilor este temperatura medie a firului, apare interesantă determinarea acesteia, prin integrarea ecuației (20) :

$$T_f = \frac{2}{l}\int_0^{l/2} T_f(x)\mathrm{d}x = \frac{2}{l\varepsilon}\left[T_s - T_g - \frac{\xi}{\varepsilon^2}\right] \operatorname{tgh}\left(\varepsilon\frac{l}{2}\right) + \frac{\xi}{\varepsilon^2} + T_g. \tag{21}$$

Relația (21) cuprinde implicit dependența dintre curentul prin fir I și viteza fluidului W. Dată fiind forma complicată a expresiei ε :

$$\varepsilon = \frac{2}{d\sqrt{k_f}} \sqrt{Ak_0^*(T_f + T_g)^{0,87} + B(k_0 c_0 \gamma_0 T_0 d)^{0,5}\left(\frac{P}{p_0} W\right)^{0,6} - \frac{Kr_0\alpha_R}{\pi} I^2}, \tag{22}$$

explicitarea directă nu este posibilă. Pentru determinarea vitezei este necesar să se rezove în prealabil, prin încercări, ecuația (21). Cu valoarea lui ε astfel determinată se obține din (22) :

$$W^{0,5} = \frac{k_f d^2}{4B(k_0 c_s \gamma_0 T_0 d)^{0,5}\left(\dfrac{P}{p_0}\right)^{0,5}} \left[\varepsilon^2 + \frac{4K r_0 \alpha_R}{\pi k_f d^2} I^2 - \right.$$

$$\left. - \frac{4Ak_\theta}{k_f d^2}(T_f + T_g)^{0,87}\right]. \tag{23}$$

Întrucît prin însăşi modul de funcţionare al traductorului (TC) rezistenţa acestuia rămîne întotdeauna constantă R_f, valoarea curentului prin fir rezultă din legea lui Ohm (figura 2) :

$$I = \frac{e}{R_f + R_s + R_{cb}} \tag{24}$$

Din analiza relaţiilor (21) şi (23) se constată că viteza locală de curgere depinde într-un mod complex de temperatura de lucru, de caracteristicile fizice şi geometrice ale traductorului, de caracteristicile fizice ale fluidului studiat, de temperatura şi presiunea fluidului, de temperatura suporţilor firului traductor. În consecinţă, în cazul utilizării traductorului cu fir rezistiv pentru măsurare în medii de presiune, temperatură şi viteze variabile, rezultatul măsurătorii nu mai poate fi evaluat prin comparare cu o curbă de etalonare, aşa cum se procedează în cazul măsurătorilor în medii de presiune şi temperatură constantă ci, este necesar ca acesta să fie obţinut printr-o prelucrare complexă bazată pe rezultatele studiului teoretic al comportării traductorului.

Pornind de la rezultatele teoriei enunţate se pot face în continuare o serie de aproximaţii care să simplifice metodologia de prelucrare a rezultatelor experimentale. Astfel, pentru toate cazurile care prezintă interes practic pentru măsurătorile efectuate în cilindrii motoarelor cu ardere internă se constată că valorile funcţiei ε sînt relativ mari ($\sim 10^3$ m^{-1}).În consecinţă, rezultă că, pentru dimensiunile fizice uzuale ale traductorilor utilizaţi ($l < 10$ mm), valoarea produsului ($\varepsilon l/2$) este mai mare ca 2,5. Deci :

$$0{,}99 < \operatorname{tgh}\left(\varepsilon \frac{l}{2}\right) < 1{,}00 \tag{25}$$

şi eroarea asociată cu omiterea acestui termen în ecuaţia (21) este mai mică decît 1%. Se obţine astfel din (21) :

$$l(T_f - T_g)\varepsilon^2 = 2(T_s - T_g)\varepsilon + l\xi - 2\xi\frac{1}{\varepsilon}, \tag{26}$$

o ecuaţie de gradul III în ε a cărei rezolvare reclamă punerea în evidenţă a părţilor constante ale coeficienţilor necunoscutei. Pentru simplificare se notează :

$$\begin{cases} \Delta T_f = T_f - T_g \\ \Delta T_s = T_s - T_g \\ \Delta T_y = T_g - T_0 \end{cases} \tag{27}$$

și relația (26) devine :

$$\varepsilon^3 - 2\frac{\Delta T_s}{l\Delta T_f}\varepsilon^2 - \frac{\xi}{\Delta T_f}\varepsilon + \frac{2\xi}{l\Delta T_f} = 0 \tag{28}$$

unde funcția ε definită prin (22) poate fi scrisă în forma :

$$\varepsilon^2 = \eta_l(T_f + T_y)^{0,87} + \Phi\left(\frac{p}{p_0}W\right)^{0,5} - \Gamma I^2 \tag{29}$$

Coeficienții η_l, Φ și Γ au valori constante pentru un traductor dat și același fluid studiat :

$$\begin{cases} \Phi = \dfrac{4B}{k_f d^2}\,(k_0 c_0 \gamma_0 T_0 d)_{0,5} \\ \Gamma = \dfrac{4K r_0 \alpha_R}{\pi d^2 k_f} \end{cases} \tag{30}$$

Determinarea coeficientului ξ în conformitate cu relația lui de definiție (12) și notațiile (30) rezultă din :

$$\xi = \frac{\Gamma}{\alpha_R}[1 + \alpha_R \Delta T_g] I^2. \tag{31}$$

Calculul rapid al acestui coeficient se efectuează cu ajutorul nomogramei N_1, pe baza mărimilor cunoscute α_R, ΔTg, Γ/α_R și I.

Revenind la ecuația (28), aceasta poate fi simplificată prin efectuarea schimbării de variabilă :

$$y = \varepsilon - \frac{2}{3}\frac{\Delta T_s}{l\Delta T_f}. \tag{32}$$

Se obține astfel o ecuație de gradul III în y :

$$y^3 - \left[\frac{4}{3}\left(\frac{\Delta T_s}{l\Delta T_f}\right)^2 + \frac{\xi}{\Delta T_f}\right] y - \left[\frac{16}{27}\left(\frac{\Delta T_s}{l\Delta T_f}\right)^3 + \right.$$

$$\left. + \frac{2}{3}\frac{\Delta T_s}{l\Delta T_f}\frac{\xi}{T_f} - \frac{2\xi}{l\Delta T_f}\right] = 0. \tag{33}$$

Apreciind ordinul de mărime al termenilor care apar în ecuația (33) se constată că neglijarea cantităților $\frac{4}{3}\left(\frac{\Delta T_s}{l\Delta T_f}\right)^2$ și $\frac{16}{27}\left(\frac{\Delta T_s}{l\Delta T_f}\right)^3$ în terme-

nii respectivi conduce la erori inferioare lui 2%. În consecinţă ecuaţia (33) poate fi scrisă în forma :

$$y^3 - \frac{\xi}{\Delta T_f} y = -\frac{2\xi}{l\Delta T_f}\left[1 - \frac{1}{\xi}\frac{\Delta T_s}{\Delta T_f}\right]. \tag{34}$$

Coeficienţii acestei ecuaţii (34) pot fi determinaţi cu ajutorul nomogramelor N_2 şi N_3 pe baza mărimilor cunoscute ΔT_s, ΔT_f şi l.

Se poate trece acum la rezolvarea ecuaţiei (34) cu ajutorul nomogramei N_4. Cu valoarea, astfel determinată pentru y, se calculează din relaţia (32) valoarea lui ε. determinînd cantitatea $\frac{2}{3}\frac{\Delta T_s}{l\Delta T_f}$ din nomogramma N_3.

În continuare se calculează termenii ecuaţiei (29) cu ajutorul nomogramelor N_5 pentru ΓI^2 şi ε^2, respectiv N_6 pentru termenul $\eta (T_s + T_g)^{0,87}$ În nomograma N_6 s-a notat pentru simplificare :

$$\delta = T_f/T_g. \tag{35}$$

Din ecuaţia (29) rezultă acum valoarea termenului $\Phi \left(\frac{p}{p_0} W\right)^{0,5}$ cu ajutorul căreia se poate determina, în final, viteza locală a gazului din nomograma N_7.

Se observă, din analiza efectuată, că pentru determinarea vitezei locale a gazului este necesar să se cunoască în fiecare moment pe timp, pe lîngă mărimea electrică (e_e) furnizată de instrumentul de măsură, presiunea şi temperatura gazului din cilindru precum şi temperatura suporţilor traductorului.

Metoda de prelucrare a datelor experimentale prezentată în lucrare a fost verificată de autor cu ajutorul unui anemometru DISA 55 D 01 şi a unei sonde pentru temperaturi înalte DISA 55 A 75 confecţionată din fir de aliaj Pt-Rh cu diametrul de 10 μm şi lungimea de 2,2 mm. Prin introducerea sondei într-un cuptor electric şi măsurarea valorii rezistenţei ei la diverse temperaturi s-a trasat curba de etalonare rezistenţă-temperatură (figura 4) şi s-a determinat coeficientul de variaţie a rezistenţei electrice din temperatura α_R. În sufleria laboratorului catedrei de aeronave din I.P.B. s-au ridicat curbele de etalonare tensiune-viteză, în condiţii

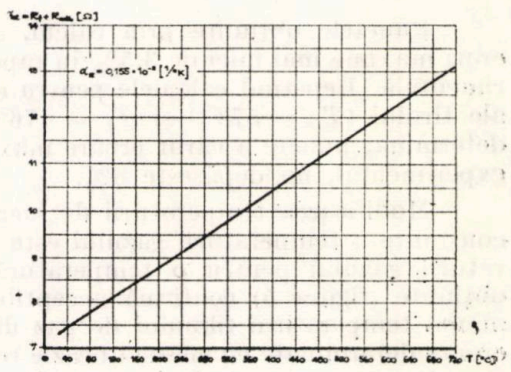


Fig. 4

de lucru TC a anemometrului, pentru 3 temperaturi distincte ale firului: 670°C, 573°C și 476°C (figura 5).

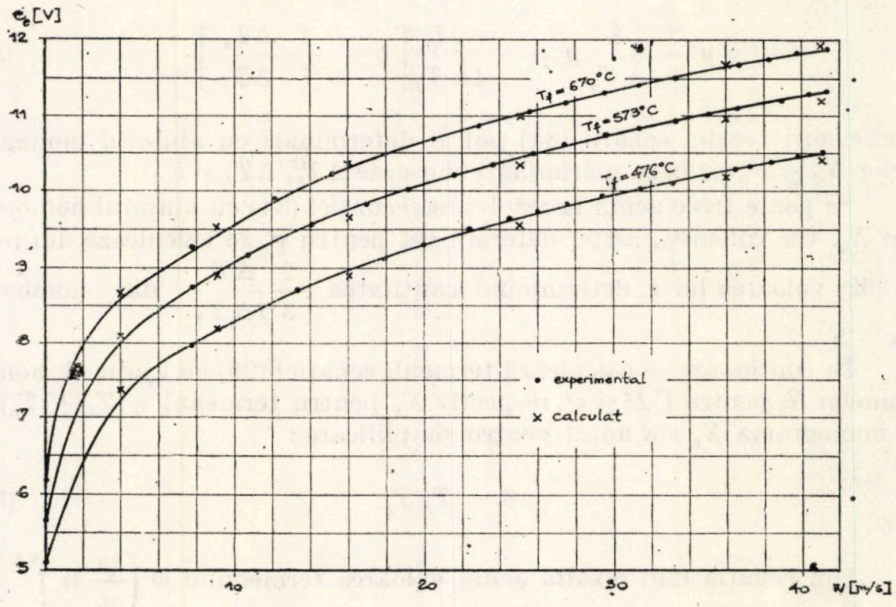


Fig. 5

Considerînd temperatura de lucru $T_f = 670°C$ ca cea mai potrivită pentru măsurarea în condițiile întîlnite în cilindru, s-a determinat prin metoda celor mai mici patrate, pe baza curbei stabilite experimental, următoarea corelație:

$$Nu = 0{,}464 + 0{,}514\, R_e^{0{,}5}. \tag{36}$$

Punctele obținute prin calcul, aplicînd metoda descrisă, prezintă erori maxime mai mici de 3,5% în raport cu curba obținută pe cale experimentală. Repetînd calculele pentru celelalte două temperaturi de lucru ale firului ($T_f = 573°C$ și $T_f = 476°C$), cu aceeași corelație (36), s-au determinat puncte a căror eroare maximă, în raport cu curbele obținute experimental, nu depășește 6%.

Modificarea temperaturii de lucru a firului în condițiile menținerii constante a temperaturii gazului este echivalentă cu modificarea temperaturii gazului pentru o temperatură constantă a firului. Rezultatele obținute (figura 5) confirmă acceptibilitatea ipotezei 1 privind aproximarea temperaturii filmului de gaz din jurul traductorului. Limitele de eroare determinate cu această ocazie reprezintă valorile uzuale ale erorilor ce pot fi comise prin aplicarea metodei propuse în cadrul prezentei lucrări.

Pe baza experienței dobîndite de autor se estimează că durata de timp reclamată de determinarea vitezei, pentru un „punct dat", nu depășește 2 . . . 2,5 minute. În consecință se apreciază că folosirea metodei

propuse pentru determinarea pe cale experimentală a vitezelor locale în cilindrul motorului — pe durata comprimării — poate constitui un instrument util pentru cercetătorii din domeniul de specialitate al motoarelor cu ardere internă.

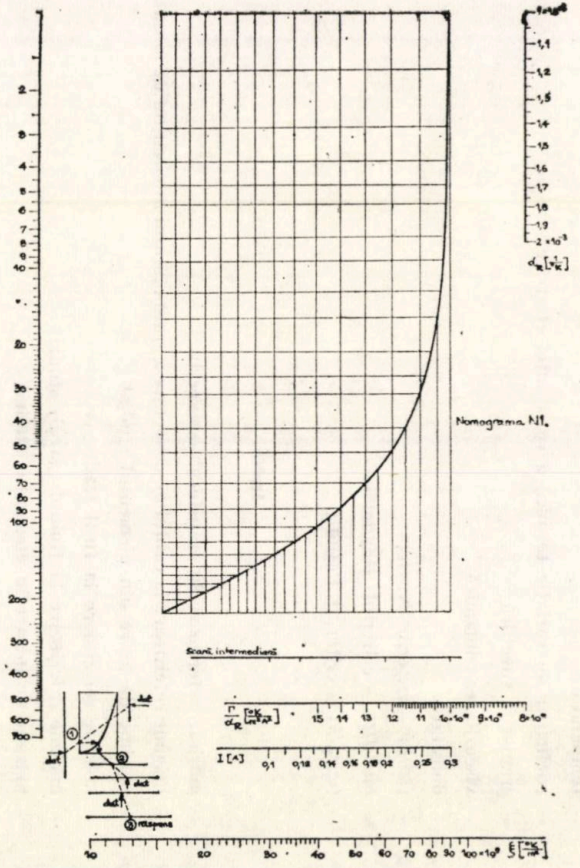
ANEXA I

Simboluri şi notaţii folosite în lucrare

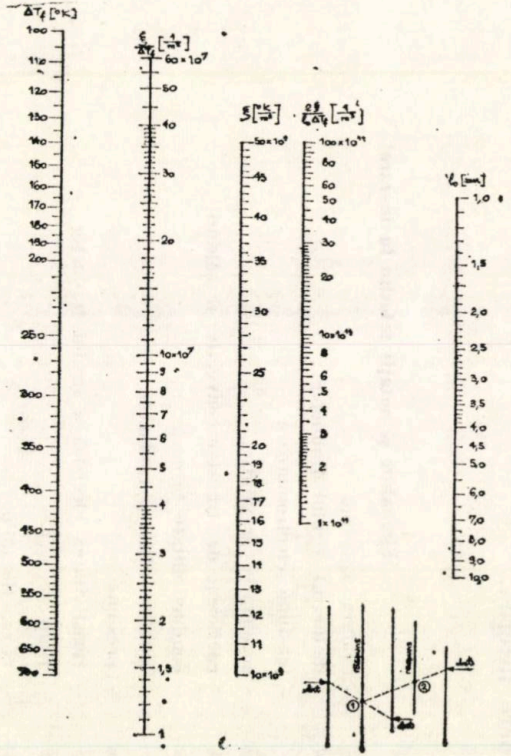
c — căldura specifică
d — diametrul firului traductor
e — tensiune electromotoare
g — acceleraţia gravitaţiei
h — coeficient de transfer convectiv al căldurii
k — conductibilitate termică
l — lungimea firului traductor
p — presiune
r — rezistivitatea electrică a firului traductor
t — timp
W — viteza fluidului
I — intensitatea curentului electric
Q — cantitatea de căldură
R — rezistenţă electrică
T — temperatură
α — coeficient de variaţie termică a rezistenţei electrice
γ — greutatea specifică
μ — viscozitatea dinamică
ρ — densitate
Nu — (hd/k) — criteriul Nusselt
Re = $(\rho w\ d/\mu)$ — criteriul Reynolds.
Pr = $(g\mu c_p/k)$ — criteriul Prandtl.

Indici

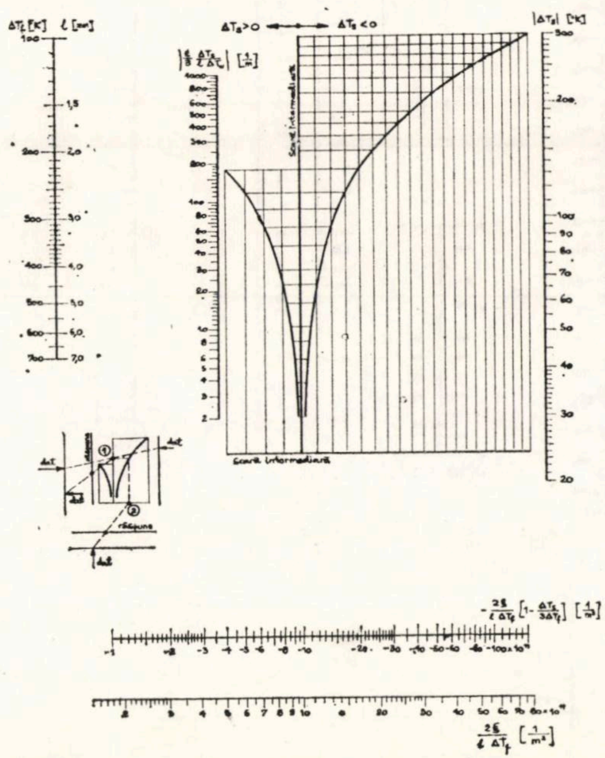
c — mărime referitoare la transferul convectiv
cb — mărime referitoare la cablul de conectare a traductorului în circuitul de măsură
din — mărime de ieşire din elementul studiat
f — mărime referitoare la firul traductor
g — mărime referitoare la fluidul (gazul) studiat
in — mărime de intrare în elementul studiat
m — mărime medie
o — mărime referitoare la starea de referinţă
p — mărime exprimată în condiţii de presiune constantă
s — mărime referitoare la suporţii traductorului.



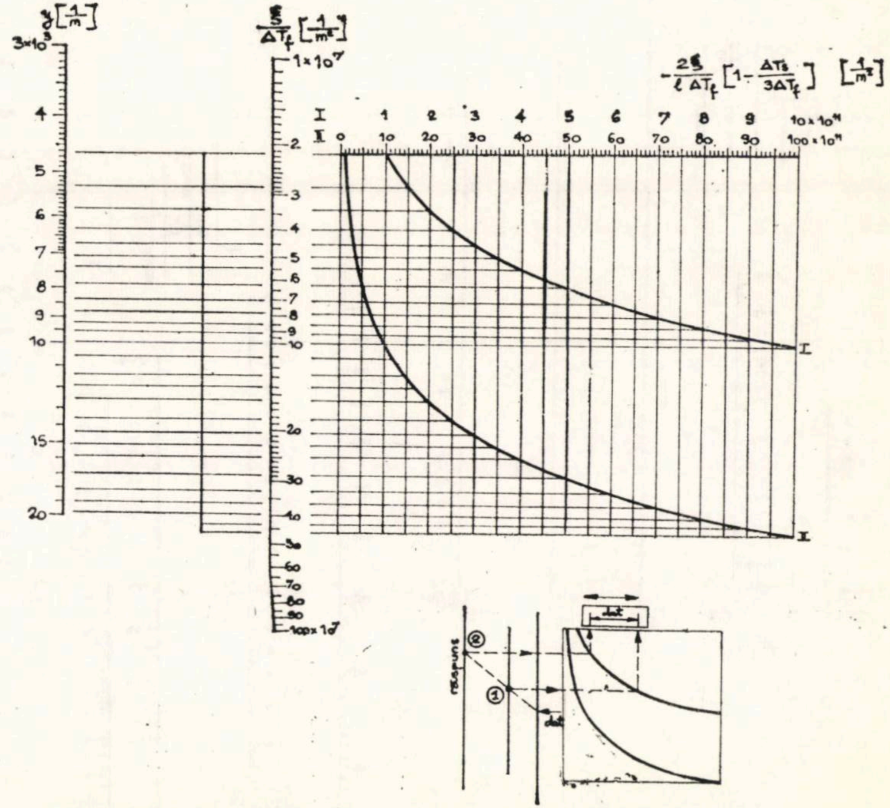
N1



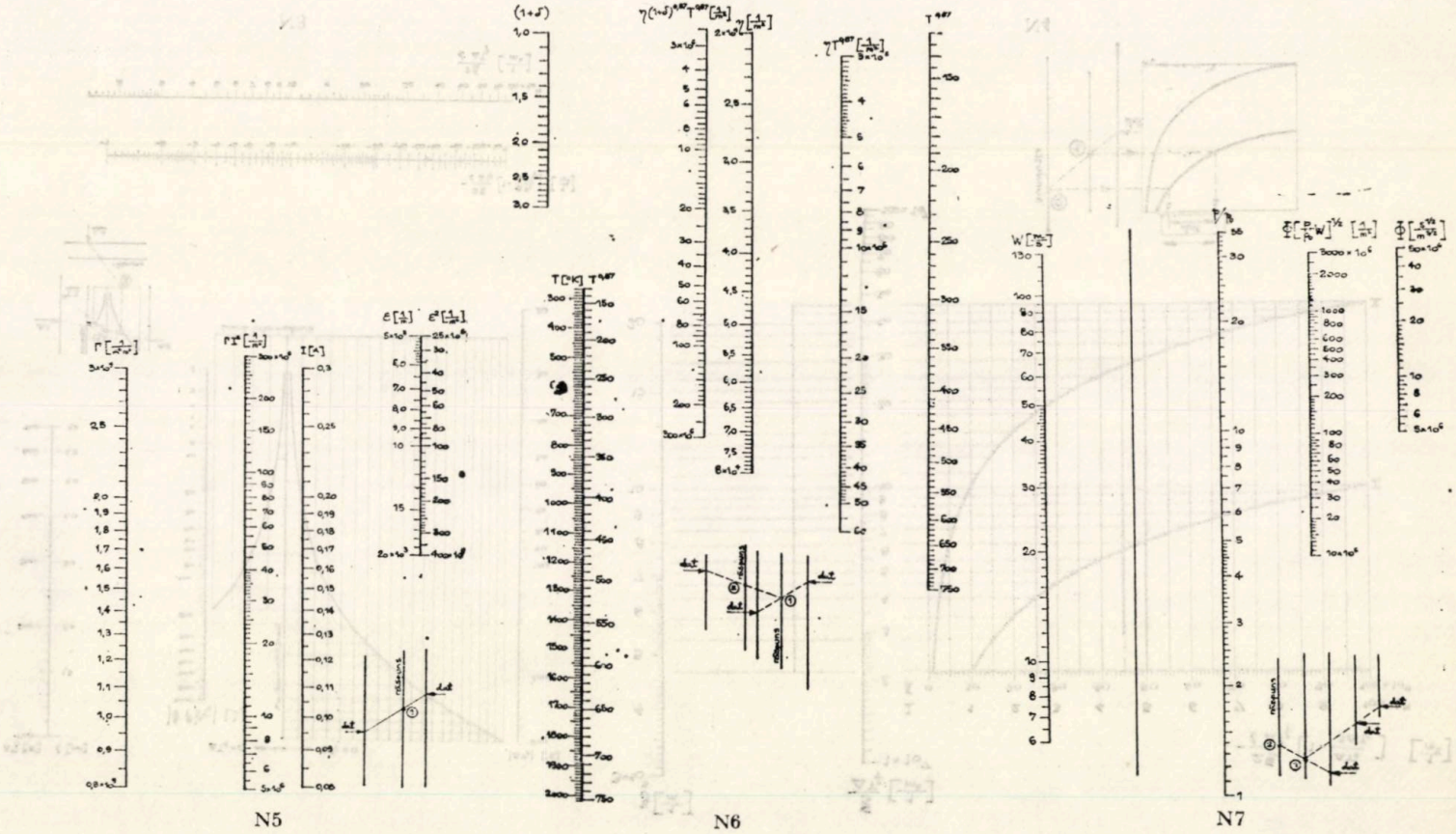
N2


ΔT_f [K]
l [m]
$\Delta T_s > 0$
$\Delta T_s < 0$
$|\Delta T_s|$ [K]
Scară intermediară
răspuns

N3


$\gamma \left[\frac{1}{m}\right]$
$\frac{\xi}{\Delta T_f} \left[\frac{1}{m^2}\right]$
$-\frac{2\xi}{l \Delta T_f}\left[1 - \frac{\Delta T_s}{3\Delta T_f}\right] \left[\frac{1}{m^2}\right]$
răspuns

N4



N5 N6 N7

BIBLIOGRAFIE

1. *Andriano, M., Follis, G., G.,* Sull'impiego dell'anemometro a filo caldo per misure in correnti gassose a presione e temperature variabili. Publicazione 19 Inst. de Macchine e Motori per Aeromobili, Torino, 1970.
2. *Arnold, M.J., Tindal, M.J., Williams, T.J.* Measurement of Induction Gas Velocities in a Reciprocating Engine Cylinder. SAE paper 720115, 1972.
3. *Hassan, H., Dent, J.C.,* The Measurement of Air Velocity in a Motored Internal Combustion Engine Using a Hot-Wire Anemometer. I. Mech. Eng. Proc. 1970—71. Volume 185—50/7.
4. *Horvatin, M.* Some problems Concerning the Analytical Evaluation of the Characteristics of Hot-wires Immersed in a Fluid of Variable Preassures and Temperatures. DISA—Inf. Nr. 8—1969.
5. *Kays, W.M., London, A.L.* Compact Heat Exchangers. Mc. Graw Hill Comp. 1964.
6. *Keenan, J.H., Kaye, J.,* Gas Tables. John Wiley and Sons. 1948.
7. *Khafaji, A.H.A., Tindal, M.J., Williams, T.J.,* Engine Cylinder Gas Flow Measurements by Hot-Wire Anemometres. Paper Univ. of London, King's College.
8. *King, L.V.,* On the Convection of Heat from Small Cylinders in a Stream of Fluid. Phil. Trans. Roy. Soc. London Series A, vol. 214, 1914.
9. *Taraza, D.* Contribuții la studiul autoaprinderii în motorul cu aprindere prin comprimare. Teză de doctorat, Inst. politehnic București, 1975.
10. *Weindenmüller, M.* Geschwindigkeiten im Brennraum eines fremd angetriebenen Dieselmotors. MTZ Nr. 4, 1970.
11. * * * High Speed Aerodynamics and Jet Propulsion. Vol. IX Physical Measurements in Gas Dynamics and Combustion. Oxford Univ. Press, 1956.
12. * * * DISA Gebrauchsanweisung und Servicehandbuch für Typ 55D01 Anemometer Grundgerät.

A Method of Utilization of the Hot — wire Transducer for Velocity Measurements in Fluids of Variable Preassure and Temperature.

The paper analyses the general equation describing the behaviour of the hot — wire transducer working in fluids of variable preassure and temperature. Simplifred forms of this equation are found and computations made easy by means of a set of nomographs.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SECȚIA MECANICĂ
Tomul XXXIX — 1977. Numărul 2

REZISTENȚA MATERIALELOR

C.Z.: 621.392.4
537.311
621.316

SCHEME II EXHAUSTIVE DE DIPOLI*

M. ATANASIU, V. DROBOTĂ

În această lucrare se stabilesc relațiile de calcul ale tuturor montajelor serie-paralel în care pot fi dispuși un număr dat de dipoli (întrerupătoare, rezistențe, condensatoare, impedanțe, elemente elastice etc.).

1. Introducere; precizări

În multe domenii ale fizicii apare următoarea problemă de combinatorică pe care ne propunem să o rezolvăm în cele ce urmează.

Fiind dați n dipoli indiscernabili ($n \in N$, finit) se cere să se afle numărul tuturor montajelor serie-paralel în care pot fi dispuși dipolii dați între o intrare și o ieșire date.

Ca exemple de dipoli se pot considera: întrerupătoarele, rezistoarele, capacitățile, elementele elastice liniare și neliniare, impedanțele electrice și mecanice etc.

Indiscernabilitatea înseamnă identitatea dipolilor considerați sub raportul constantelor fizice atașate; această proprietate invariază grupul de permutări $G_{n!}$ reducînd substanțial numărul variantelor posibile. Cazurile de montaje cu dipoli de constante discernabile se deduc din cele de constante indiscernabile efectuînd pe fiecare montaj n permutări între constantele atașate dipolilor considerați.

2. Notații; precizări; procedeu; exemple

Pentru rezolvarea problemei propuse am procedat astfel:

— fiecăruia din cei n dipoli ai schemei i-am atașat factorul a_k ($k = 1, 2, \ldots, n$).

— ansamblului a doi dipoli i și j i-am atașat suma $a_i + a_j$ dacă ei sînt legați în paralel și produsul $a_i \cdot a_j$ dacă ei sînt legați în serie;

*Manuscris predat redacției la data de 26 octombrie 1975.

— unei scheme conținînd n dipoli ($n > 2$, finit) îi corespunde un polinom în variabilele a_k alcătuit din sume de produse ale acestora.

În acest mod s-a stabilit o corespondență între schemele de dipoli și aceste polinoame, fapt care permite ca atunci cînd se cunoaște un polinom să se poată alcătui schema dipolilor și invers, corespondența schemă — polinom fiind biunivocă. Spre exemplu dîndu-se polinomul

$$P = (a_1 a_2 + a_3) \cdot a_4 + a_5$$

rezultă faptul că elementele 1 și 2 sînt legate în serie, ansamblul (1,2) este legat apoi în paralel cu elementul 3, ansamblul (1, 2, 3) legatîn serie cu elementul 4 iar ansamblul (1, 2, 3, 4) în paralel cu elementul 5 (fig. 1).

Invers dîndu-se schema din fig. 2 rezultă polinomul :

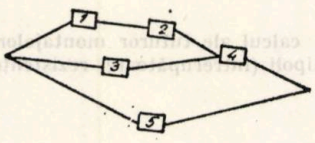


Fig 1.

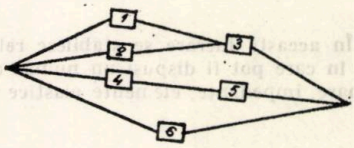


Fig. 2

$$P = (a_1 + a_2)a_3 + a_4 a_5 + a_6$$

Rezultă deci că atunci cînd se dă un polinom trebuie determinată schema corespunzătoare, iar atunci cînd se dă o schemă trebuie efectuată lectura ei, ceea ce înseamnă construcția polinomului asociat.

Structura polinoamelor asociate schemelor de dipoli este aceea a unei sume de termeni de forma $a_1^{\alpha} \cdot a_2^{\beta} \ldots a_m^{\lambda}$ unde n reprezintă numărul dipolilor ce alcătuiesc schema respectivă iar α, β,..., λ au valorile 0 sau 1 cu convenția $a_1^0 \cdot a_2^0 \ldots a_n^0 = 0$. Spre exemplu pentru schema din figura 1 polinomul asociat are expresia :

$$P = a_1^1 a_2^1 a_3^0 a_4^1 a_5^0 + a_1^0 a_2^0 a_3^1 a_4^1 a_5^0 + a_1^0 a_2^0 a_3^0 a_4^0 a_5^1 +$$

$$+ a_1^0 a_2^0 a_3^0 a_4^0 a_5^0 + a_1^0 a_2^0 a_3^0 a_4^0 a_5^0 = (a_1 a_2 + a_3) a_4 + a_5$$

ultimii doi termeni fiind nuli conform convenției menționate.

3. Obținerea exhaustivă și legea de compoziție recurentă a schemelor de dipoli; clasificarea graduală

Procedeul adoptat pentru obținerea tuturor schemelor serie-paralel în care pot fi montați un număr de dipoli este o recurență bazată pe o anumită lege de compoziție a schemelor precedente.

În cazul $n = 1$ mulțimea S_1 a schemelor ce se pot realiza are un singur element.

În cazul $n = 2$ mulțimea S_2 ale cărei elemente sînt toate schemele cu doi dipoli are două elemente:

$$a_1 + a_2 \quad \text{și} \quad a_1 a_2$$

cărora le corespund schemele din fig. 3.

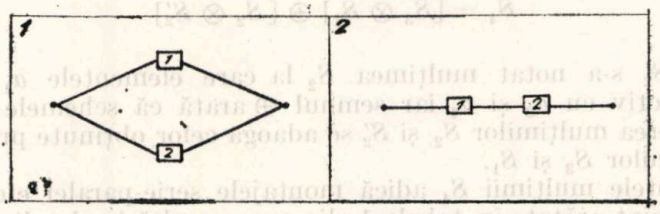


Fig. 3

Pentru cazul $n = 3$ mulțimea S_3 se determină prin recurența din mulțimile S_2 și S_1 compuse după legea

$$S_3 = S_2 \otimes S_1$$

unde pentru S_1 s-a notat mulțimea S_1 la care elementul a_1 este simbolizat cu a_3 în loc de a_1 iar semnul $\otimes$ arată că elementele celor două scheme

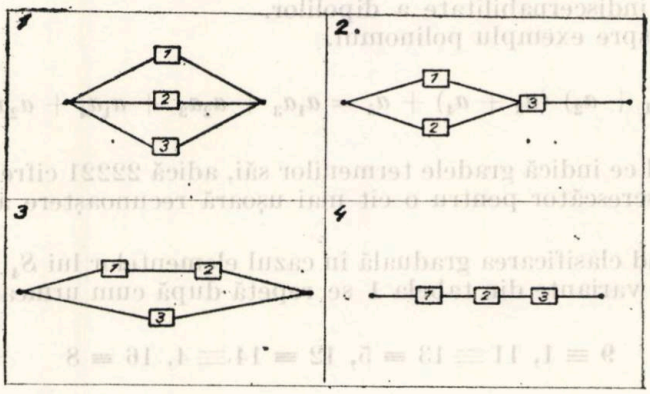


Fig. 4

se compun folosind ambele semne $+$ și $\cdot$, adică paralel și serie. Rezultă elementele lui S_3:

1) $(a_1 + a_2) + a_3$; 2) $(a_1 + a_2) \cdot a_3$

3) $(a_1 \cdot a_2 + a_3)$; 4) $a_1 \cdot a_2 \cdot a_3$

Mulțimea S_3 are deci patru elemente, adică cu trei dipoli se pot realiza patru montaje distincte reprezentate în fig. 4. La obținerea

schemelor distincte în cazul a patru dipoli se pune în evidenţă faptul că legea de compoziţie a mulţimilor precedente nu este o recurenţă simplă ci o recurenţă la care totalul schemelor se obţine folosind legea de compoziţie precedentă aplicată dubletelor de mulţimi S_1 şi S_3 la care se adaugă schemele obţinute din compunerea mulţimilor S_2 cu S_2', ceea ce se scrie simbolic

$$S_4 = [S_3 \otimes S_1] \oplus [S_2 \otimes S_2']$$

unde prin S_2' s-a notat mulţimea S_2 la care elementele a_1 şi a_2 sînt notate respectiv cu a_3 şi a_4 iar semnul $\oplus$ arată că schemele provenite din compunerea mulţimilor S_2 şi S_2' se adaogă celor obţinute prin compunerea mulţimilor S_3 şi S_1.

Elementele mulţimii S_4 adică montajele serie-paralel efectuate cu patru dipoli sînt arătate în tabela 1 din care rezultă în detaliu şi modul în care s-a efectuat compoziţia mulţimilor S_1, S_2, S_3 şi S_2'.

Din examinarea tabelei 1 rezultă că prin aplicarea acestui procedeu apar şi scheme care se repetă (identice); pentru eliminarea acestora vom folosi clasificarea graduală a polinoamelor asociate schemelor respective. Prin această clasificare schemele care se repetă vor putea fi puse imediat în evidenţă.

Gradul unui polinom asociat este alcătuit dintr-o sumă de numere ce indică gradele tuturor termenilor săi la care factorii sînt ordonaţi după puterile lor crescătoare, această ordonare fiind făcută în baza proprietăţii de indiscernabilitate a dipolilor.

Astfel spre exemplu polinomul.

$$P_5 = (a_1 + a_2)\ (a_3 + a_4) + a_5 = a_1a_3 + a_2a_3 + a_1a_4 + a_2a_4 + a_5$$

este numărul ce indică gradele termenilor săi, adică 22221 cifrele sale fiind ordonate descrescător pentru o cît mai uşoară recunoaştere a schemelor identice.

Folosind clasificarea graduală în cazul elementelor lui S_4 descoperim că o serie de variante din tabela 1 se repetă după cum urmează :

$$9 \equiv 1,\ 11 \equiv 13 \equiv 5,\ 12 \equiv 14 \equiv 4,\ 16 \equiv 8$$

Rezultă final $16 - 6 = 10$ cazuri distincte, ceea ce arată că mulţimea S_4 conţine 10 scheme distincte reprezentate în fig. 5. Este uşor de observat că se pot realiza scheme de dipoli din compunerea a trei mulţimi S_α, S_β şi S_γ rezolvînd în numere întregi ecuaţia diofantică $\alpha + \beta + \gamma = n$ unde n este numărul dipolilor daţi. Folosirea acestui procedeu ne conduce însă la scheme distincte deoarece notînd $\beta + \gamma = \widetilde{\beta}$ rezultă tot ecuaţia diofantică cu doi termeni $\alpha + \widetilde{\beta} = n$. Acest fapt arată că legea de compoziţie cu două elemente este primitivă. O proprietate interesantă deasemenea uşor observabilă este şi aceea că schemele cu m elemente mai puţine decît n ($m < n$) se obţin din cele cu n, elemente în care punem $a_m + 1 = a_{m+2} = \ldots = a_n = 0$.

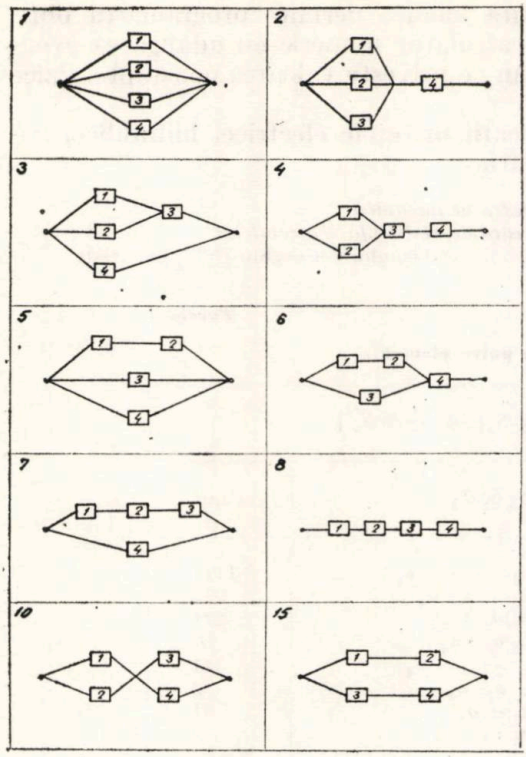


Fig. 5

Pentru a pune în evidenţă schemele distincte care se obţin din compunerea schemelor precedente mai puţin o echivalentă de clasă graduală, vom nota cu $\tilde{S}_n$ mulţimea de scheme distincte cu n elemente şi cu $\oplus$ operaţia de adunare a schemelor combinate cu cea de eliminare a schemelor echivalente gradual. Vom avea deci

$$\tilde{S}_4 = [S_3 \otimes S_1] \oplus [S_2 \otimes S_2']$$

deoarece S_1, S_2 şi S_3 nu conţin scheme echivalente.

În cazul în care de la produsul a două mulţimi de scheme ar apare scheme echivalente în mod consecvent ar trebui să notăm prin $\tilde{\otimes}$ mulţimea schemelor rezultată mai puţin clasele de echivalenţă graduală.

Pentru cazul $n = 5$ mulţimea $\tilde{S}_5$ determinată după procedeul indicat mai sus, este

$$\tilde{S}_5 = [\tilde{S}_4 \otimes S_1] \tilde{\oplus} [S_3 \tilde{\otimes} S_2']$$

unde prin S_2' s-a notat mulţimea S_2 la care elementele a_1 şi a_2 sînt simbolizate respectiv prin a_4 şi a_5.

Elementele mulţimii S_5 adică montajele serie-paralel cu cinci dipoli sînt arătate în tabela 2 din care rezultă în detaliu modul în care s-a efectuat compoziţia mulţimilor S_1, S_2', S_3 şi $\tilde{S}_4$.

Folosind apoi operaţia de graduare se observă că în acest caz apar scheme echivalente atît la operaţia $\oplus$ cît şi la operaţia $\otimes$. Schemele echivalente în acest caz sînt

$$21 \equiv 1,\ 23 \equiv 29 \equiv 9,\ 24 \equiv 4,\ 25 \equiv 5,\ 26 \equiv 18,$$

$$28 \equiv 34 \equiv 8,\ 31 \equiv 19,\ 32 \equiv 12,\ 33 \equiv 13,\ 36 \equiv 16$$

Rezultă final $36 - 12 = 24$ cazuri distincte deci mulţimea $\tilde{S}_5$ conţine 24 scheme distincte reprezentate în fig. 6.

Este uşor de observat că în cazul unui număr oarecare de elemente n, finit, mulţimea $\tilde{S}_n$ a schemelor distincte este dată de relaţia în care

$$\tilde{S}_n = \tilde{\bigoplus_{\alpha=1}^{n}} [\tilde{S} \tilde{\otimes} S_{n-\alpha}]$$

simbolurile au aceleaşi semnificaţii ca mai sus.

Algoritmul propus în prezenta lucrare permite programarea obținerii unei anumite scheme pe un calculator numeric cu adăugarea eventuală a unor condiții de optimum în ce privește valoarea constantei fizice echivalente sistemului considerat.

Rezultatele obținute au aplicații în rețele electrice, hidraulice, sisteme elastice, telefonie, transporturi.

Catedra de mecanică
Catedra de rezistența materialelor
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

Tabela 1

Scheme cu patru elemente

$S_4 = [S_3 \otimes S_1] \oplus [S_2' \otimes S_2'']$

Nr.	$S_3 \otimes S_1$	Grad
1	$(a_1 + a_2 + a_3) + a_4$	1111
2	$(a_1 + a_2 + a_3) \cdot a_4$	222
3	$(a_1 + a_2)a_3 + a_4$	221
4	$(a_1 + a_2)a_3 \cdot a_4$	33
5	$(a_1 \cdot a_2 + a_3) + a_4$	211
6	$(a_1 a_2 + a_3) \cdot a_4$	32
7	$a_1 a_2 a_3 + a_4$	31
8	$a_1 a_2 a_3 \cdot a_4$	4
	$S_2' \otimes S_2''$	
9	$(a_1 + a_2) + (a_3 + a_4)$	1111
10	$(a_1 + a_2) \cdot (a_3 + a_4)$	2222
11	$(a_1 + a_2) + a_3 a_4$	211
12	$(a_1 + a_2) \cdot a_3 a_4$	33
13	$a_1 a_2 + (a_3 + a_4)$	211
14	$a_1 a_2 \cdot (a_3 + a_4)$	33
15	$a_1 a_2 + a_3 a_4$	22
16	$a_1 a_2 \cdot a_3 a_4$	4

BIBLIOGRAFIE

1. *Marius Preda, Paul Cristea, Fănică Spinei, Jack Marcovici*, Bazele electrotehnicii, Ed. Didactică și pedagogică, București, 1969.
2. *I. S. Antoniu*, Bazele electrotehnicii, Ed. Didactică și pedagogică, București, 1974.
3. *K. Simonyi*, Electrotehnică teoretică. Traducere din limba maghiară. Ed. Tehnică, București, 1974.

Exhaustive Π – Schaltungen der Dipole

In dieser Arbeit werden die rechnerischen Beziehungen aller Serien un und Parallelschaltungen, in welchen eine bestimmte Anzahl von Dipolen geschaltet werden können, abgeleitet (Schalter Widerstände, Kapazitäten, Scheinwiderstände, elastiche Elemente usw.).

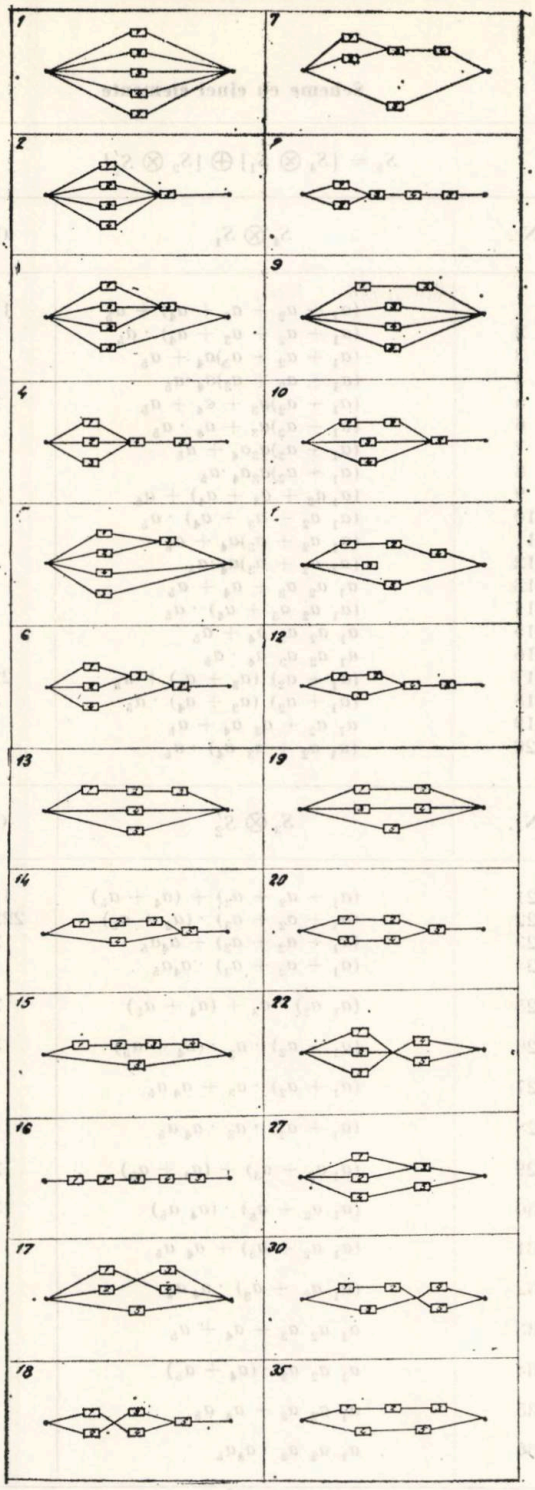

1
7
2
8
3
9
4
10
5
11
6
12
13
19
14
20
15
22
16
27
17
30
18
35

Tabela 2

Scheme cu cinci elemente

$S_5 = [S_4 \otimes S_1] \oplus [S_3 \otimes S_2']$		
Nr.	$S_4 \otimes S_1$	Grad
1	$(a_1 + a_2 + a_3 + a_4) + a_5$	11111
2	$(a_1 + a_2 + a_3 + a_4) \cdot a_5$	2222
3	$(a_1 + a_2 + a_3)a_4 + a_5$	2221
4	$(a_1 + a_2 + a_3)a_4 \cdot a_5$	333
5	$(a_1 + a_2)a_3 + a_4 + a_5$	2211
6	$(a_1 + a_2)a_3 + a_4 \cdot a_5$	332
7	$(a_1 + a_2)a_3a_4 + a_5$	331
8	$(a_1 + a_2)a_3a_4 \cdot a_5$	44
9	$(a_1 a_2 + a_3 + a_4) + a_5$	2111
10	$(a_1 a_2 + a_3 + a_4) \cdot a_5$	322
11	$(a_1 a_2 + a_3)a_4 + a_5$	321
12	$(a_1 a_2 + a_3)a_4 \cdot a_5$	43
13	$a_1 a_2 a_3 + a_4 + a_5$	311
14	$(a_1 a_2 a_3 + a_4) \cdot a_5$	42
15	$a_1 a_2 a_3 a_4 + a_5$	41
16	$a_1 a_2 a_3 a_4 \cdot a_5$	5
17	$(a_1 + a_2)(a_3 + a_4) + a_5$	22221
18	$(a_1 + a_2)(a_3 + a_4) \cdot a_5$	3333
19	$a_1 a_2 + a_3 a_4 + a_5$	221
20	$(a_1 a_2 + a_3 a_4) \cdot a_5$	33
Nr.	$S_3 \otimes S_2'$	Grad
21	$(a_1 + a_2 + a_3) + (a_4 + a_5)$	11111
22	$(a_1 + a_2 + a_3) \cdot (a_4 + a_5)$	222222
23	$(a_1 + a_2 + a_3) + a_4a_5$	2111
24	$(a_1 + a_2 + a_3) \cdot a_4a_5$	333
25	$(a_1 a_2) \cdot a_3 + (a_4 + a_5)$	2211
26	$(a_1 + a_2) \cdot a_3 \cdot (a_4 + a_5)$	3333
27	$(a_1 + a_2) \cdot a_3 + a_4 a_5$	222
28	$(a_1 + a_2) \cdot a_3 \cdot a_4 a_5$	44
29	$(a_1 a_2 + a_3) + (a_4 + a_5)$	2111
30	$(a_1 a_2 + a_3) \cdot (a_4 a_5)$	3322
31	$(a_1 a_2 + a_3) + a_4 a_5$	221
32	$(a_1 a_2 + a_3) \cdot a_4 a_5$	43
33	$a_1 a_2 a_3 + a_4 + a_5$	311
34	$a_1 a_2 a_3 \cdot (a_4 + a_5)$	44
35	$a_1 a_2 a_3 + a_4 a_5$	32
36	$a_1 a_2 a_3 \cdot a_4a_5$	5

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SECȚIA MECANICĂ
Tomul XXXIX — 1977. Numărul 2

C.Z.: 620.16:625.282

CALCULUL CARACTERISTICILOR GEOMETRICE ALE SECȚIUNILOR STRUCTURILOR DE MARE COMPLEXITATE *

I. CONSTANTINESCU, D. GOLUMBOVICI

În lucrare se prezintă un algoritm pentru calculul ariei și momentelor de inerție ale secțiunilor structurilor de complexitate mare cum ar fi carcasele locomotivelor, corpurile navelor etc.

În continuare se descriu un limbaj orientat și un program FORTRAN destinate definirii geometriei și calculului caracteristicilor geometrice ale unei suprafețe plane oarecare.

1. Introducere

Calculul de rezistență al corpului unei nave, al carcasei unei locomotive sau al unei alte structuri similare, necesită determinarea caracteristicilor geometrice ale diverselor secțiuni transversale ale structurii, adică cunoașterea ariei secțiunii, a coordonatelor centrului de greutate, a momentelor de inerție axiale centrale principale și a direcțiilor principale de inerție.

Tipurile de structuri enumerate sînt de regulă structuri spațiale de o mare complexitate, realizate dintr-un mare număr de elemente constructive, asamblate prin sudură sau nituire. Pentru calculul de rezistență al acestora au fost elaborate o serie de metode, care schematizează structura ca bară, sau ca sistem plan sau spațial de bare [1].

În lucrarea de față se prezintă un algoritm și un limbaj de programare orientat (denumit CAGES), destinate descrierii într-o formă simplă și generală a unor suprafețe plane avînd forme geometrice complicate, de tipul celor întîlnite la structurile amintite mai sus.

2. Definiția geometriei secțiunii

Alegerea modului în care se definește geometria suprafeței plane care constituie secțiunea ce se calculează, este esențială pentru forma instrucțiunilor ce vor compune limbajul și implicit pentru modul de introducere a datelor.

În lucrarea [2], de exemplu, se utilizează un procedeu de discretizare a secțiunii și definirea ei printr-o matrice booleană care descrie

* Manuscris predat redacției la data de 1 octombrie 1975

existența sau non-existența materialului în fiecare din punctele în care a fost discretizată. Pentru programul CAGES definirea geometriei secțiunii se face astfel:

a. Secțiunea se descompune în figuri geometrice simple, denumite elemente. Acestea sînt de nouă tipuri, așa cum sînt menționate în tabelul 1. Elementele pot fi suprafețe efective ale secțiunii („plinuri") sau pot fi decupări, adică „goluri".

b. Se consideră că secțiunii i se atașează un sistem de coordonate zoy. Dacă secțiunea are una sau nouă axe de simetrie, sistemul de coordonate zoy va conține aceste axe.

c. Unui element oarecare al secțiunii i se consideră atașat un sistem de coordonate $z_io_iy_i$, rotit în sens trigonometric cu unghiul β_i față de sistemul zoy. În funcție de tipul elementului, axele $z_io_iy_i$ sînt definite așa cum rezultă din schițele conținute în tabelul 1.

d. Pentru toate tipurile de elemente se consideră drept primii patru parametri coordonatele unui punct M convenabil ales, în raport cu axele zoy ale secțiunii (z_M^*, y_M^*) și în raport cu axele $z_io_iy_i$ ale elementului (z_M, y_M). Cel de al cincilea parametru este unghiul β_i dintre axele zoy și $z_io_iy_i$ (v. tabelul 1).

e. În afara parametrilor definiți la punctul d, fiecare element mai are un număr diferit de parametri, așa cum rezultă din tabelul 1.

Observație. Elementul de tip 7, a cărui formă nu se precizează, permite introducerea în calcul a unor profile laminate sau a oricăror elemente ale secțiunii pentru care se cunosc caracteristicile geometrice și poziția centrului de greutate.

3. Principalele etape de calcul

Fie o secțiune oarecare, ale cărei elemente s-au definit în raport cu sistemul de coordonate zoy. Fie unul din elementele acestei secțiuni, de exemplu, sectorul de coroană circulară din figura 1. Abscisa centrului său de greutate este [3]:

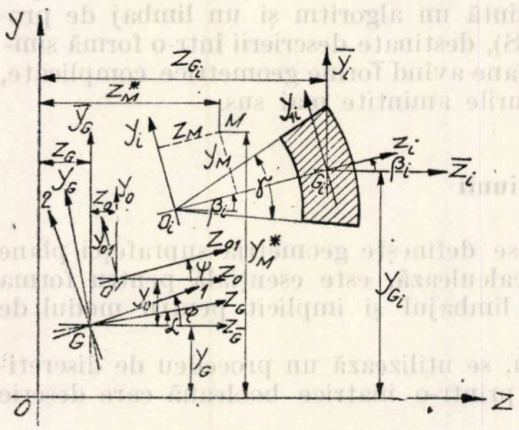


Fig. 1

$$O_iG_i = \xi = \frac{4}{3}\frac{R^3 - r^3}{R^2 - r^2}\cdot\frac{1}{\gamma}\cdot\sin\frac{\gamma}{2} \qquad (1)$$

iar aria,

$$A_i = \frac{\gamma}{2}(R^2 - r^2) \qquad (2)$$

Cu notațiile din figura 1, coordonatele centrului de greutate G_i în raport cu axele *zoy* sînt :

$$z_{G_i} = z_M^* - z_M \cos\beta_i + y_M \sin\beta_i + \xi \cos\beta_i ;$$

$$y_{G_i} = y_M^* - z_M \sin\beta_i - y_M \cos\beta_i + \xi \sin\beta_i. \tag{3}$$

Momentele de inerție centrale (în raport cu sistemul de coordonate $z_i G_i y_{1i}$) sînt :

$$I_{z_i} = \frac{R^4 - r^4}{8}(\gamma - \sin\gamma) ;$$

$$I_{y_{1i}} = \frac{R^4 - r^4}{8}(\gamma + \sin\gamma) - A_i \xi^2 ; \; I_{z_i y_{1i}} = 0. \tag{4}$$

Cu relații de calcul similare, existente în literatură ([4], [5], [6]) sau stabilite de autori, se determină caracteristicile geometrice centrale pentru toate tipurile de elemente din tabelul 1.

Deoarece axele $z_i o_i y_i$ atașate fiecărui element sînt rotite cu unghiul β_i față de axele *zoy* în raport cu care s-a definit secțunea, momentele de inerție centrale calculate cu relațiile (4) se determină în raport cu axele $\bar{z}_i G_i \bar{y}_i$, paralele cu *zoy* și rotite cu unghiul $-\beta_i$ față de axele $z_i G_i y_{1i}$. Rezultlă :

$$I_{\bar{z}_i} = \frac{1}{2}(I_{z_i} + I_{y_{1i}}) + \frac{1}{2}(I_{z_i} - I_{y_{1i}}) \cos 2\beta_i + I_{z_i y_{1i}} \sin 2\beta_i ;$$

$$I_{\bar{y}_i} = \frac{1}{2}(I_{z_i} + I_{y_{1i}}) - \frac{1}{2}(I_{z_i} - I_{y_{1i}}) \cos 2\beta_i - I_{z_i y_{1i}} \sin 2\beta_i ; \tag{5}$$

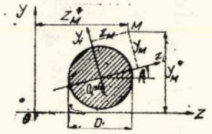
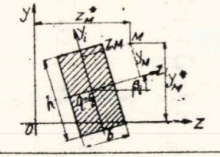
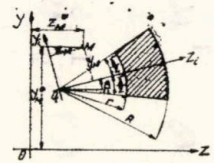
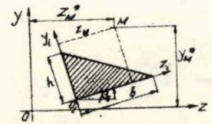
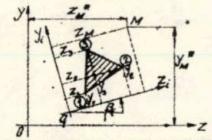
$$I_{\bar{z}_i \bar{y}_i} = -\frac{1}{2}(I_{z_i} - I_{y_{1i}}) \sin 2\beta_i + I_{z_i y_{1i}} \cos 2\beta_i.$$

Coordonatele centrului de greutate al întregii secțiuni sau al unui *segment* de secțiune, adică al unui ansamblu format numai din cîteva din elementele definite, sînt :

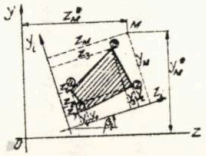
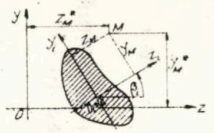
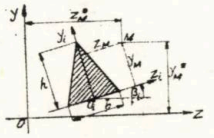
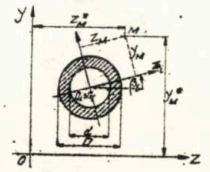
$$z_G = \Sigma A_i z_i / \Sigma A_i ; \qquad y_G = \Sigma A_i y_i / \Sigma A_i, \tag{6}$$

în care A_i, z_i, y_i sînt ariile și respectiv coordonatele centrelor de greutate ale elementelor care compun secțiunea sau segmentul.

Tabelul 1

Tip element	Denumirea elementului	Simbol element	Schița elementului	Parametrii care definesc geometria elementului												
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1	Cerc	CERC		z_M^*	y_M^*	z_M	y_M	β_i	D	—	—	—	—	—	—	—
2	Dreptunghi	DREP		z_M^*	y_M^*	z_M	y_M	β_i	b	h	—	—	—	—	—	—
3	Sector de coroană circulară	SECO		z_M^*	y_M^*	z_M	y_M	β_i	R	r	γ	—	—	—	—	—
4	Triunghi dreptunghic	TRDR		z_M^*	y_M^*	z_M	y_M	β_i	b	h	—	—	—	—	—	—
5	Triunghi oarecare	TROA		z_M^*	y_M^*	z_M	y_M	β_i	z_1	y_1	z_2	y_2	z_3	y_3	—	—

Tabelul 1 (continuare)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
6	Patrulater oarecare	PATR		z_M^*	y_M^*	z_M	y_M	β_i	z_1	y_1	z_2	y_2	z_3	y_3	z_4	y_4
7	Element geometric a cărui formă nu se precizează	EFNE		z_M^*	y_M^*	z_M	y_M	β_i	A_i	I_{z_i}	I_{y_i}	$I_{z_i y_i}$	—	—	—	—
8	Triunghi isoscel	TRIS		z_M^*	y_M^*	z_M	y_M	β_i	b	h	—	—	—	—	—	—
9	Coroană circulară	CORO		z_M^*	y_M^*	z_M	y_M	β_i	D	d	—	—	—	—	—	—

Momentele de inerţie centrale vor fi :

$$I_{\bar{z}_G} = \Sigma[I_{\bar{z}_i} + A_i(y_{G_i} - y_G)^2];$$

$$I_{\bar{y}_G} = \Sigma[I_{\bar{y}_i} + A_i(z_{G_i} - z_G)^2]; \tag{7}$$

$$I_{\bar{z}_G\bar{y}_G} = \Sigma[I_{\bar{z}_i\bar{y}_i} + A_i(y_{G_i} - y_G)\,(z_{G_i} - z_G)],$$

în care sumele se fac în raport cu indicele i.

Pentru secţiunea sau segmentul definit se determină momentele de inerţie centrale principale şi direcţiile principale de inerţie.

În programul CAGES sînt implantate şi posibilităţile calculului momentelor de inerţie faţă de sistemele de coordonate $z_G\,Gy_G$, $z_0\ o'\ y_0$, $z_{01}\ o'\ y_{01}$, definite în figura 1.

4. Instrucţiunile limbajului CAGES

Descrierea secţiunii pentru care urmează să se determine caracteristicile geometrice precum şi precizarea unor opţiuni privind desfăşurarea calculelor se fac utilizînd următoarele tipuri de instrucţiuni :

a. Instrucţiuni de descriere a elementelor geometrice simple care compun secţiunea. Forma generală a acestora este :

$$\text{CUV} \pm n(p_1,\ p_2, \ldots,\ p_m)$$

în care :

CUV este simbolul elementului, aşa cum rezultă din tabelul 1, coloana 3;

$\pm n$ — identificator al elementului (număr întreg atribuit de utilizator). Semnul arată dacă elementul se adună sau se scade (este o decupare);

p_m — parametrii care definesc geometria elementului, conform tabelului 1, coloanele 5—17.

b. Instrucţiuni care descriu proprietăţile de simetrie ale secţiunii. Acestea pot avea una din formele

$$SIMZ;\ SIMY;\ SMYZ$$

şi arată că secţiunea este simetrică faţă de axa z, respectiv y sau că are ambele axe ca axe de simetrie.

c. Instrucţiuni de definire a unor segmente, formate din elemente definite anterior. Acestea au forma generală

$$SEGMn(k_1,\ k_2, \ldots,\ k_l)$$

în care :

n este un identificator al segmentului (număr întreg atribuit de utilizator) ;

k_i — identificatorii elementelor definite prin instrucţiuni de tip a, care intră în compunerea segmentului.

O formă simplificată a acestei instrucţiuni şi anume *SEGM* atrage după sine calculul caracteristicilor geometrice pentru suprafaţa compusă din toate elementele definite anterior.

d. Instrucţiuni care descriu opţiuni ale utilizatorului pentru calculul momentelor de inerţie ale suprafeţei definite prin ultima instrucţiune de tip c :

$$\text{OPTN (ALFA} = \alpha_1,\ Z_0 = x_1,\ Y_0 = x_2.\ PSI = \alpha_2)$$

în care :

α_1 şi α_2 sînt unghiurile în grade a două rotiri de axe (fig. 1) ;

x_1, x_2 — coordonatele originii sistemului de axe după translaţie (fig. 1).

În afara identificatorilor elementelor şi segmentelor, din instrucţiunile de tip a şi c, care trebuie să fie întregi, toate celelalte valori pot fi întregi sau reale scrise în format F (forma $\pm\ m.n.$) sau format E (forma $\pm m.nE\ \pm k$). Dacă un parametru este zero, el poate fi omis, trecîndu-se numai virgula care îl precede şi cea care îl urmează. Dacă semnul numărului sau al exponentului este +, el poate fi omis.

Instrucţiunile se scriu începînd din orice coloană a cartelei pînă în coloana 80, cu blancuri oriunde pe cartelă.

O instrucţiune de tip a, c şi d care nu încape pe o cartelă poate fi continuată pe oricîte cartele, pentru aceasta fiind necesar ca ultimul caracter perforat (diferit de blanc), de pe cartela care se continuă, să fie o virgulă.

Pentru scrierea unor comentarii se pot utiliza cartele care încep cu /. Ele se tipăresc cu ignorarea totală a conţinutului.

În afara instrucţiunilor prezentate mai sus limbajul CAGES mai are şi două tipuri de cartele de comandă :

* SECŢIUNEA j

* SFÎRŞIT

în care j este un identificator al secţiunii (număr întreg atribuit de utilizator).

Înaintea fiecărui set de date, format dintr-un ansamblu de instrucţiuni de tipurile a — d, trebuie să existe o instrucţiune de comandă de primul tip. Aceasta permite introducerea mai multor seturi de date la o rulare a programului.

După ultimul set de date trebuie pusă o cartelă de tip * SFÎRŞIT.

5. Structura generală a programului CAGES și utilizarea sa

Programul CAGES se compune din 9 subrutine, din care 6 (*GXAS*, *CXVS*, *GXDC*, *GXAV*, *GXCV*, *CXER*) constituie compilatorul limbajului iar 3 (*CXCL*, *CXSG*, *CXOP*) sînt subrutine de calcul. Graful de apelare al acestora este reprezentat în figura 2.

Programul a fost scris în FORTRAN IV și el poate fi utilizat pe orice calculator cu compilator FORTRAN. Autorii au utilizat programul

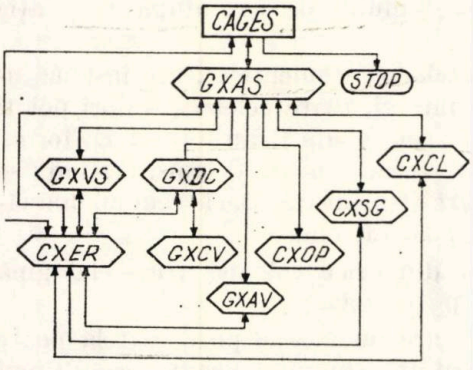


Fig. 2

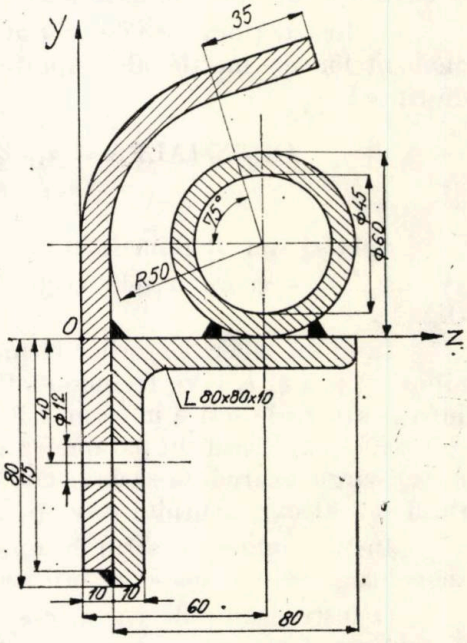


Fig. 3

pentru calculul caracteristicilor geometrice ale secțiunilor carcasei unei locomotive diesel hidraulice folosind un calculator FELIX C-256 și apoi un IBM 1130.

Cu această ocazie s-a constat că verificările sintactice și de calcu implantate în program reduc considerabil posibilitatea obținerii de rezultate pe baza unor date introduse greșit. Mesajele de eroare transmise permit

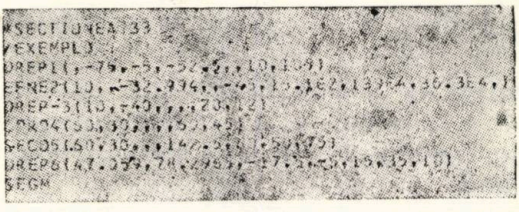


Fig. 4

localizarea şi identificarea comodă şi rapidă a erorilor. Modul de definire al suprafeţelor geometrice pentru care urmează să se facă calculele s-a dovedit intuitiv şi lesnicios.

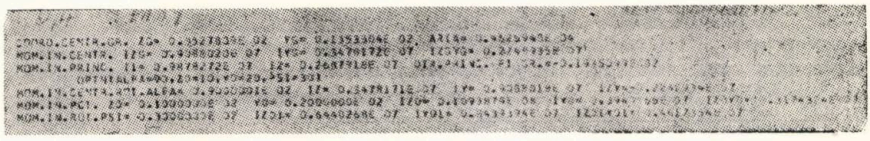


Fig. 5

În figura 3 se prezintă spre exemplificare o secţiune pentru care în figura 4 s-au scris instrucţiunile de definire a geometriei acesteia. În figura 5 se dau rezultatele calculului, aşa cum se obţin ele de la imprimanta calculatorului.

6. Concluzii

Limbajul orientat şi programul pentru calculul caracteristicilor geometrice ale secţiunilor structurilor de mare complexitate este un instrument de lucru simplu şi eficient ce poate deveni un auxiliar preţios pentru cei ce fac calcule de rezistenţă.

Catedra de rezistenţa materialelor
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *Mocanu, D. R., Buga, M., Burada, C., Brateş, M.*, Calcule de rezistenţă (Probleme speciale din domeniul feroviar), Centrul de documentare şi publicaţii tehnice — M.T., Bucureşti, 1971.
2. *Cohen, J.*, A Computer Language for Determining Flexural Stresses in Arbitrarily Shaped Cross-Sections, Computers & Structures, Vol. 3, no. 6, 1973.
3. *Dragnea, O.*, Geometria maselor, Editura didactică şi pedagogică, Bucureşti, 1972.
4. *Buzdugan, Gh.*, Rezistenţa materialelor, Editura tehnică, Bucureşti, 1974.
5. *Fleşeriu, E.*, Rezistenţa materialelor în probleme şi aplicaţii pentru studenţii facultăţii de construcţii, vol. I, Momente de inerţie, Litografia învăţământului, Timişoara, 1958.
6. *Feodosiev, V.*, Résistance des matériaux, Éditions Mir, Moscou, 1971.

Calcul des caracteristiques geometriques des sections des structures de grand complexitee

On presente un algoritm pour le calcul de la superficie et des moments d'inertie des structures très complexes, comme celles des carcasses des locomotives, des corps des navires etc.

On décrit un langage orienté et un program FORTRAN destiné à définir et à calculer des caracteristiques géométriques d'une surface plane.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SECȚIA MECANICĂ
Tomul XXXIX — 1977. Numărul 2

HIDRAULICĂ

C.Z. :532.52

SUR LES LOIS DU MOUVEMENT TURBULENT DANS LES CONDUITES LISSES ET RUGUEUSES*.

VALERIU PANAITESCU

On propose une méthode pour la détermination de la loi universelle de distribution des vitesses et de la loi universelle de résistence dans les conduites lisses et rugueuses, basée sur l'utilisation du principe de la superposition des effets de la viscosité moléculaire et de la viscosité turbulente.

1. Introduction

La determination des lois du mouvement turbulent dans les conduites lisses et rugueuses présente une importance pratique particulière. Sur la base des lois universelles de distribution des vitesses et de résistance on calcule le coefficient de résistance hydraulique, dont la connaissance la plus exacte est très nécessaire pour toutes les catégories de conduites qui transportent des fluides.

2. La détermination de la loi universelle de distribution des vitesses et de la loi universelle de résistance dans les conduites lisses.

Dans le cas de l'écoulement turbulent dans le voisinage d'une paroi rigide, on distingue trois domaines d'écoulement, à savoir le substrat laminaire, le domaine de transition et le domaine pleinement turbulent. On fait l'hypothèse que l'équation du mouvement dans le voisinage d'une paroi rigide lisse

$$(\mu + \mu')\frac{du}{dy} = \tau_0, \tag{1}$$

dans laquelle μ est la viscosité moléculaire, μ' est la viscosité turbulente et τ_0 est la tension de frottement contre la paroi, est valable pour toutes les distances de la paroi, avec la mention que dans le substrat laminaire $\mu \gg \mu'$ dans le domaine de transition $\mu \approx \mu'$ et dans le domaine pleinement turbulent $\mu \ll \mu'$. On propose pour la viscosité turbulente une expression du type $\mu' = \rho l u_*$, [1], dans laquelle la longueur de mélange pour les distances plus grandes que l'épaisseur du substrat laminaire est donnée

* Ouvrage reçu à la rédaction le 20 Juillet 1976

par la relation $1 = \varkappa(y - d)$, dans laquelle $\varkappa$ est la constante de Kármán. Il en résulte

$$\mu' = \varkappa\rho(y - d)u_* \tag{2}$$

avec la précision que $\varkappa = 0$ pour $y < d$ et $\varkappa \neq 0$ pour $y \geqslant d$. Si l'on introduit les grandeurs adimensionnelles $\eta = yu_*/\nu$ et $\delta = du_*/\nu$, l'équation (1) s'écrit sous la forme adimensionelle

$$[1 + \varkappa(\eta - \delta)]\frac{d}{d\eta}\left(\frac{u}{u_*}\right) = 1 \tag{3}$$

dans laquelle $\varkappa = 0$, pour $\eta < \delta$, $\varkappa \neq 0$, pour $\eta \geqslant \delta$. On intègre l'équation (3) en prenant en considération ces valeurs de $\varkappa$ et la condition évidente de l'adhérance à la paroi, $u = 0$ pour $\eta = 0$. La constante d'intégration se détermine de la condition du passage du profil laminaire au profil turbulent, $\frac{u}{u_*} = \delta$, pour $\eta = \delta$. On obtient la suivante fonction universelle pour le profil de vitesses du mouvement turbulent dans le voisinage d'une paroi plane rigide et lisse :

$$\frac{u}{u_*} = \begin{cases} \eta, \text{ pour } 0 \leqslant \eta < \delta \\ \dfrac{1}{\varkappa}\ln[1 + \varkappa(\eta - \delta)] + \delta, \text{ pour } \eta \geqslant \delta. \end{cases} \tag{4}$$

En résumé, en proposant pour la longueur de mélange l et pour la viscosité turbulente μ' des expressions différentes de celles classique, tableau 1, il en résulte aussi une expression différente pour le profil de vitesses, tableau 2.

Tableau 1

Comparaison entre les différentes expressions proposées pour la longueur de mélange et la viscosité dynamique turbulente

Longueur de mélange	Viscosité dynamique turbulente	Bibliographie
$l = \varkappa z$	$\mu' = \varkappa^2 \rho z^2 \frac{du}{dz}$	Prandtl
$l = K\left(\frac{du}{dz}\right)\Big/\left(\frac{d^2u}{dz^2}\right)$	$\mu' = K^2\rho\left(\frac{du}{dz}\right)^3\Big/\left(\frac{d^2u}{dz^2}\right)^2$	Kármán
$l = \varkappa(z - d)$	$\mu' = \varkappa\rho(z - d)u_*$	Méthode proposée

Tableau 2

Comparaison entre les différentes expressions proposées pour le profil universel de la vitesse de l'écouleemnt turbulent, $u_+ = \frac{u}{u_*}$.

Formule	Domaine	Bibliographie
$u_+ = \eta$ $u_+ = 2{,}5\ \ln\eta + 5{,}5$	$0 \leqslant \eta \leqslant 11{,}5$ $\eta > 11{,}5$	Prandtl et Taylor
$u_+ = \eta$ $u_+ = 2{,}5\ln\eta + 5{,}1$	$0 \leqslant \eta \leqslant 11{,}1$ $\eta > 11{,}1$	Coles
$u_+ = \eta$ $u_+ = 5{,}0\ln\eta - 3{,}05$ $u_+ = 2{,}51\ln\eta + 5{,}5$	$0 \leqslant \eta \leqslant 5$ $5 < \eta \leqslant 30$ $\eta > 30$	Kármán
$u_+ = 14{,}53\ \text{th}\ (\eta/14{,}53)$ $u_+ = 2{,}51\ln\eta + 5{,}5$	$0 \leqslant \eta \leqslant 27{,}5$ $\eta > 27{,}5$	Rannie
$\frac{du_+}{d\eta} = \frac{1}{1 + n^2 u_* \eta[1 - \exp(-n^2 u_* \eta)]}$ $u_+ = 2{,}78\ln\eta + 3{,}8$	$0 \leqslant \eta \leqslant 26$ $n = 0{,}124$ $\eta > 26$	Deissler
$\eta = u_+ + A\left[\exp Bu_+ - 1 - Bu_+ - \frac{1}{2}(Bu_+)^2 - \right.$ $\left. - \frac{1}{6}(Bu_+)^3 - \frac{1}{24}(Bu_+)^4 \ldots\right]$	$\eta \geqslant 0$ $A = 0{,}1108$ $B = 0{,}4$	Spalding
$\frac{du_+}{d\eta} = \frac{1}{1 + \{1 + 4K^2\eta[1 - \exp(-\eta/A)]^{1/2}}$	$\eta \geqslant 0$ $K = 0{,}4$ $A = 26$	Van Driest
$u_+ = \begin{cases} \eta & 0 \leqslant \eta \leqslant \delta \\ \frac{1}{\varkappa}\ln\left[1 + \varkappa(\eta - \delta)\right] + \delta & \eta > \delta \end{cases}$	$\eta \geqslant 0$ $\varkappa = 0{,}4$ $\delta = 7{,}5$	Méthode proposée

On remarque le fait que la fonction (4) est une fonction de classe C^1. Les valeurs numériques des constantes $\varkappa$ et δ sont $\varkappa = 0{,}4$ et $\delta = 7{,}5$, ce qui correspond aux déterminations expérimentales.

En comparant le profil de vitesse (4) et le profil classique de Prandtl et Taylor (avec la correction apportée par Coles [2]),

$$\frac{u}{u_*} = \begin{cases} \eta & \text{pour } \eta \leqslant 11{,}1 \\ 2{,}5\ \ln\eta + 5{,}1 & \text{pour } \eta > 11{,}1 \end{cases} \tag{5}$$

il résulte que dans le domaine du substrat laminaire, pour des distances $\eta < 7{,}5$, le profil (4) proposé par ce travail et le profil (5) accepté dans

la littérature, coïncident ; dans le domaine de transition pour des distances $7{,}5 < \eta < 30$, le profil proposé est représenté par une courbe de variation continue et lisse, tandis que le profil de la littérature présente un point angulaire pour $\eta = 11{,}1$ (ce qui, évidemment, n'est pas en concordance avec la réalité physique) ; dans le domaine pleinement turbulent, pour des distances $30 < \eta < 500$, les deux profils de vitesse présentent des différences tout à fait insignifiantes ; pour les distances η très grandes, $\eta > 500$, on constate que le profil proposé (4) indique des vitesses un peu plus grandes que celles qui résultent du profil (5).

La comparaison du profil proposé (4) de la vitesse de l'écoulement turbulent dans le voisinage d'une paroi lisse avec les données expérimentales d'un grand nombre de chercheurs démontre une très bonne concordance.

À ce qui l'on sait, le profil général de la vitesse de l'écoulement turbulent dans le strat d'à coté de la paroi rigide, coïncide pratiquement avec le profil de vitesse dans la conduite, entre la paroi et l'axe (il y a de petites différences dans le voisinage de l'axe). En introduisant la distance adimensionnelle $\bar{y} = y/r$, $r = D/2$ étant le rayon de la conduite, il en résulte pour des distances plus grandes que l'épaisseur du substrat laminaire

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{\varkappa} \ln[1 + \varkappa\eta_0(\bar{y} - \bar{\delta})] + \delta + f(\eta) \tag{6}$$

dans laquelle $\eta_0 = ru_*/\nu$, $\bar{\delta} = d/r$ et $f(\eta)$ est un facteur de correction (dont la grandeur est négligeable, ainsi qu'il résulte de la comparaison avec les résultats expérimentaux).

Le coefficient de résistance à l'écoulement dans une conduite de longueur L est déterminé par la formule

$$\lambda = 2\frac{D}{L} \cdot \frac{\Delta p}{\rho u_{\text{med}}^2} = 8\left(\frac{u_*}{u_{\text{med}}}\right)^2. \tag{7}$$

La valeur de la vitesse moyenne dans la section de la conduite, u_{med}, est déterminée par l'intégrale

$$u_{\text{med}} = 2\int_0^1 (1 - \bar{y}) u d\bar{y}$$

qui se défait en deux parties : de 0 à $\bar{\delta}$, dans laquelle $\varkappa = 0$ et de $\bar{\delta}$ à 1, dans laquelle $\varkappa = \text{const.} \neq 0$. Les formules pour u_{med}/u_* et λ ont les expressions

$$\frac{u_{\text{med}}}{u_*} = \frac{1}{2} Re\beta \frac{1}{\beta}\left(\bar{\delta}^2 - \bar{\delta}^3 + \frac{\bar{\delta}^4}{4}\right) + \frac{\beta^2}{\varkappa^3}\left[\alpha^2\left(\ln\alpha - \frac{3}{2}\right) + 2\alpha - \frac{1}{2}\right] + \delta + \varepsilon, \tag{8}$$

$$\lambda = \frac{8}{(Re\beta/2)^2}$$

dans laquelle $\beta = 1/\eta_0$; $\eta_0 = ru_*/\nu$; $\alpha = 1 + \varkappa(1 - \bar{\delta})/\beta$, $\bar{\delta} = d/r = \delta\beta$ et ε est la correction liée au facteur $f(\eta)$ qui peut être négligé. Les formules (8) donnent la dépendance paramétrique entre Re et λ, la grandeur β étant le paramètre.

Dans le cas particulier des nombres Re très grands et donc pour de petites valeurs de β, (8) se transforme, après quelques calculs, dans la formule de Prandtl

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = A \lg(Re\sqrt{\lambda}) + B,$$

avec $A = 2{,}08$ et $B = -1{,}04$ (pour $\varkappa = 0{,}4$ et $\delta = 7{,}5$). Ces valeurs sont très peu différentes de celles proposées par Prandtl, $A = 2{,}035$ et $B = -0{,}91$.

3. La détermination de la loi universelle de distribution des vitesses et de la loi universelle de résistence dans les conduites rugueuses.

L'équation de mouvement dans le cas de l'écoulement turbulent dans le voisinage d'une paroi rigide (1) peut être généralisée pour le cas de la paroi rigide rugueuse sous la forme

$$(\mu + \mu' + \mu'')\frac{du}{dy} = \tau_0 \tag{9}$$

où la viscosité μ'' est déterminée par la hauteur de l'élément de rugosité [4], [5]

$$\mu'' = \varkappa\rho(k - d)_{\text{med}} u_*. \tag{10}$$

En procédant comme dans le cas de la conduite lisse, on obtient pour la conduite rugueuse

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{\varkappa}\ln\left[1 + \frac{\varkappa}{\beta_1}(\bar{y} - \bar{\delta})\right] + \delta + f(\eta), \tag{11}$$

dans laquelle $\beta_1 = \beta + \varkappa(\bar{k} - \bar{\delta})_{\text{med}}$.

La vitesse moyenne dans la conduite rugueuse et le coefficient de rugosité s'obtiennent d'une façon analogue

$$\frac{\bar{u}}{u_*} = \frac{1}{2}\frac{Re}{\eta_0} = \frac{1}{\varkappa^3\eta_{01}}\left[\alpha_1^2\left(\ln\alpha_1 - \frac{3}{2}\right) + 2\alpha_1 - \frac{1}{2}\right] + \delta, \tag{12}$$

$$\lambda = \frac{8}{(Re/2\eta_0)^2},$$

dans lesquels

$$\eta_{01} = \frac{\eta_0}{1 + \varkappa\eta_0(\bar{k} - \bar{\delta})_{\text{med}}}\ ;\ \eta_0 = \frac{ru_*}{\nu},$$

$$\alpha_1 = 1 + \varkappa\eta_{01}(1 - \bar{\delta}).$$

Un cas particulier intéressant résulte pour $\eta_0 \to \infty$. Dans ce cas $\overline{\delta} = \delta\beta = \frac{\delta}{\eta_0} \to 0$ et $\eta_{01} \to \frac{1}{\varkappa}\frac{1}{\bar{k}}$ et des relations (12) on obtient

$$\sqrt{\frac{8}{\lambda}} = \frac{1}{\varkappa}\ln\frac{1}{\bar{k}} + \delta - \frac{1}{\varkappa}\left(\frac{3}{2} - 2\bar{k} + \frac{1}{2}\bar{k}^2\right), \tag{13}$$

On retrouve de la sorte la formule de Nikuradze, avec une correction donnée par les deux derniers termes.

4. Conclusions

La méthode proposée pour la détermination de la loi universelle de distribution des vitesses et de la loi universelle de résistance dans les conduites lisses et rugueuses, basée sur l'utilisation du principe de la superposition des effets de la viscosité moléculaire et de la viscosité turbulente, permet l'obtention de quelques formules pratiques qui mènent à des résultats en bonne concordance avec les résultats théoriques et expérimentaux de la littératures.

Chaire de Hydraulique et machines hidrauliques
Institut Polytechnique „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucarest

BIBLIOGRAPHIE

1. *Panaitescu, V.*, Contribuţii la studiul mişcării fluidelor viscoase în domeniul numerelor Reynolds mici şi mijlocii cu referire la tranziţia de la mişcarea laminară la mişcarea turbulentă, Teză de doctorat, Bucureşti, 1973.
2. *Coles, D.*, The Law of the Wall in Turbulent Shear Flow, 50 Jahre Grenzschichtforschung. Vieweg Braunschweig, 1955.
3. *Kestin, J.*, Richardson, P. D., Heat Transfer Across Turbulent, Incompressible Layer, Intern. J. Heat Mass Transfer 6, (1963), 2, 147—189.
4. *Panaitescu, V.*, Metodă de construire a profilului general al vitezei medii a curgerii turbulente în apropierea unui perete rigid. Studii şi cercet. de mec. apl. 33, (1974) 4, 679—694.
5. *Panaitescu, V.*, Determinarea legii universale de distribuţie a vitezelor şi a legii universale de rezistenţă în conducte. Sesiunea ştiinţifică jubiliară cu prilejul aniversării a 25 ani de la înfiinţarea Facultăţii de energetică, noiembrie1975

Asupra legilor mişcării turbulente în conducte netede şi rugoase

Se propune o metodă de determinare a legii universale de distribuţie a vitezelor şi a egii universale de rezistenţă în conducte netede şi rugoase, bazată pe utilizarea principiului superpoziţiei efectelor viscozităţii moleculare şi viscozităţii turbulente.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SECȚIA MECANICĂ
Tomul XXXIX — 1977. Numărul 2

C. Z.: 621.165—25

O DEMONSTRAȚIE EXACTĂ A TEOREMEI MOMENTULUI CINETIC PENTRU TURBOMAȘINI *

GHEORGHE ZIDARU

În lucrare autorul prezintă o demonstrație originală vectorială a teoremei momentului cinetic pentru rotoarele de turbomașini. Mișcarea absolută în raport cu sistemul fix este presupusă nepermanentă, iar rapiditatea rotorului este oarecare.

Demonstrațiile uzuale ale acestei teoreme, din manualele și tratatele de specialitate, [1]—[13], sînt particulare, pentru rotoare radiale (de rapiditate mică) și pentru numărul infinit de pale, iar rezultatul se extinde fără justificări și la rotoarele diagonale și axiale, precum și la număr finit de pale. De asemenea, în aceste demonstrații se neglijează nepermanența mișcării absolute a fluidului în rotor, iar momentul hidraulic se calculează ca moment de acțiune (turbomașini de forță) sau de reacțiune (turbomașini de lucru) în raport cu punctul de intersecție a axei de rotație cu planul mediu al rotorului radial.

În prezenta lucrare, autorul expune o demonstrație originală exactă, vectorială, a teoremei momentului cinetic pentru rotoarele turbomașinilor de rapidități oarecare și cu număr finit de pale. Momentul hidraulic se determină ca proiecția pe axa de rotație a momentului de acțiune sau de reacțiune calculat în raport cu un punct de pe această axă.

Se pornește de la teorema momentului cinetic pentru o suprafață de control oarecare Σ care mărginește volumul τ în mișcare absolută față de un reper fix, [14]:

$$\int_\tau \frac{\partial}{\partial t}(\rho \vec{R} \times \vec{V})\, d\tau + \int_\Sigma \rho(\vec{R} \times \vec{V})(\vec{V}\,\vec{n})(d\sigma = \int_\tau \vec{R} \times \rho\vec{f}\, d\tau -$$

$$-\int_\Sigma \vec{R} \times p\vec{n} d\sigma, \qquad (1)$$

în care: $\vec{R}$ este vectorul de poziție al unui punct oarecare; $\vec{f}$ este forța masică unitară; $\vec{V} = \vec{V}(\vec{R}, t)$ și $p = p(\vec{R}, t)$ sînt cîmpurile vitezei absolute

* Manuscris predat redacției la data de 9 aprilie 1975

și presiunii în fluid; $\vec{n}$ este normala exterioară la suprafața de control Σ.

Se consideră, pentru precizare, rotorul unei turbomașini de lucru (fig. 1). Deoarece forța masică unitară de greutate este $\vec{f} = \vec{g}$, rezultă:

$$\int_\tau \vec{R} \times \rho \vec{f}\, d\tau = -\vec{g} \times \int_\tau \vec{R}\, dm = -\vec{g} \times \vec{R}_G m = \vec{R}_G \times \vec{G},$$

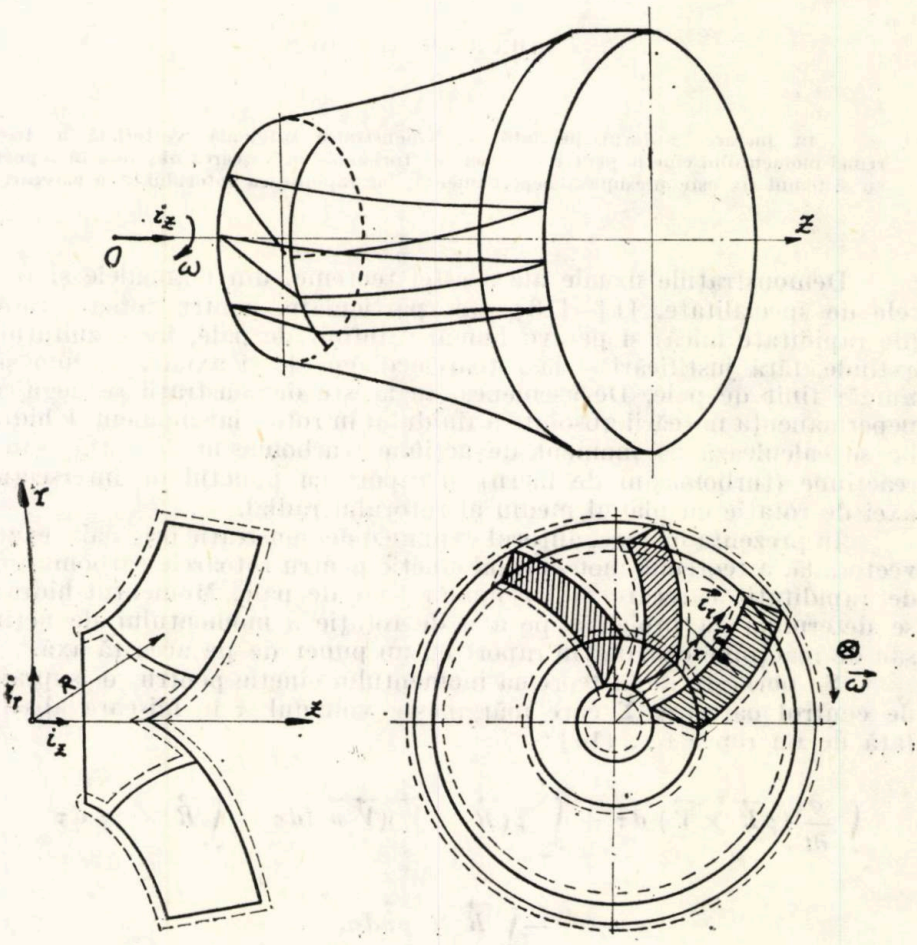


Fig. 1

unde $\vec{G}$ este greutatea fluidului cuprins în suprafața de control care delimitează rotorul. Suprafața închisă $\Sigma = S_1 U S_2 U S_l$ este o reuniune disjunctă a suprafețelor S_1 și S_2 de intrare și respectiv de ieșire din rotor,

precum și a suprafeței laterale S_l, formată din fețele palelor și coroanele rotorului. Ecuația (1) se transcrie astfel :

$$\vec{M}_0 \equiv \int_{S_l} \vec{R} \times d\vec{F}_p = \int_\tau \frac{\partial}{\partial t}(\rho \vec{R} \times \vec{V}) d\tau + \int_{S_2} (\vec{R}_2 \times \vec{V}_2)\, \rho_2\, d\, Q_2 -$$

$$-\int_{S_1} (\vec{R}_1 \times \vec{V}_1) \rho_1 dQ_1 - \vec{R}_G \times \vec{G} - \int_{S_1} \vec{R}_1 \times d\vec{F}_{p_1} - \int_{S_1} \vec{R}_2 \times d\vec{F}_{p_2}, \qquad (2)$$

în care $d\vec{F}_{pi} = -\, p_i \vec{n}\, d\sigma_i \; (i = 1,2)$ cu $\vec{n}$, normala exterioară. $\vec{M}_0$ este momentul de reacțiune al rotorului, calculat în raport cu un punct de pe axă.

Se proiectează acest moment pe axă și se obține momentul hidraulic al rotorului :

$$M_h = \vec{M}_0 \vec{i}_a = \int_{S_2} \vec{i}_a \frac{\partial}{\partial t}(\rho \vec{R} \times \vec{V})\, d\tau + \int_{S_2} \vec{i}_a (\vec{R}_2 \times \vec{V}_2)\, d\dot{m}_2 -$$

$$-\int_{S_1} \vec{i}_a (\vec{R}_1 \times \vec{V}_1)\, d\dot{m}_1 - \vec{i}_a (\vec{R}_G \times \vec{G}) - \int_{S_1} \vec{i}_a (\vec{R}_1 \times d\vec{F}_{p_1}) - \int_{S_2} \vec{i}_a (\vec{R}_2 \times d\vec{F}_{p_2}) \qquad (3)$$

unde $\vec{i}_a$ este versorul axei de rotație.

Deoarece vectorii $\vec{R}_i$ și $d\vec{F}_{pi}$ $(i = 1,2)$ sînt situați în planul meridian al punctului curent considerat, se fac descompunerile :

$$\vec{R}_i = \vec{i}_r r_i + \vec{i}_a z_i\,; \quad d\vec{F}_{pi} = \vec{i}_r\, d\vec{F}_{pir} + \vec{i}_a\, d\vec{F}_{pia} \qquad (i = 1,2)$$

și rezultă produsele mixte :

$$\vec{i}_a (\vec{R}_i \times \vec{V}_i) = r_i V_{iu} \quad (i = 1,2)\,;$$

$$\vec{i}_a (\vec{R}_i \times d\vec{F}_{pi}) = 0 \quad (i = 1,2)\,;$$

$$\vec{i}_a (\vec{R}_G \times \vec{G}) = r_G G_u = 0, \text{ deoarece } r_G = 0.$$

Expresia (3) a momentului hidraulic devine :

$$M_h = \int_\tau \vec{i}_a \frac{\partial}{\partial t}(\rho \vec{R} \times \vec{V})\, d\tau + \int_{S_2} r_2 V_{2u}\, d\dot{m}_2 - \int_{S_1} r_1 V_{1u}\, d\dot{m}_1 \qquad (4)$$

Conform formulei lui Poisson, derivata $\frac{\partial \vec{U}}{\partial t}$ a vectorului oarecare $\vec{U}$ într-un sistem de referinţă fix este egală cu derivate $\frac{\partial' \vec{U}}{\partial t}$ a vectorului în sistemul de referinţă mobil în mişcare de rotaţie cu viteza unghiulară $\vec{\omega}$, plus produsul vectorial $\vec{\omega} \times \vec{U}$:

$$\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} = \frac{\partial' \vec{U}}{\partial t} + \vec{\omega} \times \vec{U}, \tag{5}$$

Înlocuind $\vec{U} = \rho \vec{R} \times \vec{V}$, rezultă că $\frac{\partial' \vec{U}}{\partial t} = 0$, deoarece mişcarea este presupusă permanentă în raport cu sistemul de referinţă mobil. Prin urmare,

$$\vec{i}_a \frac{\partial}{\partial t}(\rho \vec{R} \times \vec{V}) = \vec{i}_a [\vec{\omega} \times (\rho \vec{R} \times \vec{V})] = \vec{i}_a [(\vec{\omega} \vec{V})(\rho \vec{R}) - (\rho \vec{\omega} \vec{R}) \vec{V}] =$$

$$= (\vec{\omega} \vec{V})(\rho \vec{R} \vec{i}_a) - (\rho \vec{\omega} \vec{R} (\vec{i}_a \vec{V}).$$

Însă, $\vec{\omega} = \omega \vec{i}_a$ şi $\vec{R} \vec{i}_a = z$; deci,

$$\vec{i}_a \frac{\partial}{\partial t}(\rho \vec{R} \times \vec{V}) = (\omega V_z)(\rho z) - (\rho \omega z) V_z = 0.$$

Expresia (4) a momentului hidraulic devine:

$$M_h = r_2 \int_{S_2} V_2 \, d\dot{m}_2 - r_1 \int_{S_1} V_1 \, d\dot{m}_1. \tag{6}$$

În ipoteza numărului infinit de pale, se obţine:

$$M_h = (r_2 V_{2u\infty} - r_1 V_{1u\infty}) \dot{m} \tag{6'}$$

Pentru rotor cu număr finit de pale, se pot introduce valorile medii ale componentelor tangenţiale ale vitezelor în secţiunile de intrare şi de ieşire şi rezultă:

$$M_h = (r_2 \bar{V}_{2u} - r_1 \bar{V}_{1u}) \dot{m}. \tag{6''}$$

Cunoscînd momentul hidraulic, se determină sarcina teoretică a rotorului. De exemplu, plecînd de la formula (6''), se obține expresia cunoscută

$$H_t = \frac{M_h \omega}{\dot{m} g} = \frac{1}{g}(u_2 \overline{V}_{2u} - u_1 \overline{V}_{1u}). \tag{7}$$

În cazul rotorului de turbină, energia hidraulică a fluidului se transformă în energie mecanică, deci în relația (2), se determină momentul de acțiune

$$\vec{M}_0 = -\int_{S_l} \vec{R} \times d\vec{F}_p$$

și formulele (6), (6'), (6'') și (7) au indicii „1'' și „2'' permutați.

Catedra de hidraulică
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *A. Bărglăzan*, Mașini hidraulice. vol. I, II. Institutul politehnic Timișoara, 1952.
2. *D. Pavel*, Mașini hidraulice, vol. I, II, București, Editura energetică de stat, 1954.
3. *C., Pfleiderer*, Die Kreiselpumpen fur Flussigkeiten un Gase. 4. Auflage, Berlin, Springer Verlag, 1955.
4. *A. I., Kolton*, Etinberg, I. E., Osnovi teorii și ghidromehaniceskogo rasciota vodianîh turbin. Moskva-Leningrad, Maşghiz, 1958.
5. *J. H., Horlock*, Axial Flow Compressors. London, Butterworth, 1958.
6. *A., Betz*, Einfuhrung in die Theorie der Stromungsmaschinen. Karlsruhe, Verlag, G. Braun, 1959.
7. *M. H., Vavra*, Aero-Thermodynamics and Flow in Turbomachines, New York, J. Willey, 1960.
8. *A. I., Stepanov*, Țentrobejnîe i osevîe nasosî. Moskva, Maşghiz, 1960.
9. *B., Eckert, E., Schnell*, Axialkompressoren und Radialkompressoren, 2. Auflage. Berlin, Springer, 1961.
10. *St., Lazarkievicz, A., Troskolanski*, Impeller pumps. Oxford, Pergamon Press, 1965.
11. *M., Medici*, Le pompe. Milano, Editore Ulrico Hoepli 1965.
12. *D., Pavel, Șt., Zarea*, Turbine hidraulice și echipamente hidroenergetice, vol. I. București, Editura didactică și pedagogică, 1965.
13. *A. A., Lomakin*, Țentrobejnîe i osevîe nasosî. Moskva-Leningrad, Maşinostroenie, 1966.
14. *J. Florea, Gh., Zidaru, V., Panaitescu*, Mecanica fluidelor și hidraulica, vol. I, Institutul politehnic București, 1975.

Ein exakter Beweis der grundlegenden Gleichung fur Turbomaschinen

In der vorligenden Arbeit stellt der Verfasser einen originellen vektoriellen Beweis der grundlegenden Gleichung für die Laufräder von Turbomaschinen vor.

Man setzt die absolute Strömung in einem festen Koordinatensystem unstationär voraus, und die Schnelläufigkeit des Laufrades ist willkürlich.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SECȚIA MECANICĂ
Tomul XXXIX — 1977. Numărul 2

TEHNOLOGIA CONSTRUCȚIEI DE MAȘINI

C.Z.: 621.92: 669.14

CONTRIBUȚII CU PRIVIRE LA DETERMINAREA REGIMURILOR DE AȘCHIERE LA STRUNJIREA UNOR OȚELURI INOXIDABILE DE PRODUCȚIE INDIGENĂ *

V. TACHE, A. VLASE

În lucrare au fost determinate regimurile de așchiere la strunjirea a două oțeluri inoxidabile martensitice 22VNbM$_0$C110 și 25M$_0$C130. Printre altele se prezintă caracteristicile chimice și fizice ale acestor oțeluri, condițiile de tratament termic, înainte de prelucrare, rezultatele experimentale, precum și prelucrarea lor pe calculatorul electronic. I.B.M.1130. În final s-au obținut relațiile vitezelor de așchiere, cît și tabelele cu valorile regimurilor de așchiere.

Printre încercările de așchiere, destinate unor scopuri practice, cercetarea regimurilor de așchiere reprezintă o problemă deosebit de dificilă, datorită pregătirii deosebite a condițiilor de așchiere, a consumului de timp și de material [1,2].

Problema determinării regimului de așchiere devine și mai grea la prelucrarea oțelurilor inoxidabile, datorită carburilor complexe de crom existente în structura acestora și a capacității mari de ecruisare a materialului din fața sculei așchietoare [4].

În cadrul cercetărilor efectuate în laboratorul catedrei de Tehnologia construcției de mașini au fost determinate regimurile de așchiere pentru două oțeluri inoxidabile martensitice 22VNbM$_0$C110 și 25 M$_0$C130.

Caracteristicile chimice și mecanice ale acestor oțeluri sînt prezentate în tabelele 1 și 2.

Tabelul 1

Oțelul inoxidabil	C %	Mn %	Si %	P %	S %	Cu %	Ni %	Cr %	Mo %	V %	Nb %
22VNbMo C110	0,17	0,50	0,43	0,014	0,014	0,09	0,47	10,55	0,66	0,21	0,22
25Mo C130	0,24	0,64	0,45	0,018	0,027	0,05	0,34	12,50	0,45	0,09	—

* Manuscris predat redacției la data de 10 mai 1976

Tabelul 2

Oțelul inoxidabil	Rezistența la rupere daN/mm²	Limita de curgere daN/mm²	Alungirea relativă %	Reziliența		Duritatea HB
				K_{cu5L} Kgm/cm²	K_{cu5T} Kgm/cm²	
22VNbM$_0$C110	101	79	11	3,5	2,9	285
25M$_0$C130	98	77	12	3,3	2,8	282

Condițiile de tratament termic, înainte de prelucrare, sînt prezentate în tabelul 3.

Tabelul 3

Oțelul inoxidabil	Temperatura		Timp (ore)	Mediul de răcire	Revenire	Timp (ore)	Mediul de răcire	Structura obținută
	preîncălzire	austenitizare						
22VNbM$_0$C110	600°C	1150°C	1,5	aer	700°C	2,5	aer	sorbitobainitică fină
25M$_0$C130	600°C	1030°C	1,5	aer	700°C	2,5	aer	sorbitică fină

Rezultatele experimentale sînt prezentate în tabelul 4.

Tabelul 4

Oțelul inoxidabil	Nr. det.	t, mm	S, mm/rot	V, m/min	T, min
22VNbM$_0$C110	1	2,5	0,28	19,8	5,9
	2	4	0,28	16,42	6,5
	3	2,5	0,40	16,78	5,6
	4	2,5	0,28	18,46	9,23
25M$_0$C130	1	2,5	0,20	33,5	10,6
	2	4	0,20	31,6	5,8
	3	2,5	0,40	25,9	6,7
	4	2,5	0,20	36,3	5,4

Pentru determinarea vitezei de așchiere a fost folosită relația (1) cunoscută din literatura de specialitate [1]:

$$v = \frac{C}{T^m t^x s^y}, \qquad (1)$$

în care :

T este durabilitatea sculei aşchietoare, în min ;
t — adîncimea de aşchiere, în mm ;
s — avans, în mm/rot ;
C — constantă care ţine seama de materialul de prelucrat şi de scula aşchietoare ;
m, x şi y — exponenţi care ţin seama de condiţiile de aşchiere.

Pentru determinarea constantei C şi a exponenţilor m, x, y, se logaritmează relaţia (1), se introduc datele experimentale din tabelul 4 şi se obţin două sisteme cu patru ecuaţii şi cu patru necunoscute.

Oţelul 22VNbM$_0$C110

$$\left.\begin{aligned} \lg C - m\lg 5{,}9 - x\lg 2{,}5 - y\lg 0{,}28 &= \lg 19{,}80 \\ \lg C - m\lg 6{,}5 - x\lg 4 - y\lg 0{,}28 &= \lg 16{,}42 \\ \lg C - m\lg 5{,}6 - x\lg 2{,}5 - y\lg 0{,}40 &= \lg 16{,}78 \\ \lg C - m\lg 9{,}23 - x\lg 2{,}5 - y\lg 0{,}28 &= \lg 18{,}46 \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

Oţelul 25M$_0$C130

$$\left.\begin{aligned} \lg C - m\lg 5{,}4 - x\lg 2{,}5 - y\lg 0{,}2 &= \lg 36{,}3 \\ \lg C - m\lg 10{,}6 - x\lg 2{,}5 - y\lg 0{,}2 &= \lg 33{,}5 \\ \lg C - m\lg 6{,}7 - x\lg 2{,}5 - y\lg 0{,}4 &= \lg 25{,}9 \\ \lg C - m\lg 5{,}8 - x\lg 4 - y\lg 0{,}2 &= \lg 31{,}6 \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

Rezolvînd cele două sisteme pe calculatorul electronic I.B.M. 1130, s-au obţinut soluţiile prezentate în tabelul 5.

Tabelul 5

Oţelul inoxidabil	C	m	x	y
22VNbM$_0$C110	19,67101496359	0,156591416976	0,365988627192	0,486902937758
25M$_0$C130	27,716802671551	0,119018016877	0,276924914680	0,449978839722

Ţinînd seama de valorile trecute în tabelul 5 se obţin relaţiile pentru calculul vitezelor de aşchiere :

— pentru oţelul 22VNbM$_0$C110,

$$v = \frac{19{,}67}{T^{0{,}157}\, t^{0{,}366}\, S^{0{,}487}} \text{ (m/min)} ; \quad (4)$$

— pentru oţelul $25M_0C130$,

$$v = \frac{27{,}72}{T^{0{,}119}\, t^{0{,}277}\, S^{0{,}450}} \text{ (m/min)}; \qquad (5)$$

Pornind de la relaţiile (4) şi (5) şi folosind acelaşi calculator au rezultat valorile regimurilor de aşchiere înscrise în tabelele 6 şi 7.

Tabelul 6

Regimurile de aşchiere la strunjirea oţelului inoxidabil 22 VNbMoC 110
Scula aşchietoare: cuţit Rp_3 cu $\gamma = 20°$; $\alpha = 8°$; $\varkappa = 90°$; $\varkappa_1 = 10°$; $\lambda = 0$.
Durabilitatea economică $T_{ec} = 60$ min.

t, mm. / S, mm/rot.	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60
1,0	31,78	26,09	22,68	20,34	18,61	17,27	16,18	15,28	14,51	13,86	13,28
1,5	27,40	22,49	19,55	17,54	16,05	14,89	13,95	13,17	12,51	11,94	11,45
2,0	24,66	20,24	17,60	15,78	14,44	13,40	12,55	11,85	11,26	10,75	10,30
2,5	22,73	18,65	16,22	14,55	13,31	12,35	11,57	10,92	10,38	9,91	9,60
3,0	21,26	17,45	15,17	13,61	12,45	11,55	10,82	10,22	9,71	9,27	8,88
3,5	20,09	16,49	14,34	12,86	11,77	10,92	10,23	9,66	9,17	8,76	8,40
4,0	19,13	15,71	13,65	12,25	11,21	10,39	9,74	9,20	8,74	8.34	7,99
4,5	18,33	15,04	13,08	11,73	10,73	9,96	9,33	8,81	8,37	7,99	7,66
5,0	17,63	14,47	12,58	11,29	10,33	9,58	8,98	8,48	8,05	7,69	7,37
5,5	17,03	13,98	12,15	10,90	9,97	9,25	8,67	8,18	7,78	7,42	7,11
6,0	16,50	13,54	11,77	10,56	9,66	8,96	8,40	7,93	7,53	7,19	6,89
6,5	16,02	13,15	11,43	10,25	9,38	8,70	8,15	7,70	7,31	6,98	6,69
7,0	15,59	12,80	11,12	9,98	9,13	8,47	7,94	7,49	7,12	6,79	6,51
7,5	15,20	12,48	10,85	9,73	8,90	8,26	7,74	7,31	6,94	6,63	6,35
8,0	14,85	12,19	10,59	9,50	8,69	8,06	7,56	7,14	6,78	6,47	6,20

Condiţiile în care s-au determinat regimurile de aşchiere date în tabelele 6 şi 7 au fost următoarele:

— maşina unealtă: strung SN 400;
— scula aşchietoare: cuţit din oţel rapid R_{p_3}, cu duritatea $HRC = 62$;
— parametrii geometrici ai sculei: $\gamma = 20°$; $\alpha = 8°$; $\alpha_1 = 8°$; $\varkappa = 90°$; $\varkappa_1 = 10°$; $\lambda = 0°$; $r = 1$ mm;
— fluidul de răcire-ungere: emulsie 20%;
— criteriul adoptat în vederea opririi aşchierii a fost uzura catastrofală, conform I.S.O/TC29/WG22;

Tabelul 7

Regimurile de aşchiere la strunjirea oţelului inoxidabil 25 Mo C 130. Seula aşchietoare: cuţit Rp_3 cu $\gamma = 20°$; $\alpha = 8°$; $\alpha_1 = 8°$; $\varkappa = 90°$; $\varkappa_1 = 10°$; $\lambda = 0$. Durabilitatea economică $T_{ec} = 60$ min.

t, mm. / S, mm/rot.	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60
1,0	47,98	39,98	35,12	31,77	29,26	27,30	25,71	24,38	23,25	22,28	21,42
1,5	42,88	35,73	31,39	28,39	26,15	24,40	22,98	21,79	20,78	19,91	19,15
2,0	39,60	32,99	28,99	26,22	24,15	22,53	21,22	20,12	19,19	18,38	17,68
2,5	37,22	31,02	27,25	24,65	22,70	21,18	19,95	18,92	18,04	17,28	16,62
3,0	35,29	29,49	25,91	23,43	21,59	20,14	18,96	17,99	17,15	16,43	15,80
3,5	33,91	28,26	24,82	22,45	20,68	19,30	18,17	17,23	16,44	15,74	15,14
4,0	32,68	27,23	23,92	21,64	19,93	18,60	17,51	16,61	15,84	15,17	14,59
4,5	31,63	26,36	23,16	20,94	19,29	18,00	16,95	16,07	15,33	14,69	14,12
5,0	30,72	25,60	22,49	20,34	18,74	17,48	16,46	15,61	14,89	14,26	13,72
5,5	29,92	24,93	21,90	19,81	18,25	17,03	16,03	15,21	14,50	13,89	13,36
6,0	29,21	24,34	21,38	19,34	17,81	16,62	15,65	14,84	14,16	13,56	13,04
6,5	28,57	23,80	20,91	18,91	17,42	16,26	15,31	14,52	13,85	13,26	12,75
7,0	27,99	23,32	20,49	18,53	17,07	15,93	15,00	14,22	13,56	12,99	12,49
7,5	27,46	22,88	20.10	18,18	16,75	15,62	14,71	13,95	13,31	12,75	12,26
8,0	26,97	22,47	19,74	17,86	16,45	15,35	14,45	13,71	13,07	12,52	12,04

— calculul regimurilor de aşchiere din tabelele 6 şi 7 s-a făcut pentru durabilitatea economică $T_{ec} = 60$ min.

Pentru alte condiţii de aşchiere se vor corecta vitezele de aşchiere cu coeficienţii din tabelul 8 [3].

Concluzii:

Din studiul rezultatelor experimentale şi respectiv al valorilor obţinute pentru vitezele de aşchiere, se constată că oţelul inoxidabil $25M_0C130$ are o prelucrabilitate mai bună, cu toate că are procentul de crom şi carbon mai ridicat. Aceasta se explică prin faptul că oţelul $25M_0C130$ conţine un procent de sulf de două ori mai mare decît oţelul $22VNbM_0C110$, care are o influenţă foarte mare asupra prelucrabilităţii, lucru semnalat şi de literatura de specialitate [4, 5].

Lucrarea prezentată pune la dispoziţia întreprinderilor constructoare de maşini date privind regimurile de aşchiere la strunjirea oţelurilor inoxidabile, regimuri care încă nu se găsesc în literatura de specialitate.

Tabelul 8

Unghiul de atac $\varkappa°$	30°	45°	60°	75°	90°	—
K_v	1,91	1,51	1,27	1,15	1,00	—
Raza la vîrf r, mm	0,5	1	1,5	2	3	—
K_{v_r}	0,94	1,00	1,04	1,11	1,17	—
Secţiunea cuţitului, mm x mm	12×12	16×16	20×20	25×25	30×30	40×40
K_{v_q}	0,92	0,95	1,00	1,03	1,07	1,11
Durabilitatea T, min	30	60	90			
K_{v_T}	1,10	1,00	0,96			

Metoda de determinare a regimurilor de aşchiere, utilizată în lucrare, este o metodă accelerată ce conduce la un consum minim de materiale. Această metodă relevă eficienţa lucrării cu atît mai mult cu cît preţul de cost al oţelurilor inoxidabile este destul de ridicat.

Catedra de tehnologia construcţiei de maşini
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *Lăzărescu, I.* Teoria aşchierii metalelor şi proiectarea sculelor. E.D.P., 1964, Bucureşti.
2. *Enache, St.* Tehnologia ascuţirii şi netezirii sculelor aşchietoare, vol. I şi II. Ed. tehnică, 1973.
3. *Rădulescu, A. ş.a.* Regimuri de aşchiere şi metodica alegerii lor pentru diferite prelucrări pe maşini-unelte. Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej", Bucureşti, 1975.
4. *Vlase, A.* Consideraţii asupra unor căi de îmbunătăţire a prelucrabilităţii oţelurilor inoxidabile, Buletinul de informare tehnică IMGB, nr. 3—4, 1975.
5. *Romagnolo, G.* L'usinage des aciers inoxydables. Machine Moderne, Juillet, 1973.

Относительно определения режимов резания при точении некоторых сталей отечественного производства

В работе были определены режимы резания при точении двух мартенситных нержавеющих сталей 22VNbM$_0$C110 и 25M$_0$C130. Между прочим представлены химические и физические характеристики указанных сталей, условия термообработки перед их обрабатыванием, экспериментальные результаты, а также их обработка на электронной вычислительной машине I.B.M. 1130.

В конечном итоге были получены соотношения скоростей резания, а также таблицы со значениями режимов резания.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SECȚIA MECANICĂ
Tomul XXXIX — 1977. Numărul 2

C.Z.: 621.917

PRECIZIA DE PRELUCRARE A PIESELOR SFERICE *

C. NEAGU, GH. BADESCU

În lucrare se prezintă cîteva aspecte legate de precizia de prelucrare a pieselor sferice și se propun criterii și indici prin care se definește această precizie.

În construcția diferitelor aparate, mașini și agregate sînt utilizate articulații sferice. Aceste organe de mașini intră în componența unor mecanisme în funcționarea cărora sînt necesare două sau trei grade de libertate și anume rotația după două sau trei axe rectangulare. Pentru a îndeplini acest rol funcțional, articulațiile sferice formează ajustaje cu joc. În practică se întîlnesc două situații:

— articulații care formează ajustaje cu joc minim garantat;
— articulații care formează ajustaje cu joc minim egal cu zero.

Ca și în cazul prelucrării altor organe de mașini, datorită erorilor întîmplătoare și a celor sistematice, și în cazul pieselor sferice, în funcție de procedeul de generare /4/, se înregistrează diferite abateri ale suprafeței sferice în raport cu suprafața ideală.

În lucrarea de față, autorii scot în evidență diferitele abateri ce pot apare la prelucrarea suprafețelor sferice și fac propuneri pentru încadrarea acestora în standarde.

Considerăm că precizia de prelucrare a unei piese sferice poate fi pusă în evidență pe baza următoarelor criterii:

1. Criteriul preciziei dimensionale
2. Criteriul preciziei de formă geometrică
3. Criteriul preciziei de poziție reciprocă a suprafețelor
4. Criteriul petei de contact

Criteriul preciziei dimensionale

În prezent, pentru a limita abaterile dimensionale ale pieselor cilindrice netede care formează ajustaje, standardele /8/ fixează 18 trepte de precizie (01; 0; 1—16).

Extinderea domeniului de utilizare a acestor standarde și la piesele sferice nu întîmpină nici un fel de dificultăți. De aceea, în practica proiectării articulațiilor sferice, s-a trecut, fără nici un fel de rezervă, atît în țară cît și în străinătate, la utilizarea sistemului de toleranțe și ajustaje ISO.

* Manuscris predat redacției la data de 15 aprilie 1975

Criteriul preciziei de formă geometrică

În ceea ce privesc abaterile de formă ale pieselor sferice, acestea nu sînt reglementate, în prezent, prin standarde. De aceea ele trebuie să fie cuprinse în cîmpul de toleranţă dimensional [6, 7]. Sînt situaţii, însă, cînd această prescripţie nu este suficientă. Astfel de situaţii au fost întîlnite de autori în practica colaborării lor pentru realizarea unor articulaţi de la regulatoarele turbinelor.

În acest sens, este necesară introducerea unei prescripţii de limitare a abaterilor de formă ale pieselor sferice.

Indicaţiile date în STAS 7384—66 la punctele 2.5 şi 2.6 referitoare la măsurarea abaterilor de la forma dată a profilului şi de la forma dată a suprafeţei ni se par destul de complicate şi neconcludente în cazul concret al pieselor sferice.

De aceea, la baza criteriului preciziei de formă geometrică a pieselor sferice, autorii propun metoda de măsurare prezentată în lucrarea /2/.

Cu ajutorul acestei metode se pot pune în evidenţă atît abaterile dimensionale cît şi cele de formă.

Şi într-un caz şi în celălalt se determină abaterile profilului suprafeţei sferice efective în raport cu profilul teoretic, fără a lua în consideraţie abaterile microgeometrice ale profilului.

Astfel abaterea dimensională de la sfericitate este, prin definiţie valoarea diferenţei dintre raza efectivă şi raza ideală a suprafeţei sferice. Dacă vom nota cu r raza ideală a suprafeţei sferice exterioare şi cu r_e raza efectivă a suprafeţei, abaterea dimensională de la sfericitate este dată de relaţia :

$$a_e = r_e - r \tag{1}$$

În acelaşi fel poate fi scrisă abaterea dimensională pentru suprafeţele sferice interioare :

$$A_e = R_e - R \tag{2}$$

Raza efectivă a suprafeţei sferice (fig. 1 şi 2) se poate determina /2/ cu relaţia :

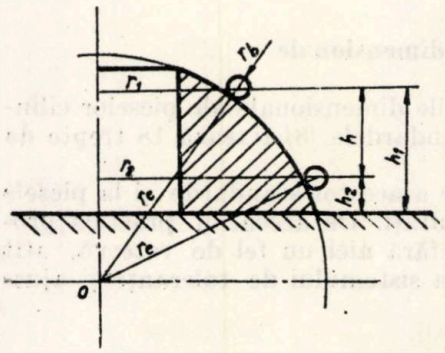


Fig. 1

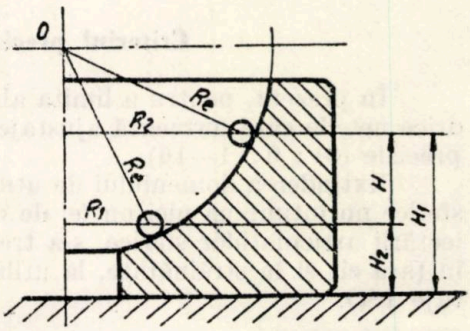


Fig. 2

— pentru suprafețe sferice exterioare :

$$r_e = \frac{1}{2h}\sqrt{[(r_2^2 - r_1^2) - h^2]^2 + 4h^2 r_2^2} - r_b \qquad (3)$$

— pentru suprafețe sferice interioare :

$$R_e = \frac{1}{2H}\sqrt{[(R_2^2 - R_1^2) - H^2]^2 + 4H^2 R_2^2} + r_b \qquad (4)$$

Pentru determinarea abaterii de formă măsurarea ar trebui făcută în cît mai multe puncte. Cu cît numărul punctelor va fi mai mare cu atît va rezulta o imagine mai clară a suprafeței reale și respectiv a abaterilor acesteia în raport cu suprafața teoretică.

În acest fel s-ar face o prospectare a suprafeței (respectiv a profilului) asemănător indicațiilor din STAS 7384—66, punctele 2.5 și 2.6

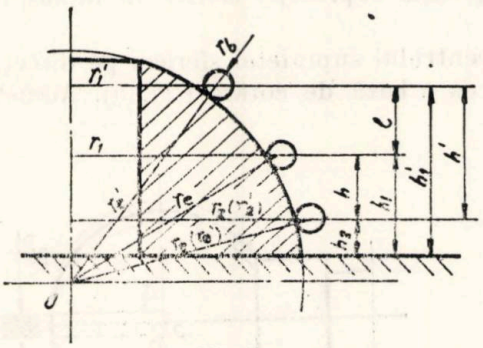


Fig. 3

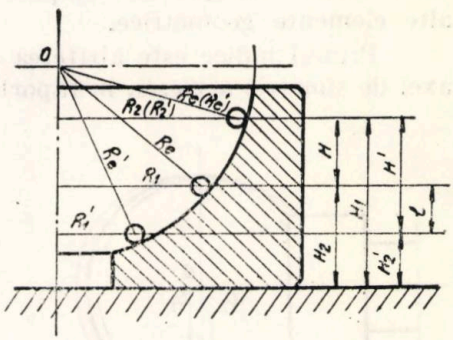


Fig.4

Considerăm că pentru necesitățile practice este suficientă măsurarea în trei puncte (fig. 3 și 4). În acest caz, considerînd distanțele $h(H)$ și $h'(H')$, potrivit relațiilor (3) și (4), vor rezulta razele efective $r_e(R_e)$ și $r'_e(R'_e)$. Valoarea absolută a diferenței dintre cele două raze efective reprezintă abaterea geometrică de la sfericitate, în limitele lungimii de referință l, adică :

— pentru suprafețe sferice exterioare :

$$a_{sf} = |\, r_e - r'_e \,| \qquad (5)$$

— pentru suprafețe sferice interioare :

$$A_{sf} = |\, R_e - R'_e \,| \qquad (6)$$

Stabilirea lungimii de referință în limitele căruia se determină abaterea de la sfericitate are o importanță deosebită. Pentru diferite lungimi

de referinţă se vor obţine abateri de la sfericitate diferite, ca urmare a variaţiei pe care o are raza efectivă în lungul profilului suprafeţei deformate. De aceea lungimea de referinţă se va alege, de la caz la caz, în funcţie de precizia cerută piesei de prelucrat.

Potrivit celor arătate autorii propun ca simbol al abaterii de la forma sferică semnul ⊙, iar pentru toleranţa la forma sferică notaţia T_{sf}. Mărimea acestei toleranţe trebuie stabilită pe baza unei analize detaliate a diferitelor procedee de prelucrare a pieselor sferice. Aceste indicaţii, ca specificaţii şi valori, pot completa standardul existent cu privire la abaterile de formă /7,9/ şi încadrate într-un criteriu al preciziei de formă.

Criteriul preciziei de poziţie reciprocă a suprafeţelor

Pe baza acestui criteriu se defineşte poziţia suprafeţei sferice în raport cu alte elemente geometrice ale piesei (suprafeţe, axe de simetrie)

În acest scop se pot introduce doi indici de precizie care, considerăm că, definesc suficient de complet poziţia suprafeţei sferice în raport cu alte elemente geometrice.

Primul indice este abaterea centrului suprafeţei sferice, pe direcţia axei de simetrie a piesei, în raport cu o bază de cotare (fig. 5). Această

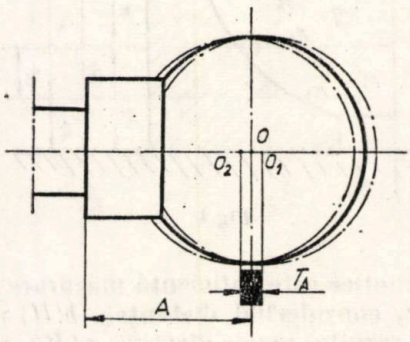


Fig. 5

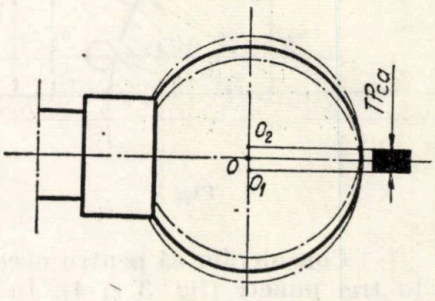


Fig. 6

bază, de la caz la caz, poate sau nu să coincidă cu baza tehnologică de prelucrare. Limitarea acestei abateri poate fi făcută în funcţie de precizia cerută, cu toleranţele indicate în standardele existente. Acest punct de vedere este deja aplicat în practică cu toate că o astfel de reglementare nu este controlată prin standarde.

Al doilea indice de precizie este abaterea centrului suprafeţei sferice în raport cu axa de simetrie a piesei, abatere măsurată perpendicular pe această axă (fig. 6). Acest tip de abatere este similară cu abaterea de la concentricitate. Fiind însă specifică pieselor sferice, propunem pentru notarea ei simbolul -⊙- iar pentru toleranţa respectivă notaţia TP_{ca} (toleranţa de poziţie a centrului faţă de axă).

Abaterea centrului față de axă este mai evidentă în cazul alezajelor sferice (fig. 7), deoarece acestea sînt formate din două calote prelucrate separat. Dacă această abatere nu este limitată la valori corespunzătoare,se poate ajunge la imposibilitatea montării lagărului sferic în carcasă. Pentru a nu avea dificultăți la montaj și în exploatare, abaterea respectivă, pentru fiecare calotă în parte, trebuie să fie mai mică decît jumătatea jocului minim dintre carcasă și lagăr.

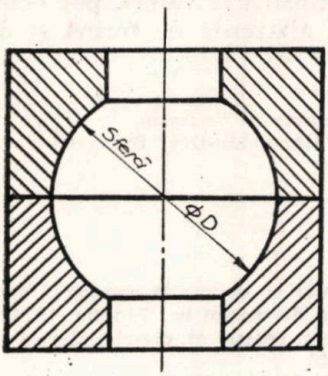


Fig. 7

Criteriul petei de contact

Acest criteriu are o importanță deosebită pentru articulațiile sferice care formează ajustaje cu joc minim egal cu zero. Pentru cazuri de solicitări deosebit de mari trebuie ca suprafața portantă a elementelor conjugate fus-lagăr sferic să fie cît mai mare. În acest scop prelucrarea articulațiilor se face în condiții de înaltă precizie dimensională și de formă, realizîndu-se totodată și o bună netezime a suprafețelor sferice active. De aceea, în astfel de situații ca procedee finale de prelucrare, se aplică cele care asigură o înaltă precizie și o bună calitate a suprafeței : rodare, lepuire, honuire sau rulare.

În vederea verificării mărimii suprafeței portante, înainte de montaj se face controlul petei de contact. În acest scop, fusul, vopsit cu un strat subțire de vopsea specială, se introduce în lagăr și este mișcat în diferite direcții. După întinderea urmelor de vopsea lăsate de fus pe suprafața sferică a lagărului, se trag concluzii în legătură cu mărimea suprafeței portante.

Deoarece în practică uneori se exagerează, cerîndu-se pete de contact de peste 90—95%, de multe ori acolo unde nu este cazul, considerăm ca oportună introducerea criteriului petei de contact, reglementat prin standard.

Odată cu introducerea acestui criteriu în standarde, trebuie stabilit, bineînțeles și domeniul de aplicare al său, cu toate prescripțiile necesare referitoare la mărimea petei de contact, pentru cazurile cele mai frecvente din practică.

Concluzii

1. Piesele cu suprafețe sferice formează o categorie specifică de piese a căror precizie de prelucrare trebuie reglementată prin standarde pe baza unor criterii de precizie.

2. Criteriile de precizie care pot defini suficient de complet precizia de prelucrare a pieselor sferice sînt :

— criteriul preciziei dimensionale

— criteriul preciziei de formă geometrică

— criteriul preciziei de poziție reciprocă a suprafețelor
— criteriul petei de contact.

3. Cele patru criterii de precizie, ca specificații și valori, pot completa standardele existente /7,9/ referitoare la abaterile de formă și de la poziția reciprocă.

Catedra de tehnologia construcției de mașini
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Bădescu Gh. Neagu C., Pavel M.* — Considerațiuni teoretice cu privire la generarea unor suprafețe de rotație prin strunjire. Construcția de mașini nr. 7, iulie, 1973.
2. *Bădescu Gh., Neagu C., Luncaș I.* — Metodă de măsurare și control al pieselor sferice pe aparatul ABBE. Metrologia aplicată nr. 1, 1975
3. *Neagu C., Bădescu Gh.* — Cinematica prelucrării suprafețelor sferice prin frezare. Comunicare în Sesiunea științifică a IPB organizată în cinstea Congresului al XI-lea al P.C.R.
4. *Neagu C., Bădescu Gh., Butuc M.* — Cercetări privind abaterile de la sfericitate în cazul pieselor sferice prelucrate prin frezare. Comunicare în Sesiunea științifică a IPB organizată în cinstea Congresului al XI-lea al PCR.
5. *Tîrpe Gh.* — Precizia prelucrării prin așchiere. Editura tehnică, București, 1972.
6. *Lăzărescu I.* ș.a. — Toleranțe și măsurători tehnice. Editura didactică și pedagogică ,Bucu: ești, 1969.
7. * * * — Abateri și toleranțe de formă și poziție (terminologie) (STAS 7384—66)
8. * * * — Sistemul ISO de toleranțe și ajustaje. Toleranțe și ajustaje preferențiale pentru dimensiuni pînă la 500 mm (STAS 8104—66 și 8105—66)
9. * * * — Înscrierea toleranțelor de formă și poziție (STAS 7385—66).

Die Bearbeitungsgenauigkeit kugelförmiger Werkstücke

In der Arbeit werden Aspekte der Bearbeitungsgenauigkeit kugelförmiger Werkstücke behandelt und einige Kriterien und Parameter vorgeschlagen, durch welche diese Genauigkeit definiert werden kann.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SECȚIA MECANICĂ
Tomul XXXIX — 1977. Numărul 2

MAȘINI-UNELTE ȘI SCULE

C.Z.: 621.833

DETERMINAREA ANALITICĂ A CURBELOR DE RULARE ALE ROȚILOR DINȚATE OVALE*

C. MINCIU, GH. PETRESCU, ST. FLORIANU

În multe mecanisme se folosesc angrenaje formate dintr-o roată dințată cilindrică montată excentric și o roată dințată ovală.

În lucrare se determină pe cale analitică curba de rulare a roții dințate ovale. Rezolvarea integralei eliptice din care rezultă curba de rulare s-a făcut printr-o metodă numerică. Metoda propusă are avantajul simplității și a posibilității de folosire, pe baza organigramelor date, a mijloacelor de calcul moderne.

În industria textilă și industria ușoară se folosesc foarte des angrenaje formate dintr-o roată dințată cilindrică montată excentric și o roată dințată ovală (ne eliptică), care au apărut din necesitatea realizări unui raport de transmitere variabil între doi arbori.

În lucrare va fi determinată pe cale analitică curba de rulare a roții dințate ovale și va fi indicată metoda de determinare cu ajutorul calculatorului electronic a acesteia, literatura de specialitate dînd puține indicații privind aceste angrenaje, [2], [3] și [4].

Într-un asemenea angrenaj, roata dințată cilindrică — excentrică este conducătoare și are o turație constantă, iar roata dințată ovală este condusă și are o turație variabilă. Este de remarcat că raportul de transfer global al unui asemenea angrenaj trebuie să fie $i = 1/2\,;\ 1/3\,;\ 1/4\,;\ldots$ sau altfel spus între numărul de dinți ai roții ovale și numărul de dinți ai roții conducătoare să fie un raport întreg $2\,;\ 3\,;\ 4\,;\ldots$ Cel mai des folosit este angrenajul la care raportul de transfer global este $i = 1/2$, angrenaj de care ne vom ocupa în continuare.

Din cele de mai sus rezultă că în acest caz curbele de rulare ale celor două roți au lungimile legate printr-un număr întreg și egal cu 2.

De asemenea, pentru roata dințată cilindrică-excentrică curba de rulare este un cerc.

În figura 1 este reprezentat, prin curbele de rulare, un asemenea angrenaj în care se remarcă cercul de rulare de rază R cu centrul de rotație în punctul O_1 montată cu excentricitatea e.

La distanța A se găsește centrul de rotație O_2. Cele două curbe rulează fără alunecare una peste alta, condiție din care rezultă că cercul

* Manuscris predat redacției la data de 30 decembrie 1975

infinit mic $\widehat{PA}$, la o rotație $d\varphi$ a cercului de rulare, este egal cu arcul infinit mic $\widehat{PB}$, la o rotație $d\psi$ a curbei C_2.

Raza curentă a cercului de rulare este (pentru sistemul de referință ales),

$$r = e \cos \varphi + \sqrt{R^2 - e^2 \sin^2 \varphi} \tag{1}$$

rezultînd raza curentă pentru curba ovală C_2,

$$\rho = A - e \cos \varphi - \sqrt{R^2 - e^2 \sin^2 \varphi} \tag{2}$$

Repartiția de viteze pentru un punct de contact oarecare, apare ca în figura 2, pentru o rulare fără alunecare,

$$V_r = V_\rho \text{ și } V_\varphi = V_\psi$$

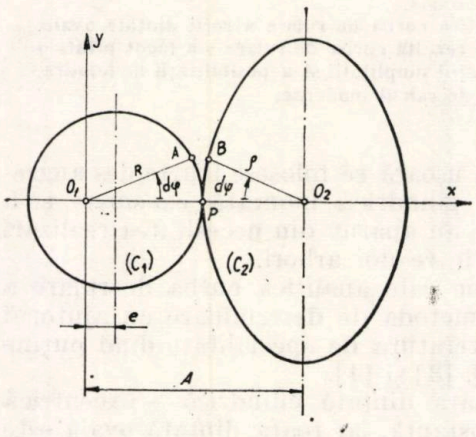


Fig. 1

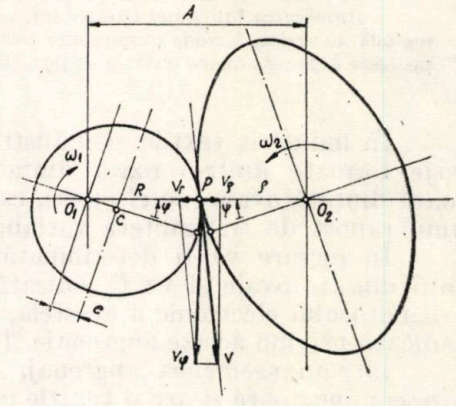


Fig. 2

și cum,

$$V_r = \frac{dr}{dt}; \qquad V_\rho = \frac{d\rho}{dt} \tag{3}$$

$$V_\varphi = r\frac{d\varphi}{dt}; \qquad V_\psi = \rho\frac{d\psi}{dt}$$

din egalarea vitezelor normale pe cele două raze vectoare se ajunge la relația :

$$r\, d\varphi = \rho\, d\psi \tag{4}$$

din care explicitînd

$$d\psi = \frac{r}{\rho}\, d\varphi$$

se obține prin integrare ecuația unghiului de rulare ψ, cu care se rotește curba de rulare C_2, sub forma,

$$\psi = \int_0^{\alpha} \frac{e \cos \varphi + \sqrt{R^2 - e^2 \sin^2 \varphi}}{A - e \cos \varphi - \sqrt{R^2 - e^2 \sin^2 \varphi}} \, d\varphi \tag{5}$$

Ecuațiile în coordonate polare ale curbei de rulare a roții ovale, vor fi

$$\rho = A - e \cos \varphi - \sqrt{R^2 - e^2 \sin^2 \varphi}$$

$$\psi = \int_0^{\alpha} \frac{e \cos \varphi + \sqrt{R^2 - e^2 \sin^2 \varphi}}{A - e \cos \varphi - \sqrt{R^2 - e^2 \sin^2 \varphi}} \, d\varphi \tag{6}$$

Raportul de transfer instantaneu este,

$$i_{\varphi} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{r}{\rho} = \frac{e \cos \varphi + \sqrt{R^2 - e^2 \sin^2 \varphi}}{A - e \cos \varphi - \sqrt{R^2 - e^2 \sin^2 \varphi}} \tag{7}$$

care mai poate fi scris și sub forma,

$$i_{\varphi} = \frac{A}{A - e \cos \varphi - \sqrt{R^2 - e^2 \sin^2 \varphi}} - 1 \tag{8}$$

Notînd cu $p = \frac{A}{R}$ și cu $q = \frac{e}{R}$ ecuația unghiului polar ψ al curbei de rulare a roții ovale va fi scris sub forma :

$$\psi = -\varphi + \int_0^{\alpha} \frac{d\varphi}{p - q \cos \varphi - \sqrt{1 - q^2 \sin^2 \alpha}} \tag{9}$$

care împreună cu relația (2) determină curba de rulare C_2.

Mărimile p și q sînt legate între ele prin relația : $q = \frac{e}{A} p$, relație ce este determinată de condiția suplimentară de închidere a curbei de rulare a roții ovale exprimată prin,

$$\int_0^{\pi} \frac{d\varphi}{p - q \cos \varphi - \sqrt{1 - q^2 \sin^2 \varphi}} - \pi = \frac{\pi}{2} \tag{10}$$

Integrala dată de relația (9), condiționată prin relația (10), este o integrală eliptică ce nu se poate rezolva exact. Pentru rezolvarea ei se va folosi metoda de iterație a tangentei (metoda de rezolvare a lui

Newton), în cazul nostru calculînd pe p în funcţie de q sau invers folosind relaţia :

$$p_{i+1} = p_i - \frac{f(p_i)}{f'(p_i)} \tag{11}$$

în care,

$$f(p) = \int_0^{\pi} \frac{d\varphi}{p - q\cos\varphi - \sqrt{1 - q^2\sin^2\varphi}} - \frac{3\pi}{2} \tag{12}$$

A fost realizat un program de calcul construit pe minicalculatorul electronic CELLATRON C 8205 cu ajutorul căruia s-a rezolvat problema propusă în 5 iteraţii, precizia impusă fiind aleasă,

$$|p_{i+1} - p_i| \leqslant 10^{-3}$$

organigrama programului fiind reprezentată prin figura 3 în care „a" reprezintă valoarea de pornire a iteraţiei, „x_1" valoarea iteraţiei precedente, „x_2" valoarea iteraţiei curente, DEL precizia de calcul, iar ERR diferenţa absolută a două iteraţii succesive.

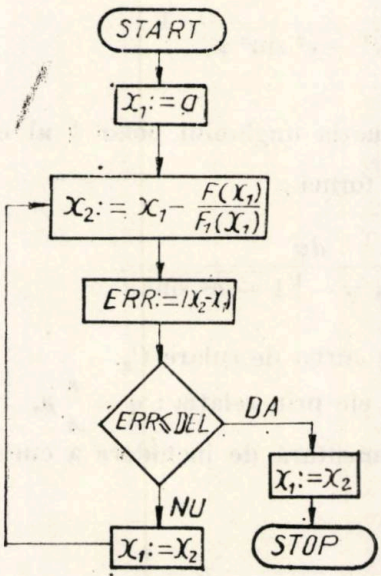


Fig. 3

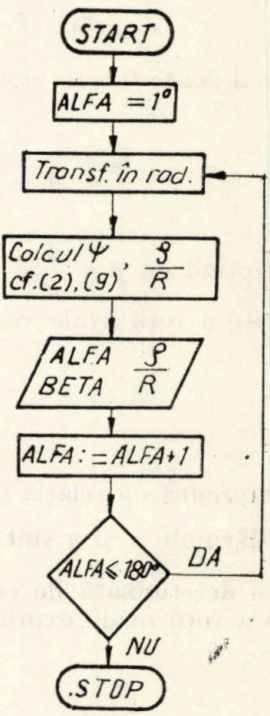


Fig. 4

În continuare, avînd calculate valori, cu ajutorul lor folosind ecuaţiile unghiului polar al curbei de rulare C_2 date de relaţia (10), pe baza organigramei din fig. 4 s-au calculat coordonatele punctelor curbei de rulare a roţii ovale, cu un increment unghiular φ de 1°.

Spațiul nu permite a da tabelul (cu 180 de puncte) cu valorile unghiului ψ corespunzătoare incrementului de 1°, dar o vom da corespunzător unui increment $\varphi = 10°$ (tabelul 1).

Tabelul 1

		1	2	3	4	5	6	7	8	9
φ	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
	rad	0,174532	0,34906	0,52359	0,69813	0,87266	1,04719	1,22173	1,39626	1,57079
ψ	0	3,22	6,47	9,7	13,24	16,82	20,58	24,57	28,83	33,39
	rad	0,056229	0,11307	0,17115	0,23109	0,29359	0,35931	0,42896	0,50326	0,58288
i_φ		2,269	2,268	2,267	2,264	2,261	2,257	2,251	2,245	2,236
		10	1	12	13	14	15	16	17	18
φ	0	100	110	120	130	140	150	160	170	180
	rad	1,74533	1,91986	2,09439	2,26893	2,44346	2,61799	2,79252	2,96706	3,14158
ψ	0	38,29	43,56	49,22	55,26	61,68	68,43	75,45	82,67	89,99
	rad	0,66844	0,76042	0,85912	0,96459	1,07654	1,19434	1,31694	1,44297	1,57079
i_φ		2,225	2,213	2,197	2,178	2,156	2,131	2,102	2,07	2,037

Metoda propusă are avantajul simplității și al posibilității de folosire, pe baza organigramelor date, a calculatoarelor electronice.

Catedra de mașini-unelte și scule
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București
C.I.A.C.U.T.

BIBLIOGRAFIE

1. *Botez, E.*, Mașini-unelte. Cinematica, vol. I, Editura Tehnică, București, 1969.
2. *Litvin, F. L.*, Nekruglie zubciatie Kolesa, Maşghiz, 1956.
3. *Maroș, D.* Teoria mecanismelor și a mașinilor, Editura Tehnică, București, 1968.
4. *Bloomfield, B.*, Noncircular Gears, Gear Design and Aplication Mc Graw — Hill Book Co., 1967.

Détermination analytique des courbes de roulement des roues dentées ovales

Dans la construction d'un grand nombre de mécanismes les angrenages formés d'une roue dentée cilindrique montée excentriquement et une roue dentée ovale sont souvent employés.

Dans le travail ci-dessous est déterminée par voie analytique la courbe de roulement de la roue dentée ovale. La résolution de l'intégrale élyptique qui conduit à la courbe de roulement a été faite à l'aide d'une méthode numérique.

Un des avantages de la méthode proposée c'est celui qu'elle permet à base des programmes fournis l'utilisation des moyens modernes de calcul.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SECȚIA MECANICĂ
Tomul XXXIX — 1977. Numărul 2

C.Z.: 004.6 :621.9
620.193 :621.9

MODELELE ÎNCERCĂRILOR ACCELERATE DE SIGURANȚĂ ÎN FUNCȚIONARE A ELEMENTELOR MAȘINILOR-UNELTE *

ALEXANDRU DORIN

În lucrare sînt prezentate două modele matematice reale care descriu legătura dintre timpul de încercare în regim accelerat și timpul corespunzător de funcționare în regim normal pentru elementele care intră în componența mașinilor-unelte și pentru care uzura este principala cauză a ieșirii din funcțiune.

Procesele dăunătoare fizico-chimice sau mecanice care provoacă defectarea mașinilor-unelte sînt diverse și complexe. În funcție de viteza de desfășurare, Dunin-Barkovski și Pronikov [1] împart procesele dăunătoare în 3 grupe: 1) cu viteză rapidă; 2) cu viteză medie; 3) cu viteză lentă

Procesele cu viteză rapidă durează cîteva secunde, avînd o evoluție periodică în cursul unui ciclu de prelucrare al unei piese. Astfel de procese sînt vibrațiile subansamblurilor, variația forțelor de frecare și a forțelor de așchiere.

Procesele cu viteză medie apar în timpul funcționării de regim a mașinilor-unelte, avînd o durată care se măsoară de obicei în minute sau ore. Ele provoacă modificarea monotonă a parametrilor reglați inițial ai mașinii.

În această categorie intră atît procesele reversibile (modificarea temperaturii mașinii, a temperaturii și umidității mediului ambiant) cît și procesele ireversibile (uzura sculei așchietoare).

Cele mai reprezentative procese cu viteză lentă sînt uzura, redistribuirea tensiunilor interne în organele mașinii-unelte, coroziunea, impurificarea suprafețelor de frecare, acestea influențînd asupra preciziei, randamentului, productivității, stabilității mașinii-unelte.

Fenomenele de uzură sînt fenomene monoton crescătoare în timp. Datorită lor performanțele elementelor se modifică, astfel că la un moment dat, mărimile de ieșire ies din cîmpul de toleranță, afectînd precizia de prelucrare și calitatea suprafețelor prelucrate.

Fiecare element poate fi caracterizat de un parametru determinat care servește drept indice al calității acestuia. Parametrul determinat al elementului variind aleator în procesul de exploatare poate să atingă o

* Manuscris predat redacției la data de 15 mai 1975

valoare critică, pentru care funcționarea lui se consideră nesatisfăcătoare sau avînd în vedere noțiunea de fiabilitate tehnologică [2] elementul se consideră defect. Dacă se consideră mărimea de ieșire a unui element sau sistem scrisă sub formă unui parametru generalizat atunci expresia analitică a acestuia este :

$$w = \varphi[a_i(t); b_j(t)] \tag{1}$$

În procesul exploatării elementului sau sistemului mărimea w se modifică cu valoarea Δw care reprezintă suma a doi termeni $\Delta w'$ și $\Delta w''$; $\Delta w'$ reprezintă o variație reversibilă determinată de acțiunea factorilor externi, iar $\Delta w''$ variația ireversibilă datorită proceselor dăunătoare (uzură, cavitație, oboseală, îmbătrînire)

$$w = \Delta w' + \Delta w'' \tag{2}$$

în care :

$$\Delta w' = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} \frac{\partial \varphi}{\partial a_i} \cdot \frac{\partial a_i}{\partial b_j} \Delta b_j + \sum_{j=1}^{m} \frac{\partial \varphi}{\partial b_j} \Delta b_j \tag{3}$$

$$\Delta w'' = \sum_{i=1}^{n} \int_0^{t_0} \frac{d\varphi}{da_j} \left[\theta_i(t) + \sum \frac{\partial \theta}{\partial b_j} \Delta b_j \right] dt \tag{4}$$

unde a_i sînt parametrii constructivi și tehnologici ; b — factori externi, iar $\theta_i(t) = \dfrac{\partial a_i}{\partial t}$ reprezintă viteza proceselor ireversibile de variație a parametrilor a_i în condiții normale de funcționare, fiind o mărime aleatoare continuă.

Influența factorilor externi se reflectă prin modificări reversibile ale mărimilor de ieșire ale unui element sau sistem (b_j') sau prin acumularea modificărilor ireversibile (b_j'') care duc la ieșirea din funcțiune a elementului sau sistemului. Se poate considera că factorii b_j' determină stabilitatea elementului sau sistemului (variația mărimilor de ieșire sub acțiunea factorilor externi) iar factorii b_j'' determină durabilitatea acestuia [3].

Pentru calculul indicilor de fiabilitate tehnologică a sistemelor pe baza datelor cu privire la variația mărimilor de ieșire a elementelor componente, este necesar să se țină seama de dependențele funcționale dintre elemente, adică de relațiile dintre parametrii fizici ai sistemului și starea elementelor lui componente.

În general, se admite că variația în timp a mărimii de ieșire a unui element sau sistem datorită uzurii este liniară.

$$w = m \cdot t + n \tag{5}$$

Stabilirea unor legități matematice între intensitatea proceselor dăunătoare și indicii de siguranță în funcționare pe de o parte și între

intensitatea proceselor dăunătoare și regimurilor de funcționare pe de altă parte nu este o problemă simplă de rezolvat. Complexitatea și dificultățile se datoresc influenței pe care o exercită asupra siguranței în funcționare a mașinilor-unelte foarte mulți factori a căror luare în considerare, în majoritatea cazurilor se dovedește a fi dificilă.

Dependența indicilor de siguranță în funcționare (durata medie de funcționare fără defecțiuni, intensitatea de defectare, probabilitatea de funcționare fără defecțiuni) de diverși factori face ca procesul de apariție al defecțiunilor sau modificarea mărimilor de ieșire caracteristice ale lanțurilor cinematice ale mașinilor-unelte să aibă un caracter aleator. Din această cauză stabilirea indicilor de fiabilitate necesită pentru încercări în regim normal de funcționare un număr foarte mare de mașini-unelte, iar durata acestor încercări depășește cu mult durata medie garantată de funcționarea a elementelor respective. Iată de ce, atunci cînd este posibil se recurge la încercări accelerate pentru obținerea informațiilor privind siguranța în funcționare.

Încercările în regim forțat sau accelerat se realizează prin mărirea acelor parametri ai regimului de funcționare care influențează defectarea elementului. Regimurile forțate pot fi obținute prin mărirea:

— parametrilor regimului de funcționare
— factorilor de mediu înconjurător (temperatura, umiditate)
— intensității de exploatare.

De exemplu, mărirea sarcinii rezistente, a temperaturii concentrației de impurități duc la ieșirea prematură din funcționare a elementelor hidraulice din componența mașinilor-unelte.

Forțarea regimului de încercare prin mărirea intensității de exploatare, care constă fie în mărirea numărului de cicluri, fie în scurtarea

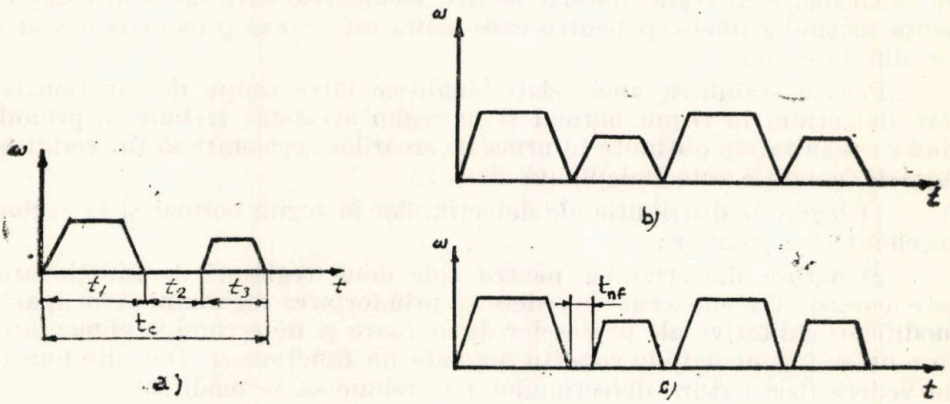


Fig. 1

timpilor de staționare, se poate utiliza în cazul elementelor care funcționează după un ciclu bine stabilit, ciclu care se repetă la intervale care pot fi constante sau variabile (fig. 1).

Din fig. 1. a rezultă, conform ciclogramei de funcţionare a unui motor hidraulic rotativ reglabil că timpul real de funcţionare este mai mic decît timpul efectiv al ciclului

$$t_f = \Sigma t_i < t_c \tag{6}$$

Ţinînd seama de perioadele de nefuncţionare t_{nf}, regimul se forţează prin eliminarea sau micşorarea timpilor de oprire pe cît este posibil, conform ciclogramei din fig. 1.b. şi c.

Pentru maşinile-unelte, încercările accelerate la fiabilitate dau posibilitatea :

— să se determine valoarea şi dinamica uzurii pieselor componente;
— să se stabilească timpul real de exploatare al subansamblurilor pînă la apariţia primei defecţiuni;
— să se obţină date despre frecvenţa şi cauzele defecţiunilor;
— să se stabilească timpul necesar pentru remedierea defecţiunilor;
— să se determine piesele cu durabilitatea cea mai mică.

La rezolvarea încercărilor accelerate la fiabilitate trebuie stabilite :

1) tipul de încercare şi aparatura necesară încercării;

2) tipul de defecţiune care va fi luată în considerare (uzură, oboseală, cavitaţie etc.).;

3) metodele de control pentru înregistrarea defecţiunilor;

4) regimul de încercare;

5) planificarea statistică a experienţelor (determinarea numărului de elemente încercate şi a timpului de încercare);

6) relaţiile de calcul pentru prelucrarea rezultatelor obţinute în urma încercărilor.

În lucrare sînt prezentate două modele matematice reale care descriu legătura dintre timpul de încercare în regim forţat şi timpul corespunzător de funcţionare în regim normal pentru elementele care intră în componenţa maşinilor-unelte şi pentru care uzura este cauza principală a ieşirii lor din funcţiune.

Pentru stabilirea unei relaţii analitice între timpii de funcţionare fără defecţiuni în regim normal şi în regim accelerat trebuie în primul rînd ca rezultatele obţinute în urma încercărilor accelerate să fie veridice Această condiţie este îndeplinită dacă :

1) legile de distribuţie ale defecţiunilor în regim normal şi în regim accelerat sînt identice;

2) natura defecţiunilor pentru cele două regimuri de funcţionare este aceeaşi. Trebuie avut în vedere ca prin forţarea regimului să nu apară modificări calitative ale proceselor dăunătoare şi defecţiuni suplimentare care nu sînt semnalate în condiţii normale de funcţionare. Deci din punct de vedere fizic natura defecţiunilor nu trebuie să se modifice;

3) raportul dintre numărul defecţiunilor accidentale şi treptate pentru ambele regimuri este acelaşi;

4) legile de distribuţie ale mărimilor de ieşire a elementului (sau sistemului) sînt asemănătoare pentru cele două regimuri de funcţionare.

Esenţiale sînt cerinţele referitoare la identitatea cauzelor ieşirii din funcţiune şi a legilor de distribuţie a defecţiunilor.

Se consideră că ε_n reprezintă regimul normal de funcționare al elementului; ε_{acc} — regimul accelerat (forțat) și ε_{cr} — regimul critic de funcționare. La atingerea acestui regim, procesele dăunătoare se modifică calitativ și nu se mai poate stabili o dependență veridică între timpii de funcționare fără defecțiuni în regimurile ε_n și ε_{acc}. Avînd în vedere acest lucru la stabilirea regimurilor accelerate trebuie respectată condiția :

$$\varepsilon_{acc} < \varepsilon_{cr} \tag{7}$$

Cu $t\ (\varepsilon_n)$ și $t(\varepsilon_{acc})$ s-au notat timpii medii de funcționare fără defecțiuni în regimul ε_n și respectiv în regimul ε_{acc}. Valorile acestora sînt definite astfel :

$$0 < t(\varepsilon_n) < \infty \tag{8}$$

$$0 < t\ (\varepsilon_{acc}) < \infty \tag{9}$$

Modelul matematic care să descrie dependența dintre timpul de funcționare în regim normal și timpul de funcționare în regim accelerat trebuie să fie, în cazul cel mai general, o funcție de forma :

$$t(\varepsilon_n) = f[t(\varepsilon_{acc}),\ \varepsilon_{acc},\ \varepsilon_n] \tag{10}$$

care să îndeplinească următoarele condiții :

1) să fie monotonă, continuă și derivabilă pe domeniul

$$t(\varepsilon_{acc}) \in \{0,\ \infty\}$$

2) să fie identică cu relația :

$$t(\varepsilon_n) = f[t(\varepsilon_n),\ \varepsilon_{acc},\ \varepsilon_n] \text{ dacă } \varepsilon_{acc} = \varepsilon_n \text{ și } t(\varepsilon_{acc}) = t(\varepsilon_n)$$

3) dacă $t(\varepsilon_{acc}) = \infty$ atunci :

$$f(\infty,\ \varepsilon_{acc},\ \varepsilon_n) = \infty$$

4() să satisfacă inegalitățile :

$$t(\varepsilon_n) > t(\varepsilon_{acc}) \text{ dacă } \varepsilon_n < \varepsilon_{acc}$$

$$t(\varepsilon_{n1}) > t(\varepsilon_{n2}) \text{ dacă } \varepsilon_{n1} < \varepsilon_{n_2}.$$

Dintre funcțiile elementare aceste condiții sînt îndeplinite de :

— funcția liniară

— funcția exponențială

În cele ce urmează se analizează variantele posibile ale unui model liniar :

a) fascicul de drepte care nu trece prin origină (fig. 2)

$$t(\varepsilon_n) = m(\varepsilon_n, \varepsilon_{acc})t(\varepsilon_{acc}) + n\ (\varepsilon_n, \varepsilon_{acc}) \tag{11}$$

în care $m\ (\varepsilon_n, \varepsilon_{acc})$ și $n\ (\varepsilon_n, \varepsilon_{acc})$ reflectă influența parametrilor, regimurilor ε_n și ε_{acc} asupra timpului de funcționare fără defecțiuni a elementelor.

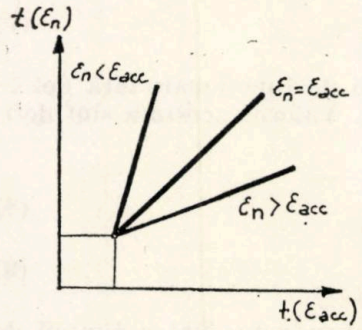


Fig. 2

Un caz particular al ecuației (11) îl constituie funcția :

$$t(\varepsilon_n) = m(\varepsilon_n, \varepsilon_{acc})t\ (\varepsilon_{acc}) + \tau\ [1 - m(\varepsilon_n \varepsilon_{acc})] \tag{12}$$

care reprezintă un fascicol de drepte simetrice față de prima bisectoare.

Presupunînd că sub influența procesului de uzură, atît în regim normal cît și în regim forțat mărimea de ieșire a elementului sau sistemului variază liniar, atunci în unele cazuri se poate ca [2] :

$$m\ (\varepsilon_n, \varepsilon_{acc}) = \frac{m_2}{m_1}$$

$$n(\varepsilon_n\ , \varepsilon_{acc}) = \frac{n_1 - n_2}{m_1}\ ;$$

unde m_1, m_2, n_1, n_2 sînt coeficienții unghiulari ai dreptelor care descriu dependența $w = f(t)$ în regim normal și accelerat și respectiv ordonatele la origină.

În aceste condiții ecuația (11) devine :

$$t_1 = \frac{m_2}{m_1}\ t_2 + \frac{n_1 - n_2}{m_1} \text{ sau}$$

$$n_1 - m_1\ t_1 = n_2 - m_2 \cdot t_2$$

ceea ce înseamnă ca după timpii t_1 și t_2 mărimile de ieșire a elementului sau sistemului în regim normal și respectiv accelerat sînt egale ($w_1 = w_2$) și deci :

$$w_1 = n_1 - m_1\ t_1 \tag{13a}$$

$$w_2 = n_2 - m_2 t_2 \tag{13b}$$

Dacă $n_1 = w_0 - m_1 t_0$ iar $n_2 = w_0 - m_2 t_0$ atunci ecuațiile (13a și b) fac parte dintr-un fascicul de drepte (fig. 3) de ecuație:

$$w - w_0 = m(\varepsilon)\ (t - t_0) \tag{14}$$

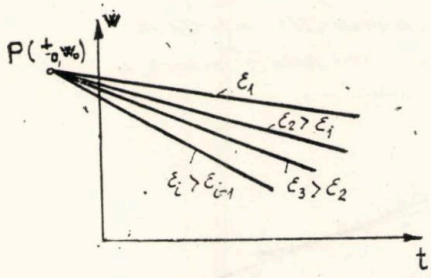


Fig. 3

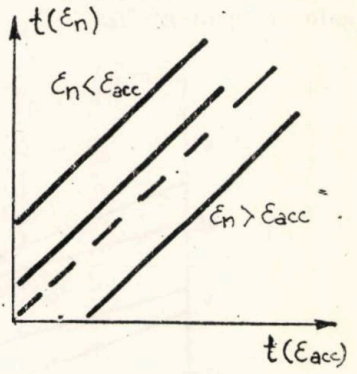


Fig. 4

b) Fascicul de drepte paralele cu prima bisectoare (fig. 4)

$$t(\varepsilon_n) = t(\varepsilon_{acc}) + n(\varepsilon_n, \varepsilon_{acc}) \tag{15}$$

În mod analog ca la punctul (*a*) în unele cazuri se poate considera $n(\varepsilon_n,\ \varepsilon_{acc}) = \dfrac{n_1 - n_2}{m}$ și atunci ecuația (15) devine:

$$t_1 = t_2 + \frac{n_1 - n_2}{m}$$

sau

$$n_1 - m\,t_1 = n_2 - m\,t_2$$

Ținînd seama de modul de variație al mărimii de ieșire, se poate scrie:

$$w_1 = n_1 - m\,t_1 \tag{16 a}$$

$$w_2 = n_2 - m\,t_2 \tag{16 b}$$

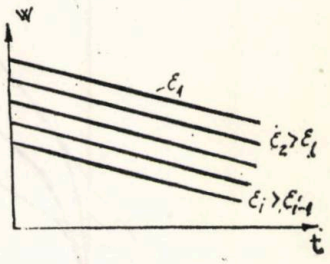


Fig. 5

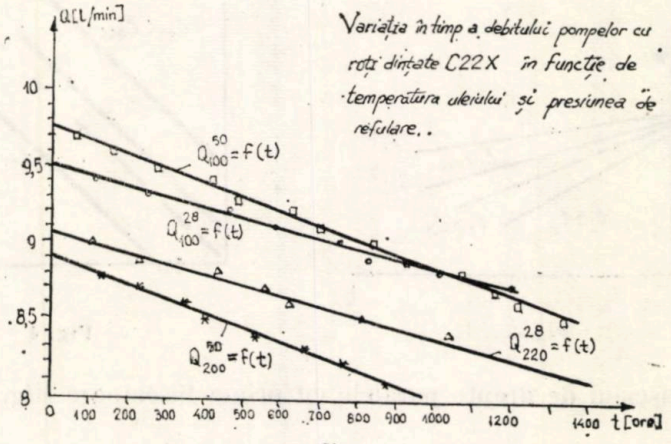
Aceste două ecuații provin din ecuația unui fascicul de drepte paralele (fig. 5) de forma:

$$w(\varepsilon) = n\,(\varepsilon) - m \cdot t \tag{17}$$

Rezultă că modelele (*a*) și (*b*) care descriu dependența dintre timpii de funcționare fără defecțiuni în regim normal și în regim forțat pentru elementele componente ale unei mașini-unelte pot fi reale.

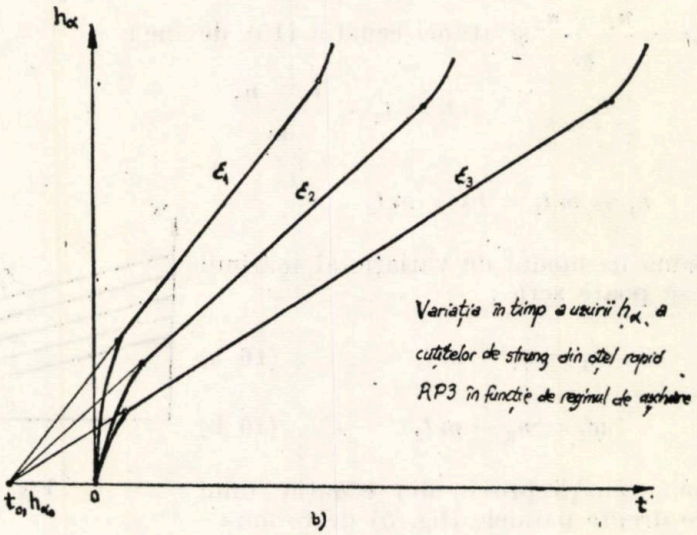
Presupunînd existenţa unor asemenea modele reiese că variaţia mărimii de ieşire a elementului sau sistemului în funcţie de timpul şi regimurile de funcţionare este descrisă de relaţia (14) sau relaţia (17).

Stabilirea modului de variaţie a mărimii de ieşire a unui element sau sistem conform relaţiilor (14) sau (17) trebuie să fie confirmată pe cale experimentală.



a)

Fig. 6a



b)

Fig. 6b

Încercările experimentale efectuate pentru pompele cu roţi dinţate C22X folosite în lanţurile cinematice de avans ale maşinilor-unelte cît şi pentru cuţite din oţel rapid RP3 au confirmat existenţa unor asemenea modele (fig. 6 a şi b).

În concluzie modelele (a) şi (b) precum şi relaţiile (14) şi (17) pot să constituie punctul de plecare în elaborarea metodologiei încercărilor accelerate de determinare a timpului mediu de funcţionare fără defecţiuni a elementelor sau sistemelor unei maşini-unelte.

Catedra maşini- unelte şi scule
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *Pronikov, A., S., Dunin-Barkovski I., V.* Nadejnostii maşin po osnovnîm tehniceskim pokazateliam. In : Vestnik maşinostroeniia, Nr. 5, 1967.
2. *Dorin, Al.*, Contribuţii la studiul siguranţei în funcţionare a elementelor sistemelor hidraulice de acţionare ale maşinilor unelte. Rezumatul tezei de doctorat, Institutul Politehnic Bucureşti, 1975
3. *Neiman V. G.* Ghidroprivodî aviaţionîh sistem upravleniia. Maşinostroenie, Moscova, 1973.

Modèles des essain accélerés de sûreté eu fonctionnement des éléments des machinds-outils

On présente dans l'ouvrage deux modèles mathématiques réels lesquels décrivent la liaison entre le temps d'essai en régime accéléré et le temps envisagé dans le fonctionnement en régime normal pour les éléments qui composent les machines-outils pour lesquels l'usure constituent la cause principale de leur mise hors de fonctionnement.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SECȚIA MECANICĂ
Tomul XXXIX — 1977. Numărul 2

C.Z. :621—522: 621.9

ELEMENTE DE DINAMICA A MOTOARELOR ROTATIVE CU PISTOANE AXIALE FOLOSITE ÎN ACȚIONAREA HIDROSTATICA A MAȘINILOR-UNELTE*

FLORIN IONESCU

Lucrarea prezintă locul pe care îl ocupă acționarea în general și acționarea hidraulică în particular în problematica dinamicii mașinilor-unelte. Sînt evidențiate succint principalele nelinearități care intervin în funcționarea unui lanț cinematic de poziționare, avans sau conturare.

Sînt prezentate totodată unele elemente de analiză frecvențială realizate pentru un motor hidraulic rotativ, pe baza caracteristicilor proprii determinate pe cale teoretico-experimentală.

1. Introducere

Cauzele proceselor tranzitorii și staționare ale fenomenelor dinamice care apar în funcționarea mașinilor-unelte sînt multiple—proces de așchiere, principiul de funcționare a unor subansamble, calitatea mașinii, etc. — au surse diverse — mecanică, hidraulică, termică, etc., apar și se desfășoară diferit în timp uneori chiar independent. În ansamblul proceselor dinamice acționarea lanțurilor cinematice ocupă un rol important, influențînd desfășurarea fenomenelor dinamice din sistemul elastic M.U.P.D.S. și fiind influențată la rîndul ei de acestea [3].

În scopul ridicării performanțelor acționării unei mașini-unelte cu comandă numerică este necesar a se studia atît dinamica acționării cît și a structurii mașinii în ansamblu prin aplicarea teoriei sistemelor automate la tehnologia reală de realizare a mașinilor-unelte ; în acest scop, sînt necesare concepții avansate de încorporare a părții electronice sau electrohidraulice la tehnica proiectării părții mecanice.

Se disting două situații [2], [7]:

a. Controlul și îmbunătățirea punctelor slabe din sistem depistate prin analiza performanțelor la o mașină-unealtă existentă.

b. Calculul teoretic, din faza de proiectare ținînd seama de diverse compensări, inclusiv de experiența practică. Proiectantul trebuie să rezolve una din situațiile de mai jos :

*b.*1. Să precizeze la o mașină a cărei parte mecanică este proiectată sau preluată, un mod de acționare dat. Partea mecanică avînd caracteristici statice și dinamice bine definite, acționarea, oricare ar fi ea nu le poate depăși. Întrucît partea mecanică nu este perfect rigidă ea joacă un

* Manuscris predat redacției la data de 4 decembrie 1975

important rol perturbator asupra comportării dinamice a ansamblului, efectul parazit fiind datorat rezonanței mecanice a transmisiei.

b.2. Să proiecteze atît partea mecanică cît și acționarea, realizînd, pe baza unor metodici parțial puse la punct [2], [5] acordul static și dinamic între acestea.

2. Necesitatea studiului dinamic

Comportarea dinamică a unei mașini-unelte are efecte semnificative asupra performanțelor mașinii, între care și asupra mișcărilor de avans și poziționare sau conturare a mașinilor cu CN. Un exemplu linear al unui lanț cinematic de avans tipic cu bucle de reacție de viteză și de poziție este ilustrat în fig. 1.

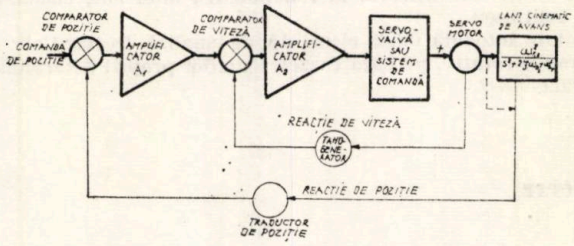


Fig. 1. Schema bloc a unui lanț cinematic de poziționare cu reacție de viteză și de poziție

Încorporarea funcției de transfer a mașinii în bucla sistemului de reglare automată permite suprapunerea dinamicii părții mecanice peste caracteristica frecvențială de răspuns a sistemului considerat linear în urma interacțiunii dintre structura mașinii și acționare. Modul de vibrație al mașinii influențează mult performanțele globale ale acționării și se afirmă că ([3], [7]) o proiectare necorespunzătoare a mașinii conduce la complicate probleme de compensare pe care sistemul de comandă trebuie să le rezolve. Una dintre acestea se demonstrează a fi legătura dintre parametrii proprii ai acționării și ai mașinii, cu indicii 1 și 2 sub forma [7]

$$\omega_1 \geqslant 2\xi_2\omega_2 \tag{1}$$

Neîndeplinirea condiției (1) dedusă din condiția de monotonie impusă soluției (2) a sistemului în buclă închisă din fig. 1.,

$$y(t) = A + Be^{-\omega_1' t} + Ce^{-\omega_1'' t} + Fe^{-\xi_2\omega_2 t}\sin(\omega_2 t\sqrt{1-\xi_2} + \varphi) \tag{2}$$

sub forma :

$$\frac{dy}{dt} = -\omega_1' Be^{-\omega_1' t} - \omega_1'' Ce^{-\omega_1'' t} + He^{-\xi_2\omega_2 t}\sin[u(t)] \neq 0 \tag{3}$$

conduce la o mișcare sacadată, cu întoarceri, care are drept urmare nefavorabilă solicitări elastice suplimentare și inutile în lanțul cinematic (fig. 2).

În relațiile (1)—(3), A, B, C, F sînt sînt constante, iar ω_i, φ_i au semnificațiile cunoscute

În aceeași ordine de idei se poate arăta că, pentru o mașină a cărei parte mecanică poate fi asimilată unui element vibrator linear de ordinul doi [2], [7], randamentul acționării și precizia care poate fi obținută depind de rigiditatea și de amplificarea sistemului.

Aceasta din urmă poate fi crescută prin mărirea frecvenței naturale a lanțului cinematic de avans.

Considerentele de mai sus sînt valabile, în condiția liniarității amplificării cu frecvența. Este însă cunoscut faptul că printre altele, jocurile existente între diversele mecanisme specifice, șurub-piuliță, roți dințate în angrenare. etc. introduc neliniarități de tip insensibilitatea, sursă de rigiditate redusă, frecvență naturală mică și stabilitate proastă a mașinii. O dependență de acest fel este ilustrată în fig. 3. stabilită pentru o mașină de frezat plan [2].

Există, desigur și alte neliniarități legate de acționarea propriu-zisă sau de lanțul cinematic, unele importante chiar, a căror intervenție în comportarea acționării poate deveni foarte semnificativă [6], [9].

Numărul neliniarităților luate în considerare, depinde de profunzimea studiului întreprins și trebuie arătat că dacă calitatea studiului este direct proporțională cu acest număr și gradul de dificultate al analizei

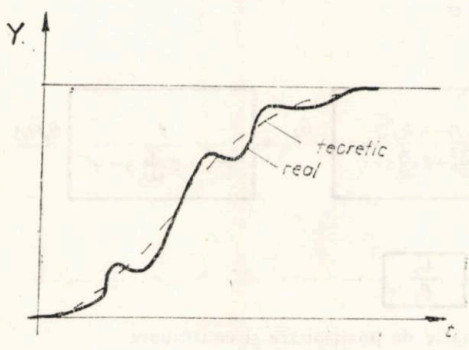


Fig. 2. Răspunsul sistemului acționare—mașină la un semnal de i intrare treaptă unitară.

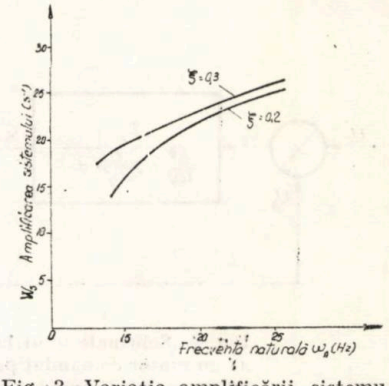


Fig. 3. Variația amplificării sistemului funcție de frecvența naturală la diferite amortizări

crește odată cu acesta; aceasta întrucît neliniaritățile intervin defazat în timp, sînt de natură diferită și vizează diferite elemente ale buclei de reglare și ale lanțului cinematic [2].

Din cele prezentate rezultă că indiferent de modul de abordare atît pentru analiza cît și pentru sinteza lanțurilor cinematice de poziționare sau avans ale mașinilor-unelte cu comandă numerică esențială este cunoașterea caracteristicilor părților componente, respectiv frecvențe și amortizări proprii ω și ξ precum și caracterul linear sau nelinear al acestora funcție de construcția mașinii-unelte.

3. Folosirea acționării hidrostatice în lanțurile cinematice ale mașinilor-unelte cu CN.

Acționarea unui lanț cinematic de poziționare sau de conturare la o mașină cu CN se poate face :

— cu motor electric pas cu pas,

— cu grup motor electric pas cu pas, distribuitor, motor hidraulic,

— cu motor hidraulic comandat prin servovalvă, și

— cu grup variator pompă-motor, cu pompă servocomandată prin servovalvă folosită în situații cu necesități de putere mare de acționare, dar cu performanțe dinamice mai scăzute.

Ultimele două modalități sînt ilustrate sub formă de diagrame bloc în figurile 4.a.b. în care, indicele 1 este atribuit servodistribuitorului, indicele 2 motorului hidraulic sau grupului variator pompă — motor, iar indicele 3 părții mecanice a lanțului cinematic.

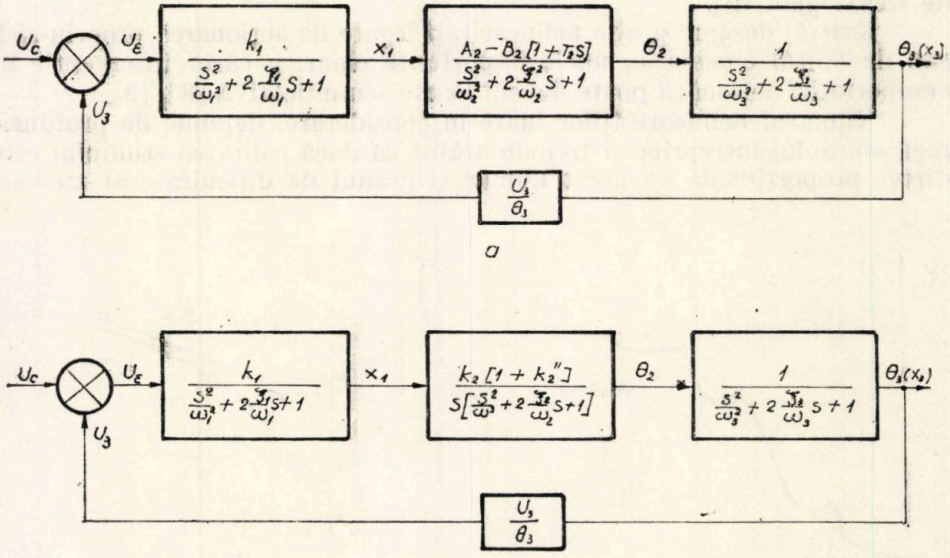


Fig. 4. Schemele unui lanț cinematic de poziționare și continuare
a) cu motor comandat prin servovalvă
b) cu motor comandat prin pompă servocomandată cu servovalvă.

Motorul hidraulic cu pistonașe axiale încărcat cu o sarcină inerțială $J_S[Nms^2]$ și cu moment rezistent exterior $T_L[Nm]$, este considerat de cei mai mulți cercetători [1], [2], [3], [4], [6] ca un element vibrator de ordinul 2, avînd prin urmare ecuația caracteristică de forma (4) :

$$\Theta_M(S) = \frac{\frac{q_{Mm}}{D_M} - \frac{T_L C_M}{D_M^2}\left[1 + \frac{V_M}{4EC_M}S\right]}{S\left[\frac{S^2}{\omega_{Mh}^2} + 2\frac{\xi_M}{\omega_{Mh}}S + 1\right]} \tag{4}$$

cu ω_{Mh} și ξ_{Mh} definiți de expresiile :

frecvența proprie hidraulică $\omega_{Mh} = 2D_M \sqrt{\frac{E}{V_M J_T}}$ (5)

coeficient de amortizare $\xi_M = \frac{C\theta}{4D_M}\sqrt{\frac{V_M}{EJ_T}} + \frac{C_M}{D_M}\sqrt{\frac{EJ_T}{V_M}} \cong \frac{C_M}{D_M}\sqrt{\frac{EJ_T}{V_M}}$ (6)

în care notațiile au următoarele semnificații :
$C_M[m^5N^{-1}s^{-1}]$ — coeficient total de pierderi al motorului ; $C_0[Nms]$ — coeficient de amortizare a sarcinii ; $D_M[m^3\,\mathrm{rad}^{-1}]$ — debit specific al motorului ; $J_T[Nms^2]$ — moment de inerție total $J_T = J_M + J_S$; $J_M[Nms^2]$ moment de inerție al motorului hidraulic cu ulei ; $q_{Mm}[m^3\,s^{-1}]$ — debitul mediu prin motor ; $E[Nm^{-2}]$ — modulul de elasticitate a fluidului ; $\theta_M[\mathrm{rad}]$ — unghiul de rotație al arborelui motor ; $V_M[m^3]$ — volumul total închis între servovalvă și motor.

Expresia (4) se poate pune și sub forma (7) prin înmulțirea cu operatorul d/dt, rezultînd expresia funcției de transfer a frecvenței de rotație, Ω_M,

$$\Omega_M(s) = \frac{\frac{q_{MA}}{D_M} - \frac{T_L C_M}{D_M^2}\left(1 + \frac{V_M}{4EC_M}s\right)}{\frac{S^2}{\omega_{Mh}^2} + 2\frac{\xi_M}{\omega_{Mh}}S + 1} \tag{7}$$

Analiza performanțelor unui motor hidraulic descris de (7) și mai ales aprecierea stabilității sînt posibile în măsura în care ω_{Mh}, ξ_{Mh} și ceilalți parametri sînt cunoscuți.

4. Determinarea parametrilor proprii ai motorului hidraulic

Sistemele hidraulice de acționare prezintă, față de alte sisteme unele particularități, complicații chiar, legate mai ales de intimitatea caracteristicilor lor ; elasticitatea mediului hidraulic, caracterul variabil al capacității instantanee a motorului, etc. au numeroase implicații dintre care considerăm utile a arăta următoarele :

a. — elasticitatea fluidului, considerat în [6] a se comporta ca un resort este evaluată sub forma :

$$C_{ul} = 2\left[\frac{\partial Q}{\partial p}\right]^{-1}\left[\frac{\partial(\Delta p)}{\partial M}\right]^{-2} \tag{8}$$

și reevaluată ținîndu-se seama de eventuala prezență a aerului prin raportul modulelor de elasticitate echivalent și teoretic E_e/E_t dependent de presiune așa cum se vede în fig. 5 ; elasticitatea mediului hidraulic este sursă importantă de instabilitate și autooscilații.

b. — amortizarea motorului, ξ, influenţează determinant comportarea sistemului. În [6] se ajunge la o expresie de forma :

$$\xi = \left[\frac{\partial(\Delta p)}{\partial \omega_M}\right]\left[\frac{\partial(\Delta p)}{\partial M}\right]^{-1} \tag{9}$$

Din fig. 6 reiese comportarea coeficientului de amortizare o funcţie de frecvenţa de rotaţie pentru cinci tipuri de motoare, $A \ldots D$.

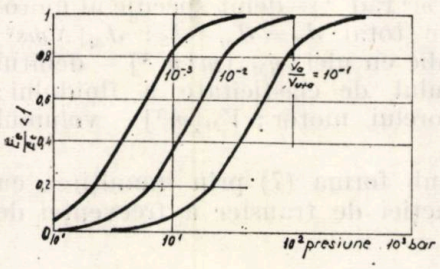


Fig. 5. Modulul de compresibilitate a unui ulei cu incluziuni de aer

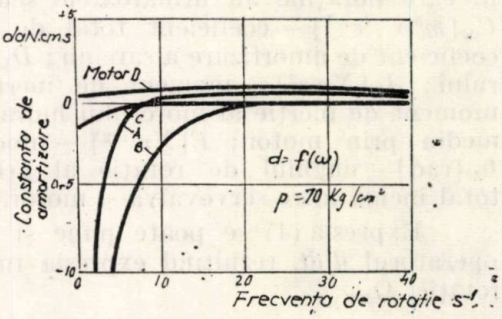


Fig. 6. Constanta de amortizare a motoarelor hidraulice rotative de diferite construcţii.

Se remarcă valorile superioare lui $\xi = O$ pentru motoarele A,D recomandîndu-se pentru turaţii ridicate numai valori stabile de ordinul 0,2—0,6. Motorul D cu 7 pistoane axiale poate fi considerat a avea un coeficient de amortizare relativ constant. Amortizarea depinde şi de raportul J_T/J_M, în mod diferit pentru motoarele de construcţie şi funcţionare diferită. Fig. 7 ilustrează aceste afirmaţii [6].

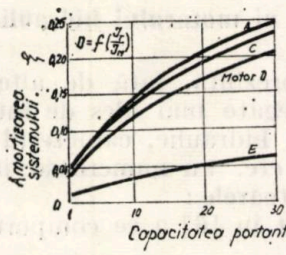


Fig. 7. Amortizarea motoarelor hidraulice rotative.

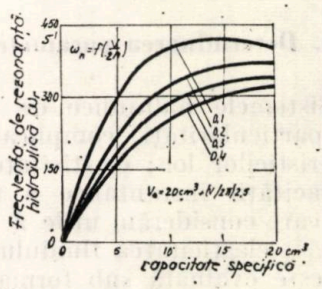


Fig. 8. Frecvenţa specifică hidraulică de rezonanţă funcţie de mărimea motorului.

c. — Frecvenţa de rezonanţă hidraulică ω_{Mh}, depinde firesc de capacitatea specifică (v. fig. 8.) [6] şi are alură diferită pentru diferite amortizări.

În relaţiile (8) şi (9) s-au mai notat prin : Q — debitul instantaneu ; Δp — presiunea diferenţială în motor ; V_0 — volumul de ulei sub presiune

dependent linear de capacitatea specifică $V/2\pi$ după legi ce depind de construcția motorului hidraulic [6].

Avînd în vedere observațiile din capitolele anterioare, din care reținem ca ipoteză de lucru caracterul invariant al amortizării motorului cu pistonașe axiale în raport cu frecvența de rotație, se poate afirma că atît ω_{Mh} și cît ξ_M pot fi determinați folosind una din metodicile cunoscute. În [4] se arată că în urma interpretării răspunsului unui element sau sistem, la un semnal de intrare de tip treaptă unitate este posibilă determinarea parametrilor ω cît și ξ. Pe baza acestora pot fi apoi determinați cantitativ și alți coeficienți care caracterizează funcționarea sistemului și care se determină foarte greu pe alte căi.

Folosind o instalație experimentală ca cea din fig. 9 a fost posibilă introducerea, cu ajutorul servovalvei 8 a semnalului treaptă unitate de comandă prin debit a motorului hidraulic rotativ 11, înregistrîndu-se simultan configurațiile în timp a turației n furnizate de tachogenerator [$k_u = 0{,}06$ V/(rot/min)] și a momentului M. Cele două înregistrări au alura din fig. 10.

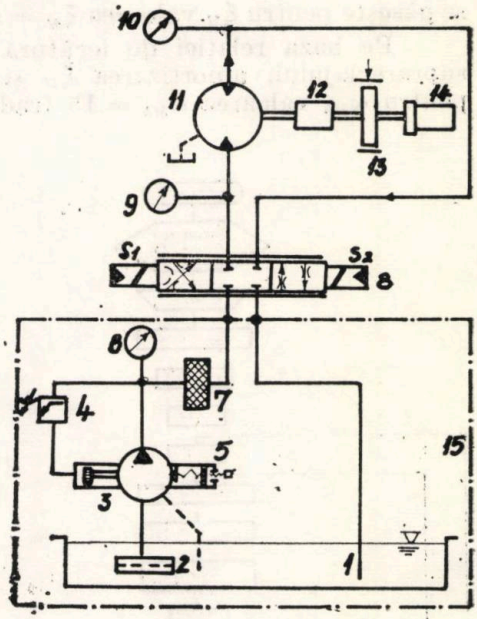


Fig. 9. Schema standului experimental

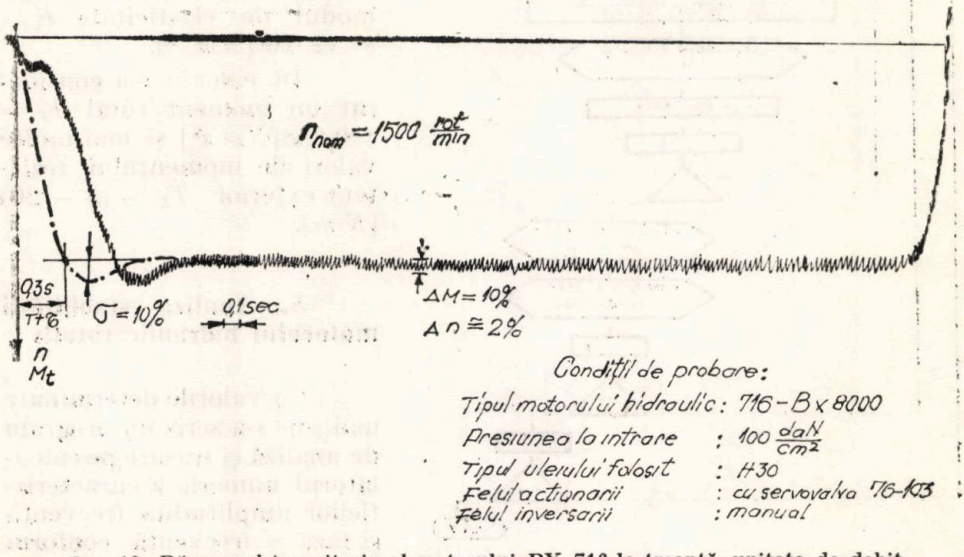


Fig. 10. Răspunsul tranzitoriu al motorului BX 716 la treaptă unitate de debit.

Folosind relația de legătură între suprareglajul σ și gradul de amortizare ξ_M de forma (10), [4]:

$$\sigma = e^{-\xi_M \frac{\pi}{\sqrt{1-\xi_M^2}}} \quad (10)$$

se găsește pentru ξ_M valoarea $\xi_M = 0{,}6$ pentru un suprareglaj de $\sim 10\%$.

Pe baza relației de legătură dintre momentul de apariție, t_m, al suprareglajului, amortizarea ξ_M și ω_{Mh} de forma (11), [4], se găsește pentru ω_{Mh} valoarea $\omega_{Mh} = 15$ [rad s^{-1}], pentru $t_m = 0{,}5$ s.

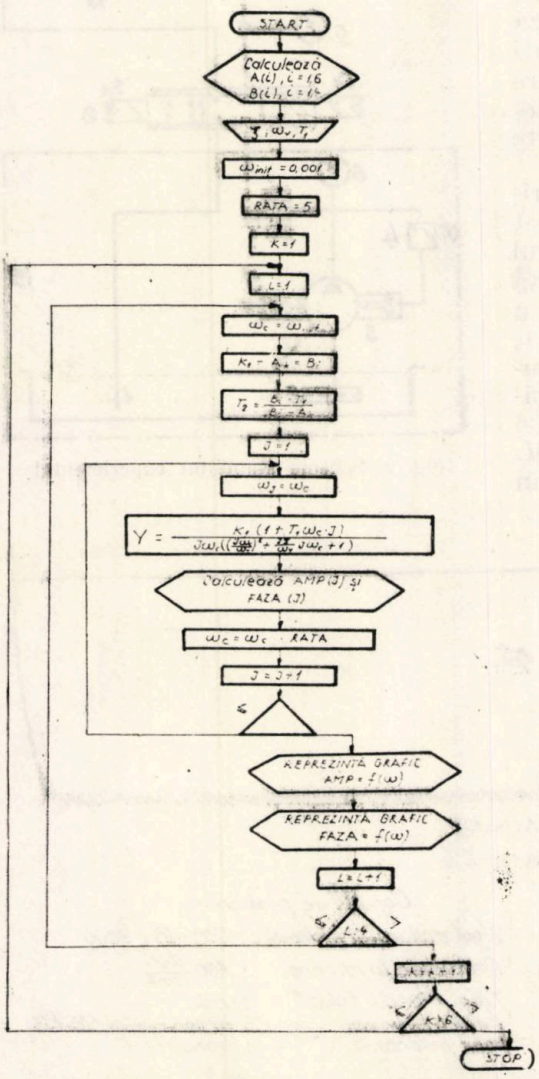


Fig. 11 Schema logică de calcul

$$t_m = \frac{\pi}{\omega_{Mh}\sqrt{1-\xi_M^2}} \quad (11)$$

Odată cunoscute ω_{Mh} și ξ_M folosind relațiile de definiție ale acestora (5), (6) se pot determina, în eventualitatea cunoașterii valorilor constantelor D_M, V_M, J_T, E, valoarea coeficientului global de pierderi al motorului $C_M = 9{,}46 \cdot 10^{-13}$ [$m^{-5}\ N^{-1}\ s^{-1}$]. Pentru motorul BX 716, celelalte valori sînt următoarele: $D_M = 4{,}4 \cdot 10^{-5}$ [$m^3 \cdot rad^{-1}$]; $q_{Mm} = \left(\frac{4}{6} \div 3\frac{4}{6}\right) 10^{-3}$ [$m^3 s^{-1}$]. Uleiul folosit a avut un modul de elasticitate $E = 12 \cdot 10^8$ [$N m^{-2}$].

În calcule s-a considerat un moment total $J_T = 0{,}258$ [$N m\ s^2$] și mai multe valori ale momentului rezistent exterior $T_L = (5 - 20)$ [$N\ m$].

5. Analiza stabilității motorului hidraulic rotativ

Cu valorile determinate mai sus s-a scris un program de analiză și trasare pe calculatorul numeric a caracteristicilor amplitudine-frecvență și fază — frecvență conform cu schema logică din fig. 11.

Relaţia pentru care s-a scris programul este relaţia (7) modificată în (12). constantele A şi B primind mai multe valori avînd în vedere datele numerice din capitolul 4. Două dintre caracteristici sînt reprezentate în fig. 12.a.b.

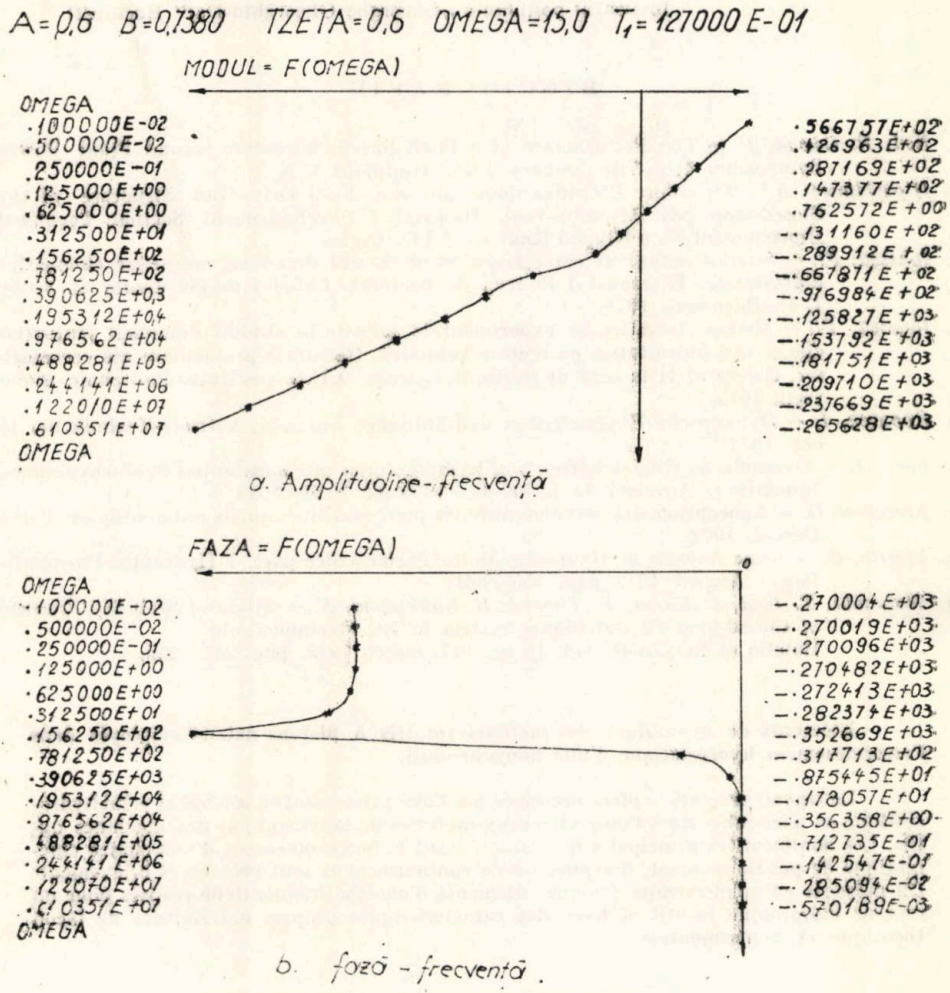


Fig. 12. Caracteristicile amplitudine — frecvenţă şi fază-frecvenţă la motorul BX 716.

Se remarcă stabilitatea motorului pe tot domeniul de frecvenţe cu excepţia frecvenţei proprii $\omega_{Mh} = 15[\text{rad} \cdot s^{-1}]$.

6. Concluzii

În anumite ipoteze simplificatoare, dar cu păstrarea unei bune precizii valorile caracteristicilor proprii, ω_{Mh} şi ξ_M precum şi a altor mărimi se pot determina pe cale experimentală, făcînd posibilă cunoaşterea

dinamicii motorului hidraulic și integrarea lui în studiul dinamicii întregului sistem comandă — motor — mașină-unealtă. Lucrarea prezintă în acest context o aplicație cu aspect teoretic, dar mai ales practic.

Catedra de mașini-unelte și scule
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Bell, R. Cowan, P.* — The Performance of a High Speed Sermotor. Second Fluid Power Symposium 4th—7th January 1971, Guildford U.K.
2. *Higashimoto, A.* — Dynamic Considerations on the Feed Drive and Structure of the Closed-loop NC Machine-Tool. Research § Developpement Section, Technical Departament Shin Nippon Koki co. LTD, Osaka.
3. *Ionescu, Fl.* — Stadiul actual al cercetărilor în domeniul dinamicii lanțurilor cinematice hidrostatice. Referatul I la teza de doctorat. Catedra mașini-unelte și scule, I. P. București. 1975.
4. *Ionescu, Fl.* — Metode teoretice și experimentale folosite în studiul dinamicii lanțurilor cinematice hidrostatice cu reglare volumică. Rezultate preliminare ale cercetărilor. Referatul II la teza de doctorat. Catedra M.U.S. Institutul Politehnic București. 1975.
5. *Kopaček, I.* — Dynamische Eingeschaften hydraulischer Antriebe. Antriebs-Technik nr. 10 oct. 1972.
6. *Lück, I.* — Dynamische Eingeschaften von hydromotoren mit konstanten Schluckvolumen. Industrie — Anzeiger 92 Ig nr. 45—1970 pg. 1020—1024.
7. *Marcillat, G.* — Conception des servomécanismes pour machines-outils automatiques. Paris, Dunod, 1972.
8. *Martin, C.* — Some Aspects of Hydraulic Motor Performance part. I Hydraulic Pneumatic Power August 1972 pag. 355—361
9. *Watanabe, T. Iwai, S. Kanai, T. Tanaka, H. Kameyama, A.* — Study of Stability Problem of Closed-loop Digital Servo System in NC Machine-Tools. Buletin of the JSME vol. 18 nr. 117, march 1975, pag. 247—255.

Eléments de dynamique des moteurs rotatifs à pistons axiaux employés dans l'asservissement hydrostatique d'une machine-outil.

Le travail présente la place occuppée par l'asservissement en général et celui hydrostatique en particulier dans l'ensemble des problemes de ladynamique des machines outils. Les nonlinéarites principales qui caractérisent le fonctionnement d'une chaine cinematique de positionnement, d'avance ou de contournement sont présentées brièvement. On présente en même temps quelques éléments d'analyse fréquentielle realisés pour un moteur hidraulique rotatif, à base des caractéristiques propres determinées de façon théorique et expérimentale.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SECȚIA MECANICĂ
Tomul XXXIX — 1977. Numărul 2

TEHNOLOGIA METALELOR

C.Z.:620.18/19

CERCETĂRI PRIVIND ÎMBUNĂTĂȚIREA METODELOR DE STUDIU METALOGRAFIC*

PETRE GLADCOV

În lucrare se prezintă unele realizări concrete ale Catedrei de Tehnologia Metalelor din Institutul politehnic București, în domeniul perfecționării metodelor metalografice, cu exemplificări asupra procedeelor de obținere și studiere a imaginilor reale ale structurilor metalografice.

Se știe că studiul metalografic este una din metodele moderne de investigație asupra materialelor metalice din care sînt executate cele mai multe din piesele ce intră în construcția mașinilor și instalațiilor de orice fel. El permite punerea în evidență a structurii metalelor și aliajelor și tragerea unor concluzii esențiale atît în ceea ce privește proprietățile acestora, cît și asupra măsurilor tehnologice care se impun în vederea îmbunătățirii acestor proprietăți, în conformitate cu necesitățile impuse de condiții de ordin funcțional.

De aceea, el intră în mod obligatoriu în programul de pregătire al unei largi categorii de specialități inginerești la care sînt prevăzute ore de laborator în Catedra Tehnologia Metalelor.

În vederea îmbunătățirii condițiilor de lucru în cadrul acestui tip de lucrări practice, s-a căutat să se obțină prin diferite mijloace, punerea în evidență a structurii metalografice în imagini reale și nu în imagini virtuale, așa cum este cazul la microscoapele obișnuite de laborator.

Din aceleași considerente, s-a căutat obținerea unor imagini la o putere de mărire mai mare decît acelea ce se pot obține în mod curent la microscoapele metalografice obișnuite.

Imaginea reală, materializată pe un ecran, a structurii metalografice, este net superioară imaginii virtuale, încît ea dă posibilitatea observării simultane a aceleiași probe metalografice, de către mai mulți observatori, de exemplu de către o întreagă grupă de studenți, mai ales dacă aceasta are dimensiuni suficient de mari. De asemenea, această imagine

* Manuscris predat redacției la data de 20 martie 1976.

permite efectuarea unui schimb de păreri asupra oricărui detaliu al structurii studiate, ceea ce în cadrul lucrărilor de laborator cu studenţii ridică efectiv nivelul calitativ al pregătirii ştiinţifice. Un alt aspect este cel economic, cu efect suficient de mare în cazul cînd în locul mai multor microscoape obişnuite de laborator, de exemplu 10—15, este folosit unul singur (evident, ceva mai scump datorită îmbunătăţirilor aduse în vederea realizării deziderateloг amintite mai sus).

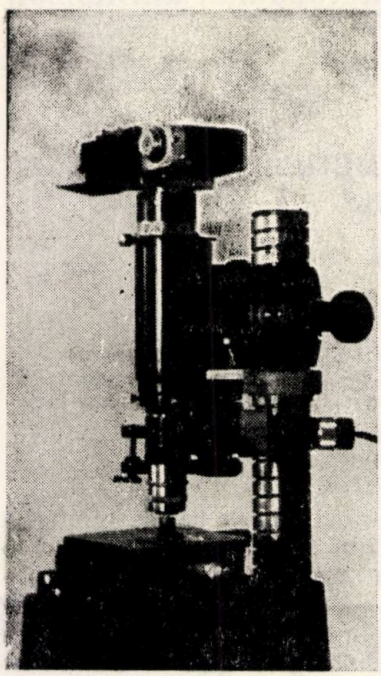


Fig. 1

Realizarea puterilor de mărire mai mari se impune în scopul studierii în condiţii mai bune a unor structuri cu granulaţie fină, care se realizează ca urmare a unor tratamente termice ale aliajelor metalice.

Pentru obţinerea comodă a imaginilor reale ale structurilor microscopice în cazul utilizării microscoapelor optice, se practică uneori soluţia fixării imaginii pe placa mată de punere la punct a imaginii unor aparate fotografice, montate în locul ocularului microscopului, ca în cazul fotografierii imaginii microscopice (Fig. 1). Dacă aparatul fotografic utilizat este de bună calitate, este posibilă obţinerea practică a unor imagini reale suficient de clare pe placa-vizor a acestuia.

Metoda prezintă însă dezavantajul că imaginea are dimensiuni mici (de obicei 2,5 × 3,5 cm) şi este realizată de obicei pe o placă înconjurată de un parasolar, ceea ce face practic imposibilă studierea ei de către mai multe persoane simultan, în afara faptului că puterea de mărire a sistemului optic utilizat este mică.

O altă metodă este aceea a utilizării unui microscop de cercetare, mai perfecţionat, dotat cu un sistem propriu de proiecţie a imaginii pe un ecran mat, avînd de obicei dimensiunile de circa 120 × 70 mm.

Aceste microscoape (fig. 2) sînt însă destul de rare încă şi suficient de scumpe, iar mărimea menţionată mai sus a imaginii reale obţinute, de asemenea nu satisface condiţiile impuse de studiul colectiv al imaginii. Puterea de mărire este cea obişnuită, iar luminozitatea şi claritatea imaginii nu sînt deosebite, astfel încît s-a considerat că nici acest sistem nu contribuie efectiv la îmbunătăţirea calitativă substanţială a lucrărilor de laborator. De aceea s-au căutat alte soluţii, care să satisfacă mai bine dezideratele amintite mai sus şi s-a ajuns la sistemul prezentat în fig. 3.

El se compune din microscopul optic 1, prevăzut cu unul din obiectivele lui obişnuite şi căruia i s-a demontat ocularul, ca în cazurile cînd se execută fotografierea imaginii microscopice, iar în locul acestuia se montează o bucşă de legătură 2, la care se racordează o cameră tranzisto-

rizată de luat vederi (de televiziune) 3. Aceasta se cuplează printr-un circuit închis de televiziune 4, la un televizor obișnuit 5.

În vederea efectuării studiului metalografic al unei probe oarecare, acesta se pregătește în mod obișnuit și apoi se așează pe măsuța microscopului, reglîndu-se claritatea imaginii cu ajutorul mecanismelor obișnuite

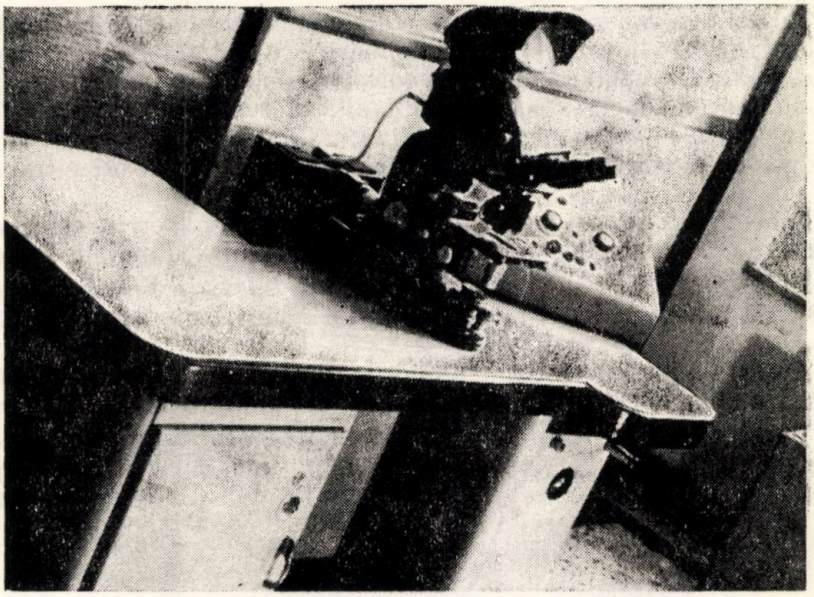


Fig. 2

ale microscopului optic. Rolul ocularului, sau al unui aparat de fotografiat este preluat de camera de luat vederi T.V., 3, circuitul închis T.V., 4 și televizorul 5, astfel: imaginea este preluată de camera T.V. (de la care s-a demontat obiectivul, întrucît rolul acestuia îl realizează chiar obiectivul microscopului); aceasta transformă imaginea optică într-un

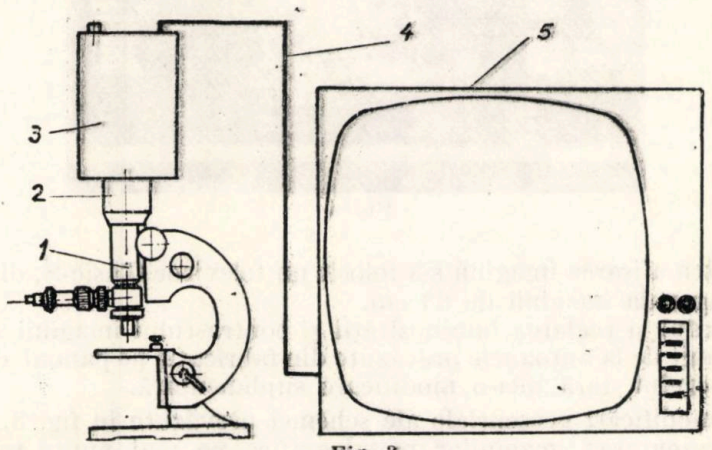


Fig. 3

sistem de semnale electrice, care se transmit prin cablul 4 la televizorul 5; acestuia îi revine rolul de a face operația inversă, adică aceea de a transforma prin sistemul bine-cunoscut, semnalele electrice în imagini vizuale reale.

În acest sistem obținem pe ecranul televizorului imaginea reală a structurii metalografice studiate.

Această imagine, avînd dimensiunile cunoscute ale ecranelor televizoarelor fabricate în țară, și puteri de mărire ce în mod frecvent depășesc 1000 x, poate fi comod analizată în colectiv, global sau pe porțiuni, discutîndu-se în mod concret fiecare detaliu al structurii.

Imaginea se poate ușor fotografia sau filma și de asemenea, se poate reproduce cu ajutorul unei instalații tele-recording, ca la orice transmisie T.V.

Schema din fig. 3 a fost realizată și experimentală cu succes în cadrul catedrei de Tehnologia Metalelor a Institutului politehnic București.

În instalația de studiu metalografic prin televiziune realizată practic (fig. 4), s-a folosit în locul microscopului obișnuit, un microdurimetru tip IIMT-3.

Aceasta a permis efectuarea unor măsurători foarte precise de microduritate a unor constituenți metalografici din anumite materiale metalice.

Bucșa de legătură a fost realizată în laboratorul de prelucrare prin așchiere a metalelor, aparținînd catedrei, astfel încît ea să permită cuplarea precisă și sigură a camerei T.V. cu sistemul optic al micro-durimetrului.

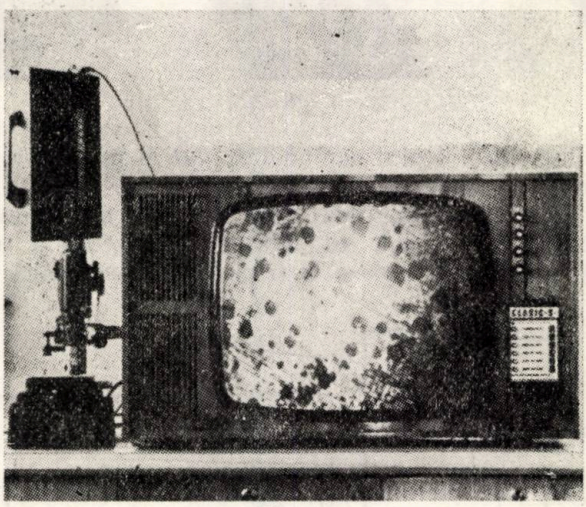


Fig. 4

Pentru afișarea imaginii s-a folosit un televizor Clasic-S, din comerț, avînd diagonala imaginii de 63 cm.

Acordul și reglarea luminozității și contrastului imaginii se face în mod obișnuit de la butoanele prevăzute din fabricație pe panoul de reglare al televizorului, fără nici-o modificare suplimentară.

Cu modificări neesențiale ale schemei prevăzute în fig. 3, se poate realiza prezentarea imaginilor metalografice pe mai multe televizoare,

aflate în locuri diferite, sau se pot cupla la același televizor, microscoape diferite, acordate corespunzător pe diferite canale. Aceste modificări permit o mai eficientă utilizare a timpului de lucru în laborator, întrucît elimină timpii auxiliari de schimbare a probelor și reglare a clarității imaginii la fiecare probă studiată în parte.

Cele de mai sus constituie unul din multiplele exemplele ce se pot da în scopul reflectării progreselor care se înregistrează zi de zi în metodele de cercetare și instruire practicate în prezent în învățămîntul nostru superior.

Catedra de tehnologia metalelor
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *S. Gâdea .a.* — Metalografie. Ed. Didactică și Pedagogică Buc. 1974
2. *M. Voicu, ș.a.* — Studiul și Tehnologia metalelor Ed. Didactică și Pedagogică 1975.

The Researches Concerning the Improvements of the Metallografic Microstructures

The paper described some of the concrets achievments of the Departament of Technology from the Polytechnical Institute from Bucharest in the fiels of improvement of the methods of metallographic study, with some examples of methods of obtaining and studying the real images of the metallographic microstructures.

Tiparul executat la „I. P. Informația" c. 7189

40 480

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
SERIA MECANICĂ

apare trimestrial, în continuarea vechilor periodice ştiinţifice : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et apliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" şi Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti.

Organizat pe baze noi, el reflectă în primul rînd activitatea ştiinţifică a corpului didactic din institut. În limita spaţiului disponibil, se pot publica şi lucrări ştiinţifice ale colaboratorilor din afara institutului.

Corespondenţa privind articolele, schimburile de publicaţii şi abonamentele se fac pe adresa institutului.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
РАЗДЕЛ МЕХАНИКИ

выходит четыре раза в год, являясь продолжением прежних научных периодических журналов „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliqués", „Buletinul Politehnicii din Bucureşti", и Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti.

Составленный на новых основах, он отражает в первую очередь научную деятельность преподавательского состава Бухарестского политехнического института. В пределах возможностей будут публиковаться и научно-исследовательские работы специалистов извне.

Переписка обмен периодическими изданиями и подписка производятся по адресу института.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
SERIES OF MECHANICS

The Bulletin is issued quarterly, continuing the old scientific periodicals : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" and Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti.

Organized on a new basis, it primarily reflects the scientific activity of the academic staff from Institute. Researchers from ontside the institute can also publish their papers within the available space.

The correspondance regarding the articles, change of publications and subscriptions are sent to the folwing address.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
SÉRIE MECANIQUE

paraît tous les trois mois, continuant les anciens periodiques scientifiques : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" et Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti.

Organisé sur de nouveaux principes il reflète tout d'abord l'activité scientifique du corps enseignant de l'Institut. Dans la limite de l'espace disponible on peut y publier aussi les travaux scientifiques des collaborateurs de l'extérieur.

L'adresse pour la correspondance concernant les articles, les échanges de publications et les abonnamants se trouve ci-dessous :

Adresa :

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
ROMÂNIA
Splaiul Independenţei nr. 313
Căsuţa Poştală nr. 2356
(pentru Buletinul Institutului)
Seria Mecanică

1977 DEC 9

Lei 20

1130/3

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

SERIA MECANICĂ

TOMUL XXXIX NUMĂRUL 3 ANUL 1977,
IULIE—SEPTEMBRIE

COMITETUL DE REDACȚIE

REDACTOR RESPONSABIL : Academician *Radu Voinea*

MEMBRII : Prof. dr. ing. *Constantin Bălă* (redactor responsabil adjunct); Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Buzdugan*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Cartianu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. dr. docent ing. *Virgil Constantinescu* ; Prof. dr. ing. *Alexandru Dănescu* ; Prof. dr. ing. *Gleb Drăgan* ; Prof. dr. ing. *Nicolae Geru* ; Prof. dr. ing. *Berthold Grünwald* ; Prof. dr. *Ion Grădișteanu* ; Prof. dr. ing. *Gheorghe Hortopan* ; Prof. ing. *Jean Moncea* ; Academician *Ecaterina Ciorănescu Nenițescu* ; Prof. dr. ing. *Aurel Oprean* ; Prof. dr. ing. *Mircea Petrescu* ; Prof. dr. ing. *Ion Popescu* ; Prof. dr. ing. *Marcel Segărceanu* ; Prof. dr. ing. *Călin Sergiu* (secretar științific) ; Prof. dr. *Octavian Stănășilă*; Prof. dr. docent ing. *Ion Teoreanu* ; Prof. dr. docent *Rodica Vilcu*.

Editor : Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Splaiul Independenței 313, cod. 77.206, Tel. 31.40.10, România, Căsuța poștală 2356 TELEX : 10.490 PIBUH

Readers from abroad can get subscriptions for this rewspaper trough ILEXIM import-export press, 13 Decembrie St. Nr. 3, P.O.B. 2001, telex 011226, Bucharest ROMÂNIA

Sumar

1883 1976 MAR 9

MATEMATICA

R. F. Constantin

Variabile aleatoare și funcții de repartiție, asociate mulțimilor convexe din spațiul M_2 3

Ana Burghelea

Asupra numerotării rădăcinilor unei familii de polinoame generice 11

MOTOARE CU ARDERE INTERNĂ

D. Taraza, A. Manole

Corelații între echilibrajul motorului și toleranțele de fabricație 17

TERMOTEHNICA

Vs. Radcenco, S. Dimitriu

Cu privire la corelația economicitate-ireversibilitate în cazul instalației frigorifice cu comprimare de aer, cu regenerarea. I 29

MECANICA FINĂ

Tr. Demian, D. Tudor, Mihaela Țenea

Asupra alegerii unei variante optime pentru angrenajele având dantura cicloidală aproximativă 39

MECANICA AGRICOLĂ

I. Roșca, I. Chelemen

Stabilirea parametrilor tocătorului-aruncător de la combinele de silcz cu ajutorul calculatorului electronic 47

REZISTENȚA MATERIALELOR

D. D. Boiangiu, I. Constantinescu

Cercetări experimentale asupra răspunsului arcului lamelar prerăsucit la o solicitare axială statică sau dinamică 55

Vasilica Cosac

Vibrațiile grinzilor continue suspendate pendular sub acțiunea forțelor perturbatoare 61

TEHNOLOGIA CONSTRUCȚIEI DE MAȘINI

A. Vlase

Alegerea unor parametri geometrici optimi la cuțitele de strunjit oțel inoxidabil 69

MAȘINI-UNELTE ȘI SCULE

V. Tabără

Condiții de realizare a unor trepte de reglare continuă a turațiilor la mașinile—unelte 73

I. Gheghea

Calculul dinamic pentru transmisiile cu roți dințate 81

TEHNOLOGIA METALELOR

Fl. Dumitrache, D. Drimer, I. Sonea, Gh. Calea, Iozef Cabelka

Cercetări privind aplicarea sistemelor oscilante complexe, cu oscilații de incovoiere, la sudarea cu ultrasunete a metalelor 89

ENERGETICĂ

N. Dănilă, G. Chercea

Metodă pentru calculul transmiterii căldurii în condensatoarele turbinelor cu abur din centralele termo și nuclearoelectrice 95

TRANSPORTURI

I. Sebeșan

Asupra unor aspecte ale funcționării în comun a elementelor sistemului de transmitere a puterii în curent alternativ al unei locomotive cu turbină cu gaze . . . . . .

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XXXIX — 1977, Numărul 3

MATEMATICĂ

C.Z.: 516 : 519. 2

VARIABILE ALEATOARE ȘI FUNCȚII DE REPARTIȚIE, ASOCIATE MULȚIMILOR CONVEXE DIN SPAȚIUL M_2*

RADU F. CONSTANTIN

Această lucrare tratează o problemă din domeniul de frontieră al geometriei integrale și teoriei probabilităților. Variabilele aleatoare $\xi_B(g)$ introduse în spațiul minkowskian M_2 sînt reprezentate prin intersecția unei mulțimi boreliene și mărginite $B \subset M_2$, cu dreapta g. Pe σ — algebra mulțimilor măsurabile de drepte, în raport cu o măsură invariantă la mișcările spațiului M_2, se introduce o probabilitate condiționată.
Se definesc funcțiile de repartiție ale variabilelor aleatoare $\xi_B(g)$ și sînt studiate proprietățile lor în cazul cînd $B \subset M_2$ este o mulțime convexă.

Fie M_2 spațiul minkowskian bidimensional ([1], [3], [5]). În geometria integrală a spațiului M_2 intervin adesea formule integrale relative la mulțimi de puncte intersectate cu mulțimi de drepte. În acest articol vom considera mulțimi de puncte din M_2, boreliene și mărginite iar de cele mai multe ori ele vor fi presupuse și convexe. Introducem variabilele aleatoare $\xi_B(g)$ reprezentînd măsura minkowskiană unidimensională a mulțimii $g \cap B$; g este o dreaptă arbitrară din M_2 iar $B \subset M_2$ o mulțime boreliană și mărginită. Pe σ-corpul (σ-algebra Boole) a tuturor mulțimilor de drepte măsurabile în raport cu o măsură μ ([3], [5], [6]) se definește o probabilitate condiționată, ca fiind cîtul a două măsuri invariante la mișcările minkowskiene. În felul acesta apare posibilitatea ca pentru variabilele aleatoare $\xi_B(g)$ să putem defini funcțiile de repartiție și să studiem proprietățile lor. Folosind noțiunile de „dilatație axială" și „simetrie în sens Steiner" ([2]), vom putea demonstra continuitatea funcției de repartiție, pentru variabilele $\xi_B(g)$, cînd $B \subset M_2$ este convexă.

1. Lungimile de coardă ca variabile aleatoare

Notăm cu $G \subset M_2$, mulțimea tuturor dreptelor. Fie $B \subset M_2$ o mulțime boreliană și mărginită, iar $g \in G$, o dreaptă arbitrară.

* Manuscris predat redacției la data de 3 aprilie 1976

Definiția 1.1. Numim lungime a corzii determinată de $g \in G$, în mulțimea $B \subset M_2$, măsura minkowskiană unidimensională a mulțimii $g \cap B$. Vom nota prin urmare :

$$\xi_B(g) = \|g \cap B\| \ . \tag{1.1}$$

Teorema 1.1. Dacă $B \subset M_2$ este o mulțime boreliană și mărginită atunci $\xi_B(g)$ este o funcție măsurabilă de g (variabilă aleatoare).

Demonstrație. Vom ține seama că norma minkowskiană în M_2 se definește cu ajutorul unei curbe convexe închise (U) numită indicatoare ([1], [3]). Presupunînd că am translatat centrul de simetrie al indicatoarei (U) într-un punct arbitrar al dreptei g, obținem :

$$\|g \cap B\| = 2 \cdot \frac{\|g \cap B\|_e}{\|g \cap U\|_e} .$$

unde $\|g \cap B\|_e$, $\|g \cap U\|_e$ reprezintă lungimile euclidiene ale corzilor determinate de g în B respectiv U. Dacă notăm cu $\xi_B^e(g) = \|g \cap B\|_e$ și $\xi_U^e(g) = \|g \cap U\|_e$, atunci este evident că funcția $\xi_B(g)$ este cîtul a două funcții depinzînd de g, măsurabile, ([7]), deci este o variabilă aleatoare.

Fie μ măsura unei mulțimi de drepte $G \subset M_2$, definită prin :

$$\mu(G) = \int_{G^*} \lambda^{-1}(\varphi) |dH \wedge d\varphi| \tag{1.2}$$

unde G^* reprezintă mulțimea corespunzătoare lui G, în spațiul parametrilor minkowskieni (H, φ), ce determină poziția dreptei $g \in G \subset M_2$ ([3], [5]). Vom nota măsura elementară a unei mulțimi de drepte G,

$$d\mu(G) = \mathrm{d}g = \lambda^{-1}(\varphi) |dH \wedge d\varphi| \ . \tag{1.3(}$$

Are loc următoarea teoremă ce o vom folosi ulterior:

Teorema 2.1. (D. Chakerian [5]). Dacă $B \subset M_2$, este o mulțime boreliană mărginită și convexă, iar ξ_B (g) lungimea minkowskiană a corzii determinate de o dreaptă $g \in G$ în B, atunci în raport cu măsura 1.3 avem :

$$\int_{g \cap B \neq \Phi} \xi_B(g) dg = cS \ . \tag{1.4}$$

unde

$$c = \frac{1}{2} \int_{-\pi}^{+\pi} \lambda^{-1}(\varphi) \, d\varphi \tag{1.5}$$

este aria izoperimetricei (T) a planului M_2 (vezi [1], [5]) iar S aria mulțimii B.

2. Funcții de repartiție pentru variabilele aleatoare $\xi_B(g)$

Fie $G \subset M_2$ mulțimea tuturor dreptelor, iar $K \subset P(G)$, σ-corpul tuturor părților lui G care sînt μ-măsurabile. Măsura μ la care ne referim aici este măsura unei familii de drepte din M_2, invariantă la mișcările minkowskiene și definită prin (1.2), (1.3). Dacă notăm cu $K_1 \subset K$ familia tuturor mulțimilor de drepte μ-măsurabile avînd proprietatea că oricare ar fi mulțimea $B \in K_1$, avem $0 < \mu(B) < \infty$, atunci putem defini peste cîmpul borelian $\{G, K\}$ o probabilitate condiționată ca fiind cîtul a două măsuri invariante la mișcările minkowskiene, astfel:

Pentru orice $A \in K$ și orice $B \in K_1$ definim aplicația: $P_B : K \to R$

$$P_B(A) = \frac{\mu(A \cap B)}{\mu(B)} \tag{2.1}$$

adică probabilitatea de a obține o dreaptă din A dacă alegem la întîmplare o dreaptă din B.

Este evident faptul că aplicația (2.1) satisface proprietățile din definiția unei măsuri. De asemenea tot din (2.1) rezultă că pentru orice A_1, $A_2 \in K$ și orice $B \in K_1$ avem:

$$P_B(A_1 \cap A_2) = P_B(A_2) \cdot P_{A_2 \cap B}(A_1). \tag{2.2}$$

În raport cu cîmpul de probabilitate $\{G, K, P\}$ vom defini funcția de repartiție a variabilelor aleatoare $\xi_B(g)$ definite prin (1.1).

Definiția. 2.1. Fie $B \subset B' \subset M_2$ două mulțimi boreliene, mărginite. Numim funcție de *repartiție relativă* a variabilei aleatoare $\xi_B(g)$ aplicația $F_{B/B'} : R \to R$ definită prin:

$$F_{B/B'}(x) = P\{g : \xi_B(g) < x / g \cap B' \neq \Phi\} \tag{2.3}$$

adică probabilitatea ca dreapta $g \in G$ să taie în $B \subset M_2$ o coardă de lungime minkowskiană $\|g \cap B\| < x$, condiționată de faptul că g intersectează mulțimea B'.

În cazul $B = B'$, vom nota funcția de repartiție a lungimii de coardă cu $F_B(x)$ și o vom numi funcție de *repartiție absolută*.

Are loc următoarea teoremă:

Teorema 2.1. Dacă $F_{B/B'}(x)$ și $F_B(x)$ sînt funcțiile de repartiție relativă și absolută ale variabilei aleatoare $\xi_B(g)$, atunci

$$F_{B/B'}(x) = \begin{cases} p_0 + (1 - p_0)F_B(x) & x > 0 \\ 0 & x \leqslant 0 \end{cases} \tag{2.4}$$

unde

$$p_0 = P\{g : \xi_B(g) = 0 / \xi_{B'}(g) \neq 0\}$$

Demonstrație. Vom nota :

$$A = \{g : \xi_B(g) < x\},\ A_0 = \{g : \xi_B(g) = 0\},\ A_1 = \{g : 0 < \xi_B(g) < x\}$$

$$A_2 = \{g : \xi_B(g) \neq 0\},\ A_3 = \{g : \xi_B(g) \neq 0\}$$

Pentru $x \leqslant 0$, avem evident $F_{B/B'}(x) = 0$, deoarece $\xi_B(x) \geqslant 0$.

Pentru $x > 0$, deoarece $A_0 \cup A_1 = A$, $A_0 \cap A_1 = \emptyset$, $A_1 = A \cap A_2$, $A_2 \subset A_3$, $A_2 = A_0^c$ obținem : $P_{A_3}(A) = P_{A_3}(A_0) + P_{A_3}(A_1)$.

Folosind (2.2) pentru mulțimea A_1, și notînd $p_0 = P_{A_3}(A_0)$ obținem : $P_{A_3}(A) = p_0 + (1 - p_0)F_B(x)$, $x > 0$ unde $F_B(x) = P_{A_2}(A)$.

Teorema 2.2. Dacă $B \subset B' \subset M_2$ sînt două mulțimi convexe, ale căror frontiere ∂B, $\partial B'$ au lungimile minkowskiene L_B respectiv $L_{B'}$, atunci funcțiile de repartiție relativă și absolută ale variabilei $\xi_B(g)$ satisfac relația :

$$F_{B/B'}(x) = \begin{cases} 1 - \dfrac{L_B}{L_{B'}} + \dfrac{L_B}{L_{B'}} F_B(x) & x > 0 \\ 0 & x \leqslant 0 \end{cases} \tag{2.5}$$

Demonstrație. Relația (2.5) decurge din (2.4) și din faptul că pentru curbele convexe ∂B și $\partial B'$ formula generalizată a lui Crofton [5] în M_2, ne dă :

$$\int_{g \cap \partial B \neq \Phi} d\mu(g) = L_B,\ \int_{g \cap \partial B' \neq \Phi} d\mu(g) = L_{B'} \tag{2.6}$$

unde măsura elementară $d\mu(g)$ este dată prin (1.3).

3. Dilatația axială și simetria în sens Steiner.

Noțiunile de dilatație axială și simetrie în sens Steiner au fost definite de către T. Bonensen și W. Fenchel [2]. Vom da definițiile și proprietățile ce ne vor fi utile pentru demonstrarea teoremei cu privire la continuitatea funcției de repartiție absolută $F_B(x)$ asociată variabilei aleatoare $\xi_B(g)$.

Definiția 3.1. Numim dilatație axială în spațiul euclidian E_2 (asociat lui M_2), după o direcție $\vec{u}$, o transformare punctuală a lui E_2, $\vec{x} \to \vec{x}^*$ dată prin :

$$\vec{x}^* = \vec{x} + (a - 1) < \vec{x}, \vec{u} > \vec{u} \tag{3.1}$$

unde $\vec{u}$ este versor euclidian fixat, $a > 0$, iar $<,>$ produsul scalar în E_2. (Evident oricărui punct din E_2 îi corespunde un vector $\vec{x}$ și reciproc).

Propoziția 3.1. Dacă notăm cu $K \subset E_2$ o mulțime convexă, atunci transformata sa K^* prin dilatația (3.1), este tot convexă.

Propoziția 3.2. Punctele invariante printr-o dilatație axială sînt acelea pentru care vectorii corespunzători sînt ortogonali direcției de dilatație $\vec{u}$.

Propoziția 3.3. Dacă notăm cu K o curbă, convexă, închisă, iar prin K^* dilatata ei în direcția $\vec{u}$, atunci pentru orice două puncte $\vec{x}_1$, $\vec{x}_2$, din K, situate pe o dreaptă g paralelă cu axa de dilatație $\vec{u}$, vom avea :

$$\| \vec{x}_1^* - \vec{x}_2^* \|_e = a \| \vec{x}_1 - \vec{x}_2 \|_e \tag{3.2}$$

unde $\vec{x}_1^*$, $\vec{x}_2^*$ corespund perechii $\vec{x}_1$, $\vec{x}_2$ prin (3.1).

Fie acum $A \subset E_2$, un domeniu plan mărginit, iar g o dreaptă fixă. Fie P un punct al dreptei g, astfel încît o dreaptă g_P ortogonală lui g și trecînd prin P intersectează mulțimea A.

Să notăm cu $m_1^e(A \cap g_P)$ măsura Lebesgue a mulțimii $A \cap g_P$. Construim în P, de o parte și de alta a dreptei g, pe direcția lui g_P, segmente egale cu $\frac{m_1^e(A \cap g_P)}{2}$. Variind apoi punctul $P \in g$ în toate pozițiile pentru care $A \cap g_P \neq \emptyset$ și făcînd construcția precedentă obținem o mulțime A^*.

Definiția 3.2. Numim simetricul în sens Steiner pentru A (sau medianta lui A), mulțimea A^*.

Propoziția 3.4. Medianta unei mulțimi convexe A, în raport cu o dreaptă fixă g, este tot o mulțime convexă A^*, simetric așezată față de dreapta g.

Vom dovedi în spațiul M_2 :

Teorema 3.1. Funcția de repartiție absolută $F_B(x)$ asociată variabilei aleatoare $\xi_B(g)$ pentru un domeniu convex și mărginit $B_C M_2$, este continuă.

Demonstrație. Din teoria probabilităților [6] este cunoscut că saltul funcției de repartiție $F_B(x)$ este :

$$S(x) = P\{g : \xi_B(g) = x\}. \tag{3.3}$$

În cazul nostru :

$$F_B(x) = P\{g : \xi_B(g) < x / g \cap B \neq \emptyset\}.$$

Dacă $c < 0$, atunci $F_B(c) = 0$, deoarece $\xi_B(g) \geqslant 0$. Deci pentru $c < 0$, avem $S(c) = 0$ și teorema este adevărată. Ne rămîne cazul $c \geqslant 0$, pentru care vom arăta că $S(c) = 0$.

Notăm cu :

$$\widetilde{A} = \{g : \xi_B(g) = c\}, \quad \widetilde{B} = \{g : g \cap B \neq \emptyset\}$$

Atunci conform formulei lui Crofton, folosind (1.3) se obține

$$S(c) = \frac{\int_{\xi_B(g)=c} d\mu(g)}{L_B} \tag{3.4}$$

unde L_B este lungimea minkowskiană a frontierei ∂B pentru mulțimea $B \subset M_2$. Dacă $c = 0$, atunci orice dreaptă $g \in \widetilde{A} \cap \widetilde{B}$ va fi tangentă la ∂B și deci $H = H(\varphi)$. Atunci $dH \wedge d\varphi = 0$, de unde conform (1.3) și (3.4) rezultă $S(c) = 0$. Dacă $c > 0$, vom considera o direcție fixă $\vec{u}$ (versor euclidian) paralel cu $\vec{t}(\varphi)$, unde amplitudinea φ este fixată. Fie g o dreaptă determinată de parametrii minkowskieni (H, φ). Dacă notăm $\xi_B(g) = \xi_B(H, \varphi)$, atunci din (1.1) rezultă:

$$\xi_B(H, \varphi) = a\,\xi_B^e(p, \alpha) \tag{3.5}$$

unde $\xi_B^e(p, \alpha) = \|g \cap B\|_e$, $a = \frac{1}{\|\vec{t}(\varphi)\|_e}$, (p, α) parametrii euclidieni (normali) ai dreptei g. Notînd cu B^*, dilatata mulțimii B în direcția $\vec{u}$, conform cu (3.2), avem:

$$\|\vec{x}_1^* - \vec{x}_2^*\|_e = a\,\|\vec{x}_1 - \vec{x}_2\|_e = \xi_B(H, \varphi)\,. \tag{3.6}$$

Deci, putem privi lungimea minkowskiană $\xi_B(H, \varphi)$ din B ca fiind lungimea euclidiană a corzii determinată de g în dilatata B^* a lui B. Așadar

$$\xi_B(H, \varphi) = \xi_{B^*}^e(p, \alpha). \tag{3.7}$$

Mulțimea B^* este tot convexă datorită propoziției (3.1). Fie $d \in M_2$ o dreaptă ortogonală direcției fixe $\vec{t}(\varphi)$. Conform propoziției (3.4) medianta B^{**} pentru mulțimea B^* este tot convexă. Se poate dovedi însă, că pentru φ fixat parametrul minkowskian H depinde liniar de parametrul euclidian p. Dar $\xi_{B^*}^e(p, \alpha)$ ca funcție de p, crește din stînga lui p și scade la dreapta acestuia ([7]). Deci $\xi_{B^*}^e(p, \alpha)$ poate avea un singur maxim sau mai multe, în funcție de p. În cazul unui singur maxim vor exista cel mult două valori pentru p (respectiv H) astfel încît

$$\xi_{B^*}^e(p, \alpha) = \xi_B(H, \varphi) = c, \quad \text{cu} \quad c > 0.$$

Deci:

$$\int_{\xi_B(H,\varphi)c>0} \lambda^{-1}(\varphi)\,|dH \wedge d\varphi| = \int \lambda^{-1}(\varphi)\,d\varphi \int_{\substack{\varphi \text{ fixat} \\ \xi_B(H,\varphi)=c>0}} dH = 0$$

și prin urmare $S(c) = 0$.

Dacă $\xi^{\varepsilon}_{B^*}(p, \alpha) = \xi_B(H, \varphi)$, nu are un singur maxim, atunci ([7]), mulțimea dreptelor g care intervin în calculul saltului $S(c)$ este o reuniune cel mult numărabilă de mulțimi de măsură nulă și deci la fel ca mai sus $S(c) = 0$ pentru $c > 0$.

Catedra de matematici II
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Biberștein, O.*, Elements de géométrie differentielle. Thèse Fac. Sc. Univ. Montreal (1957)
2. *Bonnensen, T., Fenchel, W.*, Teorie der Konvexen Korper. Ergeb. der. Math. ed. Springer, Berlin, (1934).
3. *Busemann, H.*, The Foundations of Minkowskian Geometry, Comm. Math. Helv., 24, 156—187 (1950).
4. *Busemann, H.*, Convex Surfaces (Trlanslated in the Russian), Moscow (1964).
5. *Chakerian, G. D.*, Integral Geometry in the Minkowski Plane. Duke. Math. J. 29, 375—382. (1962).
6. *Onicescu, O.*, Principiile teoriei probabilităților. Edit. Academiei, București (1969).
7. *Sulanke, R.*, Die Verteilung der Sehnenlängen an ebenen und raümlichen Figuren. Math. 23, 1, 51—74 (1961).
8. *Vrănceanu, Gh.*, Lecții de geometrie diferențială. Vol. II, III (1952), (1960), București.

Aleatory Variables and Functions of Distribution Asociated with the Convex Sets in M_2 — space.

This paper, manipulates a problem from a border field between integral geometry and theorie of probabilities. The aleatory variables $\xi_B(g)$ are introduced in the Minkowskian bidimensional M_2 space reprezently the intersection between a limited and Borelian set, $B \subset M_2$ and a line g. A conditioned probability is introduced in the σ — algebra of the sets of lines that can be measurable in rapport with a certain invariant measure to the movements in M_2 — space.

The functions of distribution of the variables—are defined and their properties are studied in case when $B \subset M_2$ is a convex set.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XXXIX — 1977, Numărul 3

C.Z.: 517. 525. 2

ASUPRA NUMEROTĂRII RĂDĂCINILOR UNEI FAMILII DE POLINOAME GENERICE *

ANA BURGHELEA

Lucrarea se ocupă cu soluționarea următoarei probleme:
Considerînd familia de polinoame generice de grad n:

(1) $$z^n + a_1(t)z^{n-1} + \ldots\ldots + a_n(t), \text{ cu } a_i : \mathfrak{X} \to \mathcal{C},$$

aplicații continue pe un spațiu topologic $\mathfrak{X}$ cu valori complexe, pentru orice $t \in \mathfrak{X}$, polinomul (1) admite n rădăcini.

Scopul lucrării este de a da o condiție suficientă pentru existența a n funcții continue $\lambda_i : \mathfrak{X} \to \mathcal{C}$ $1 \leqslant i \leqslant n$, astfel încît $(\forall)t \in \mathfrak{X}$ n-upul $(\lambda_1(t), \ldots\ldots \lambda_n(t))$ să reprezinte, în ordinea dată, toate rădăcinile polinomului (1).

Fie (1) familia de polinoame generice de grad n:

$$z^n + a_1 z^{n-1} + \ldots. + a_n, \tag{1}$$

unde $a_i : \mathfrak{X} \to \mathcal{C}$ sînt funcții continue definite pe un spațiu topologic $\mathfrak{X}$ cu valori complexe. Cum, $(\forall)t \in \mathfrak{X}$, polinomul (1) are n rădăcini complexe, are sens să se pună următoarea problemă:

Există n funcții continue $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$ definite pe $\mathfrak{X}$ cu valori complexe (i.e. $\lambda_i : \mathfrak{X} \to \mathcal{C}$) astfel încît, $(\forall)t \in \mathfrak{X}$ n-uplul $(\lambda_1(t), \lambda_2(t), \ldots, \lambda_n(t))$ să reprezinte toate rădăcinile polinomului (1). În caz afirmativ, se spune că rădăcinile polinomului (1) pot fi numerotate.

Pentru un spațiu topologic $\mathfrak{X}$, arbitrar, rădăcinile polinomului nu pot fi în general numerotate, este suficient a considera cazul $n = 2$, $\mathfrak{X} = \mathcal{C}$, $a_1(t) = 0$, $a_2(t) = 1$.

În teorema ce urmează vom da o condiție suficientă pentru ca problema pusă să aibă soluție, cu alte cuvinte, să existe funcția continuă $\Lambda : \mathfrak{X} \to C$, astfel încît $(\forall)t \in \mathfrak{X}$, componentele lui $\Lambda(t)$(i.e. $(\lambda_1(t), \lambda_2(t), \ldots, \lambda_n(t) = \Lambda(t))$ să reprezinte toate rădăcinile polinomului (1).

* Manuscris predat redacției la data de 14 decembrie 1976

Teorema 1. Dacă $\mathfrak{X} = \mathbb{R}$, sau un interval inclus în R, atunci există funcția continuă $\Lambda : \mathfrak{X} \to \mathcal{C}^n$, astfel încît $(\forall)t \in \mathfrak{X}$ n-uplul $(\lambda_1(t),\ldots,\lambda_n(t))$ reprezintă toate rădăcinile polinomului generic de grad n.
Pentru demonstrarea teoremei 1 sînt necesare anumite pregătiri.
Fie funcția $A : \mathfrak{X} \to \mathcal{C}^n$, funcție continuă de componente $(a_1(t),\ldots,a_n(t)) = A(t)$, $t \in \mathfrak{X}$ unde a_i sînt funcțiile care intervin în polinomul (1).
Fie funcția $\overline{\sigma} : \mathcal{C}^n \to \mathcal{C}^n$ definită astfel:

$(\forall)z \in \mathcal{C}^n$ $\overline{\sigma}(z) = (-\sigma_1(z), \sigma_2(z), \ldots (-1)^n \sigma_n(z))$, unde σ_i, $1 \leqslant i \leqslant n$ sînt

funcțiile simetrice, i.e.

$$\sigma_1(z_1,\ldots,z_n) = \sum_1^n z_i$$

$$\sigma_2(z_1,\ldots,z_n) = \sum_1^n z_j z_i, < j$$

. . . . . .

$$\sigma(z_1,\ldots.z_n) = \prod_1^n z_j$$

Aplicația definită este continuă.
Propoziția 1. Pentru ca rădăcinile familiei de polinoame generice de grad n date de $A = (a_1,\ldots a_n) : \mathfrak{X} \to \mathcal{C}^u$ să poată fi numerotate, este necesar și suficient să existe aplicația continuă $\Lambda : \mathfrak{X} \to \mathcal{C}^n$ astfel încît să fie comutativă diagrama (I)

$$\begin{array}{ccc} & \overline{\sigma} & \\ \mathcal{C}^n & \to & \mathcal{C}^n \\ \Lambda \nwarrow & & \nearrow \mathfrak{X} \end{array} \qquad (I)$$

Demonstrația este imediată observînd că dacă $\lambda_1(t),\ldots,\lambda_n(t)$ sînt rădăcinile polinomului $z^n + a_2(t)z^{n-1} + \ldots a_n(t)$, atunci au loc egalitățile:

$$\sigma_1(\lambda_1(t), \lambda_2(t), \ldots \lambda_n(t)) = -(\lambda_1(t) + \ldots \lambda_n(t) = a_1(t)$$

. . . . . .

$$\sigma_n(\lambda_1(t), \lambda_2(t), \ldots \lambda_n(t)) = (-1)^n \lambda_1(t)\lambda_2(t)\ldots\lambda_n(t) = a_n(t)$$

și reciproc.
Definiție

Se consideră G un grup topologic, $\mathfrak{X}$ un spațiu topologic, aplicația continuă $\mu : G \times \mathfrak{X} \to \mathfrak{X}$ se numește acțiune de grup dacă verifică proprietățile :

1) $(\forall) g_1, g_2 \in G$, $x \in \mathfrak{X}$ are loc : $\mu(g_1, \mu(g_2, x)) = \mu(g_1 g_2, x)$

2) $(\forall) x \in \mathfrak{X}$, $e \in G$, elementul unitate, are loc$\mathfrak{X}$: $\mu(e, x) = x$

Se observă că acțiunea de grup μ induce o relație de echivalență pe $\mathfrak{X}$, definită : $(\forall) x, y \in \mathfrak{X}$, xRy dacă și numai dacă ; $(\exists)\, g \in G$ astfel încît $y = \mu(g, x)$.

Notînd cu $\hat{\mathfrak{X}}$ mulțimea cît, se consideră aplicația $\pi : \mathfrak{X} \to \hat{\mathfrak{X}}$ definită : $(\forall) x \in \mathfrak{X}$, $\pi(x) = [x]$ (duce pe x în clasa sa de echivalență).

$\hat{\mathfrak{X}}$ se înzestrează cu topologia cît, adică $(\forall)\, B \subset \hat{\mathfrak{X}}$ este deschisă dacă și numai dacă $\pi(B)$ este deschisă în $\mathfrak{X}$. Se observă atunci imediat că aplicația π este continuă.

Să considerăm un caz particular de acțiune de grup și anume : $\mathfrak{X} = \mathcal{C}^n$, $G = P^n$ (grupul permutărilor de n elemente, înzestrat cu topologia discretă).

$$\mu : P^n \times \mathcal{C}^n \to \mathcal{C}^n \text{ dat de : } \mu(\sigma, (z_1, z_2, \ldots z_n)) = (z_{\sigma(1)}, \ldots z_{\sigma(n)}).$$

Se constată cu ușurință că μ astfel definită este o acțiune de grup.

Teorema 2. Fie G un grup topologic compact, T-interval inclus în $\mathbb{R}$, $\mathfrak{X}$ spațiu topologic, $\mu : G \times \mathfrak{X} \to \mathfrak{X}$ o acțiune de grup, $\pi : \mathfrak{X} \to \hat{\mathfrak{X}}$ aplicație continuă indusă de μ, atunci oricare ar fi aplicația continuă $\Phi : T \to \hat{\mathfrak{X}}$ există o aplicație continuă $\Lambda : T \to \mathfrak{X}$ astfel încît este comutativă diagrama II :

$$\begin{array}{ccc} & \overset{\pi}{} & \\ \mathfrak{X} & \to & \hat{\mathfrak{X}} \\ \Lambda \nwarrow & T & \nearrow \Phi \end{array} \qquad \text{(II)}$$

Pentru demonstrație [1].

Aplicarea teoremei 2 cazului particular al acțiunei de grup μ considerat mai înainte conduce la :

Propoziția 2. Fie P^n grupul finit al permutărilor de n elemente, $\mathcal{C}^n$ spațiul topologic, $\mu : P^n \times \mathcal{C}^n \to \mathcal{C}^n$ acțiunea de grup (definită în pg. 13), aplicația continuă indusă de acțiunea μ, atunci oricare ar fi aplicația continuă $\Phi : \mathcal{T} \to \widehat{\mathcal{C}^n}$, $\mathcal{T}$ fiind interval compact inclus în $\mathbb{R}$, există o aplicație $\Lambda : \mathcal{T} \to \mathcal{C}^n$ astfel încît este comutativă diagrama III :

$$\begin{array}{ccc} & \overset{\pi}{} & \\ \mathcal{C} & \to & \widehat{\mathcal{C}^n} \\ \Lambda \nwarrow & \mathcal{T} & \nearrow \Phi \end{array} \qquad \text{(III)}$$

Propoziția 3. Spațiul cît $\widehat{\mathcal{C}^n}$ homeomorf cu $\mathcal{C}^n$ Altfel spus, considerînd aplicațiile continue $\bar{\sigma} : \mathcal{C}^n \to \mathcal{C}^n$ (definită la pg. 12), $\pi : \mathcal{C}^n \to \widehat{\mathcal{C}^n}$, există

$\theta : \mathcal{C}^n \to \widehat{\mathcal{C}^n}$ homeomorfism, astfel încît este comutativă diagrama IV

$$\begin{array}{ccc} & \overset{\bar{\sigma}}{} & \\ \mathcal{C}^n & \to & \mathcal{C}^n \\ \pi \nwarrow & \widehat{\mathcal{C}^n} & \nearrow \theta \end{array} \qquad \text{(IV)}$$

Demonstrație :
Aplicația θ se definește astfel : fie $(z_1, z_2, \ldots z_n) \in \mathcal{C}^n$, considerăm, cum $\bar{\sigma}^{-1}(z_1, \ldots z_n)$ nu este vidă (polinomul de grad n cu coeficienții 1, $z_1, \ldots z_n$ are n rădăcini complexe), $(x_1, \ldots x_n) \in \bar{\sigma}^{-1}(z_1, \ldots z_n)$, atunci θ $(z_1, \ldots z_n)$ va fi luat prin definiție : $\theta(z_1, \ldots z_n) = \pi(x_1, \ldots x_n)$. Trebuie observat că definiția este corectă, adică dacă se consideră $(y_1, \ldots y_n) \in \bar{\sigma}^{-1}(z_1, \ldots z_n)$ cu $(y_1, \ldots y_n) \neq (x_1, \ldots x_n)$ totuși $\pi(x_1, \ldots x_n) = \pi(y_1, \ldots y_n)$ adevărat, pentrucă există o permutare σ astfel încît $(y_1, \ldots y_n) = (x_{\sigma(1)}, \ldots x_{\sigma(n)})$ (n-uplele $(x_1, \ldots x_n)$ și $(y_1, \ldots y_n)$ reprezintă rădăcinile, în două ordini diferite, ale polinomului de grand n cu coeficienții 1, z_1, $z_2, \ldots z_n$).
Arătăm că aplicația θ este un homeomorfism
1) este injectivă : fie $(z_1, z_2, \ldots z_n)$ și $(t_1, t_2, \ldots t_n)$ astfel încît $\theta(z_1, \ldots z_n) = \theta(t_1, \ldots t_n)$, aceasta înseamnă, conform definiției lui θ, că dacă $(x_1, \ldots x_n) \in \bar{\sigma}^{-1}(z_1, \ldots z_n)$, $(y_1, \ldots y_n) \in \bar{\sigma}^{-1}(t_1, \ldots t_n)$ atunci are loc $\theta(z_1, \ldots z_n) = \pi(x_1, \ldots x_n)$ $\theta(t_1, \ldots t_n) = \pi(y_1, \ldots y_n)$, deci $\pi(x_1, \ldots x_n) = \pi(y_1, \ldots y_n)$ deci $(z_1, \ldots z_n) = \bar{\sigma}^{-1}(x_1, \ldots x_n) = \bar{\sigma}^{-1}(y_1, \ldots y_n) = (t_1, \ldots t_n)$, adică θ este injectivă.

2) θ este surjectivă : $(\forall)$ clasa $[x_1, \ldots x_n] \in \widehat{\mathcal{C}^n}$, există $(y_1, \ldots y_n) \in \mathcal{C}^n$ astfel încît $\theta(y_1, \ldots y_n) = [x_1, \ldots x_n]$, anume $(y_1, \ldots y_n) = \bar{\sigma}(x_1, \ldots x_n)$ deci există aplicația $\theta^{-1} : \widehat{\mathcal{C}^n} \to \mathcal{C}^n$
3) θ^{-1} este continuă : fie $B \subset \mathcal{C}^n$ mulțime deschisă în $\mathcal{C}^n$, arătăm că $(\theta^{-1})^{-1}(B) = \theta(B)$ este deschisă în $\widehat{\mathcal{C}^n}$. Cum B este deschisă în $\mathcal{C}^n$ și $\bar{\sigma}$ este continuă, rezultă că $\bar{\sigma}^{-1}(B)$ este deschisă în $\mathcal{C}^n$, dar $\pi(\bar{\sigma}^{-1}(B)) = \theta(B)$ și este deschisă pentrucă $\widehat{\mathcal{C}^n}$ are topologia cît.
4) θ este continuă : se știe că are loc următoarea proprietate : dacă coeficienții a_i, $1 \leqslant i \leqslant n$, ai polinomului $z^n + a_1 z^{n-1} + \ldots + a_n$ sînt mărginiți atunci și rădăcinile acestui polinom sînt mărginite, cu alte cuvinte pentru $M > 0$ astfel încît $|ai| < M$, există $m > 0$ astfel încît $|\lambda_i| < m$, unde am notat λ_i, $1 \leqslant i \leqslant n$ rădăcinile polinomului.

Arătăm că restricția lui θ la o bilă închisă de rază r, arbitrară, este continuă, va rezulta atunci că θ este continua pe $\mathcal{C}^n$.
Fie bila închisă arbitrară $B \subset \mathcal{C}^n$, $\theta(B) = \pi(\bar{\sigma}^{-1}(B))$. Dar, folosind proprietatea amintită și ținînd cont că $\bar{\sigma}$ este continuă, rezultă că $\bar{\sigma}^{-1}(B) \subset \mathcal{C}^n$ este închisă și mărginită, deci compactă. Cum π este continuă, $\pi(\bar{\sigma}^{-1}(B)) = \theta(B)$ este compactă.

Deci $\theta : B \to \theta(B)$, restricția lui θ la B este o aplicație definită pe o mulțime compactă cu valori într-o mulțime compactă, bijectivă, cu inversa θ^{-1} continuă ; atunci $(\forall)$ $I \subset \theta(B)$ mulțime închisă, ea este și compactă ($\theta(B)$ este compactă) și deci $\theta^{-1}(I)$ este compactă (θ^{-1} este continuă) adică și închisă. S-a probat în felul acesta continuitatea lui θ pe $B \subset \mathcal{C}^n$ altfel arbitrară.

Din propozițiile 2, 3 rezultă

Propoziția 4. Fie $\overline{\sigma} : \mathcal{C}^n \to \mathcal{C}^n$, $\mathcal{T}$ interval compact inclus în $\mathbb{R}$, atunci oricare ar fi aplicația continuă $A : \mathcal{T} \to \mathcal{C}^n$ există o aplicație continuă $\Lambda : \mathcal{T} \to \mathcal{C}^n$ astfel încît este comutativă diagrama V :

$$\begin{array}{ccc} & \overline{\sigma} & \\ \mathcal{C}^n & \to & \mathcal{C}^n \\ \Lambda & \nwarrow \mathcal{T} \nearrow & A \end{array} \qquad (V)$$

Demonstrație : Pentru o aplicație $A : \mathcal{T} \to \mathcal{C}^n$ continuă, considerăm, folosind propoziția 3, aplicația $\Theta = \theta \circ A$ care este deci continuă; din propoziția 2 rezultă existența aplicației $\Lambda : \mathcal{T} \to \mathcal{C}^n$, astfel încît este comutativă diagrama VI :

$$\begin{array}{ccccc} & \pi & & \theta & \\ \mathcal{C}^n & \to & \widehat{\mathcal{C}}^n & \leftarrow & \mathcal{C}^n \\ \Lambda & \nwarrow_{\mathcal{T}} \nearrow & \Theta & \nearrow & A \end{array} \qquad (VI)$$

Deci din propozițiile 4, 1 s-a obținut condiția suficientă pentru ca rădăcinile familiei de polinoame generice de grad n date de $A : \mathcal{X} \to \mathcal{C}^n$ să poată fi numerotate.

Catedra de matematici II.

Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *G. Bredon*, Itroduction to Compact Transformation Groups, Academic Press, 1972,

About the numbernig of the Roots of a Family of generic Polynomiale

This paper deals with the following problem :

Let (1) $z^n + a_1(t)z^{n-1} + \ldots + a_n(t)$ be a continous family of generic polynomials parametrised by $t \in \mathcal{X}$ with $\mathcal{X}$ a topological space. For any $t \in \mathcal{X}$, the polynomial (1) has exactely n roots.

The purpose of this paper is to give sufficient conditions for the existence of n cotinous functions $\lambda_i : \mathcal{X} \to c$, so that for any $t \in \mathcal{X}$ the complex numbers $\lambda_1(t), \ldots, \lambda_n(t)$ are exactely the roots of (1).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ“
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XXXIX — 1977, Numărul 3

MOTOARE CU ARDERE INTERNĂ

C.Z.: 621.437

CORELAȚII ÎNTRE ECHILIBRAJUL MOTORULUI ȘI TOLERANȚELE DE FABRICAȚIE*

D. TARAZA, A. MANOLE

Lucrarea tratează problema echilibrajului motoarelor cu ardere internă prin modelarea statistică a forțelor de inerție datorite pieselor cu mișcare de translație. Aplicînd metodele algebrei funcțiilor de variabile aleatorii normal distribuite se determină o formulă care permite corelarea gradului de dezechilibru al motorului cu valoarea toleranțelor de fabricație.

Funcționarea motoarelor cu ardere internă cu piston este însoțită de vibrații de structură complexă, cauzate de masele în mișcare de translație sau rotație, precum și de decalajele care separă funcționarea succesivă a cilindrilor. Aceste vibrații au o influență negativă asupra performanțelor motorului, în principal sub aspectul solicitărilor pe care acesta le exercită asupra fundației sau șasiului pe care este montat.

Metodele actuale de calcul, privind echilibrajul motoarelor, se bazează pe ipoteza că toate mecanismele care lucrează în cilindrii motorului sînt identice din toate punctele de vedere, iar decalajele care separă funcționarea lor sînt perfect egale. Toleranțele de fabricație fac însă ca între mecanisme să apară diferențe, atît sub aspect dimensional cît și sub aspect masic ceea ce conduce în final la subsistența unor vibrații reziduale, chiar pentru armonici care în mod teoretic sînt echilibrate pentru întregul motor.

Această situație conferă rezultatelor obținute prin metodele actuale de calcul un anumit grad de aproximație. În prezenta lucrare se determină, ținînd cont de toleranțele de fabricație, valorile cele mai probabile ale vibrațiilor reziduale precum și ponderea cu care acționează toleranțele fiecărui element în parte asupra amplitudinii lor.

În conformitate cu teoria generală a echilibrajului [1] armonica de ordin „p” a forței de inerție a maselor cu mișcare de translație, corespunzătoare mecanismului ce lucrează în cilindrul „i”, este interpretată de proiecția pe axa cilindrului a unui vector de modul:

$$|F_{pi}| = a_{pi}(m_{tr})_i\, r_i(p\omega)^2, \tag{1}$$

* Manuscris predat redacției la data de 13 mai 1977

care se rotește în sensul de rotație al arborelui cotit cu viteza unghiulară $p\omega$ și care este în fază cu manivela corespunzătoare cînd aceasta trece prin poziția de punct mort interior. Astfel, dacă manivela din dreptul cilindrului „i" face cu axa cilindrului, la un moment dat unghiul α_i, vectorul corespunzător face cu aceeași axă unghiul $p\alpha_i$ (figura 1).

Datorită toleranțelor de fabricație, mărimile care determină modulul și poziția vectorului ce interpretează forța de inerție considerată sînt mărimi supuse unor fluctuații aleatorii :

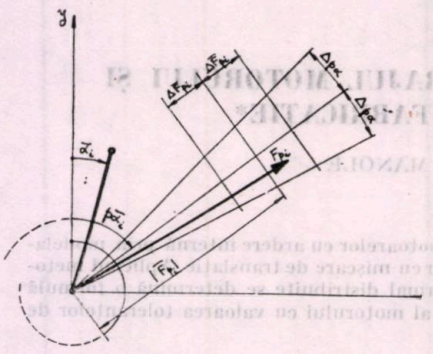


Fig. 1

$$\begin{cases} (m_{tr})_i = \bar{m}_{tr} \pm \Delta m_{tr} \\ r_i = \bar{r} \pm \Delta r \\ l_i = \bar{l} \pm \Delta l \\ \alpha_i = \bar{\alpha}_i \pm \Delta\alpha \end{cases} \tag{2}$$

După cum este cunoscut, în producția de serie valorile dimensionale ale cotelor uzinate pot fi considerate ca mărimi aleatorii, distribuite în conformitate cu o lege de tip normal (Gaussian) :

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_z} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{z-\bar{z}}{\sigma_z}\right)^2\right], \tag{3}$$

unde $\bar{z}$ reprezintă valoarea medie a variabilei aleatorii z și σ_z dispersia ei. Distribuția normală asigură cu o probabilitate de 99,8% încadrarea valorii variabilei aleatorii în intervalul $\bar{z} \pm 3\sigma_z$. În consecință, cotele înscrise pe desenele de execuție pot fi considerate ca valori medii iar toleranțele ca limite de $\pm\, 3\sigma$ pentru cota la care se referă :

$$\begin{cases} \sigma_m = \dfrac{1}{3}\Delta m_{tr} \\ \sigma_r = \dfrac{1}{3}\Delta r \\ \sigma_l = \dfrac{1}{3}\Delta l \\ \sigma_\alpha = \dfrac{1}{3}\Delta\alpha \end{cases} \tag{4}$$

Termenul „a_{p_i}" din relația (1) exprimă coeficientul armonicii de ordin „p", care este o funcție de λ și care, pentru mecanismele normale și axate, are valorile :

$$\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_2 = \dfrac{1}{4}\lambda + \dfrac{1}{16}\lambda^3 + \dfrac{15}{512}\lambda^5 + \dots \\ a_3 = 0 \\ a_4 = -\left[\dfrac{1}{64}\lambda^3 + \dfrac{3}{256}\lambda^5 + \dots\right. \\ a_5 = 0 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \end{cases} \tag{5}$$

În aceste relații λ reprezintă parametrul mecanismului motor care, în cazul de față, poate fi exprimat ca raport a două variabile aleatorii, independente și normal distribuite :

$$\lambda = \frac{\bar{r} \pm \Delta r}{\bar{l} \pm \Delta l} \tag{6}$$

În conformitate cu teoria algebrei funcțiilor de distribuție normală [2], λ este tot o variabilă aleatorie normal distribuită având caracteristicile :

$$\begin{cases} \bar{\lambda} = \dfrac{\bar{r}}{\bar{l}} & (7) \\ \sigma_\lambda = \dfrac{1}{\bar{l}}\left[\dfrac{\bar{l}^2\sigma_r^2 + \bar{r}^2\sigma_l^2}{\bar{l}^2 + \sigma_l^2}\right]^{1/2} & (8) \end{cases}$$

cu observațiile că $\sigma_l^2 \ll \bar{l}^2$, relația (8) se poate transcrie în forma :

$$\sigma_\lambda \cong \frac{1}{\bar{l}}\left[\sigma_r^2 + \bar{\lambda}^2\sigma_l^2\right]^{1/2} \cong \frac{1}{\bar{l}}\left[\left(\frac{\Delta r}{3}\right)^2 + \bar{\lambda}^2\left(\frac{\Delta l}{3}\right)^2\right]^{1/2}$$

și ținînd cont că în mod uzual toleranțele referitoare la lungimea bielei, respectiv la raza manivelei au valori apropiate iar $\bar{\lambda}^2 \ll 1$, relația (8) se poate scrie în final :

$$\sigma_\lambda \cong \frac{1}{\bar{l}}\left(\frac{\Delta r}{3}\right) \cong \frac{1}{\bar{l}}\left(\frac{\Delta l}{3}\right) \tag{8'}$$

Coeficienții armonici „a_p" sînt exprimați de funcții polinomiale de λ (5). Dispersia unei asemenea funcții este precizată de algebra funcțiilor de variabile aleatorii normal distribuite [2] prin relația :

$$\sigma^2_{a_p} = \sum_{k=1}^{\infty} \left[\frac{\partial a_p(\lambda)}{\partial \lambda^k} \right]^2 \sigma^2_{\lambda^k}, \tag{9}$$

cu condiția ca σ_{λ^k} să aibe valori moderate.

Se observă din (5) că valorile coeficienților $[\partial a_p(\lambda)/\partial \lambda^k]$ sînt subunitare și descresc rapid odată cu creșterea lui k, ceea ce determină în final ca $\sigma_{a_p} << \sigma_r$. În consecință, în cele ce urmează se neglijează dispersia σ_{a_p} și caracterul aleator al coeficienților a_p, considerîndu-se aceste mărimi drept constante.

Revenind la relația de definiție a modulului vectorului F_{p_i} (1) se constată că acesta rezultă ca un produs de mărimi constante și de mărimi aleatorii independente și normal distribuite. Deci modulul vectorului F_{p_i} va fi tot o mărime aleatorie normal distribuită avînd caracteristiciile :

$$|F_{p_i}| = a_{p_i}(p\omega)^2 \bar{m}_{tr} \bar{r}, \tag{10}$$

$$\sigma_{|F_{p_i}|} = (p\omega)\sqrt{\bar{m}^2_{tr}\sigma^2_r + \bar{r}^2\sigma^2_m + \sigma^2_r\sigma^2_m} \cong (p\omega)^2\sqrt{\bar{m}^2_{tr}\sigma^2_r + \bar{r}^2\sigma^2_m} \tag{11}$$

Datorită erorilor de calare a manivelei „i" orientarea vectorului va fi normal distribuită față de direcția precizată de unghiul $p\bar{\alpha}_i$

$$f(p\alpha_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{p\alpha}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{p\alpha_i - p\bar{\alpha}_i}{\sigma_{p\alpha}} \right)^2 \right] \tag{12}$$

Ca urmare a acestui fapt, vectorul F_{p_i} poate fi considerat ca o mărime aleatoriu variabilă în plan, normal distribuită în raport cu variabilele aleatorii $F_{p_{i_x}}$ și $F_{p_{i_y}}$ care reprezintă proiecțiile vectorului aleatoriu pe axele de coordonate x și y :

$$f(F_{p_{i_x}}, F_{p_{i_y}}) = \frac{1}{2\pi\sigma_{F_{p_{i_x}}}\sigma_{F_{p_{i_y}}}\sqrt{1-\rho^2_{x_i y_i}}} \exp\left\{ -\frac{1}{2(1-\rho^2_{x_i y_i})} \left[\frac{(F_{p_{i_x}} - \bar{F}_{p_{i_y}})^2}{\sigma^2_{F_{p_{i_x}}}} - \right. \right. \tag{13}$$

$$\left. \left. - 2\rho_{x_i y_i} \frac{(F_{p_{i_x}} - \bar{F}_{p_{i_x}})(F_{p_{i_y}} - \bar{F}_{p_{i_y}})}{\sigma_{F_{p_{i_x}}}\sigma_{F_{p_{i_y}}}} + \frac{(F_{p_{i_y}} - \bar{F}_{p_{i_y}})^2}{\sigma^2_{F_{p_{i_y}}}} \right] \right\}$$

Vîrful vectorului aleator F_{p_i} va putea deci ocupa poziții cuprinse în interiorul elipsei de dispersie avînd drept semiaxe valorile $3\sigma_{F_{p_i}}$ și respectiv $3|\bar{F}_{p_i}|\sigma_{p\alpha}$ (figura 2).

În conformitate cu proprietățile funcțiilor aleatorii de distribuție normală în plan [3], caracteristicile vectorilor aleatorii $F_{p_{i_x}}$ și $F_{p_{i_y}}$, care reprezintă proiecțiile vectorului F_{p_i} pe axele de coordonate ale sistemului, vor avea următoarele expresii :

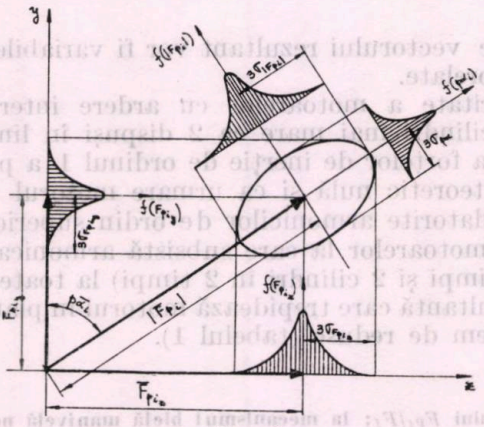


Fig. 2

$$\begin{cases} \bar{F}_{p_{i_x}} = \bar{F}_{p_i} \sin p\bar{\alpha}_i = a_p (p\omega)^2 \bar{m}_{tr} \bar{r} \sin p\bar{\alpha}_i & (14) \\ \sigma^2_{F_{p_{i_x}}} = \sigma^2_{|F_{p_i}|} \sin^2 p\bar{\alpha}_i + \bar{F}^2_{p_i} \sigma^2_{p\alpha} \cos^2 p\bar{\alpha}_i & (15) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \bar{F}_{p_{i_y}} = \bar{F}_{p_i} \cos p\bar{\alpha}_i = a_p (p\omega)^2 \bar{m}_{tr} \bar{r} \cos p\bar{\alpha}_i & (16) \\ \sigma^2_{F_{p_{i_y}}} = \sigma^2_{|F_{p_i}|} \cos^2 p\bar{\alpha}_i + \bar{F}^2_{p_i} \sigma^2_{p\alpha} \sin^2 p\bar{\alpha}_i & (17) \end{cases}$$

iar coeficientul de corelație între acești doi vectori aleatorii ($F_{p_{i_x}}$ și $F_{p_{i_y}}$) :

$$\rho_{x_i y_i} = \frac{\operatorname{tg} 2\bar{\alpha}_i}{2} \frac{\sigma^2_{F_{p_{i_y}}} - \sigma^2_{F_{p_{i_x}}}}{\sigma_{F_{p_{i_x}}} \sigma_{F_{p_{i_y}}}} \qquad (18)$$

Covarianța corespunzătoare coeficientului de corelație este :

$$K_{x_i y_i} = \rho_{x_i y_i} \sigma_{F_{p_{i_x}}} \sigma_{F_{p_{i_y}}} = \frac{\sin 2\bar{\alpha}_i}{2} [\sigma^2_{|F_{p_i}|} - \bar{F}^2_{p_i} \sigma^2_{p\alpha}] \qquad (19)$$

Pentru un vector, care rezultă din însumarea a mai mulți vectori aleatorii normal distribuiți în plan, cele două componente ale sale pe axele de coordonate ale sistemului vor fi mărimi aleatoriu variabile a căror covarianță va fi precizat ca sumă a covarianțelor componentelor pe cele două axe, ale vectorilor individuali :

$$K_{xy} = \sum_{i=1}^{n} K_{x_i y_i} = \frac{1}{2} [\sigma^2_{|F_{p_i}|} - \bar{F}^2_{p_i} \sigma^2_{p\alpha}] \sum_{i=1}^{n} \sin 2p\bar{\alpha}_i \qquad (20)$$

Deci, pentru toate aranjamentele de vectori la care este îndeplinită condiția :

$$\sum_{i=1}^{n} \sin 2p\alpha_i = 0, \tag{21}$$

componentele vectorului rezultant vor fi variabile aleatorii, normal distribuite și necorelate.

Marea majoritate a motoarelor cu ardere internă se construesc cu un număr de cilindri mai mare ca 2 dispuși în linie. Pentru aceste motoare, rezultanta forțelor de inerție de ordinul 1 a pieselor cu mișcare de translație este teoretic nulă și ca urmare motorul va fi trepidat de forțe mai reduse, datorite armonicilor de ordin superior.

Cu excepția motoarelor la care subsistă armonica a doua (motorul cu 4 cilindri în 4 timpi și 2 cilindri în 2 timpi) la toate celelalte motoare forța de inerție rezultantă care trepidează motorul în planul axelor cilindrilor are valori extrem de reduse (tabelul 1).

Tabelul 1

Valorile raportului F_{p_i}/F_I; la mecanismul bielă manivelă normal și axat,

λ	$\frac{F_{II_i}}{F_{I_i}}$	$\frac{F_{IV_i}}{F_{I_i}}$	$\frac{F_{VI_i}}{F_{I_i}}$	$\frac{F_{VIII_i}}{F_{I_i}}$
$\frac{1}{3,0}$	0,3428	0,01008	0,0003276	0,00000896
$\frac{1}{3,5}$	0,2916	0,00621	0,0001476	0,00000301
$\frac{1}{4,0}$	0,2540	0,00410	0,0000720	0,00000122
$\frac{1}{4,5}$	0,2248	0,00285	0,0000396	0,00000051
$\frac{1}{5,0}$	0,2020	0,00208	0,0000216	0,00000026

În aceste situații forța de inerție reziduală datorită armonicii întîia are de regulă o valoare superioară valorii rezultantei forțelor de inerție pentru armonica subsistentă de ordin minim.

Pentru această categorie de motoare, prin particularizarea relațiilor (14) și (16) se obține:

$$\begin{cases} \bar{R}_{I_x} = \sum_{i=1}^{n} \bar{F}_{I_{i_x}} = \bar{m}_t \bar{r} \omega^2 \sum_{i=1}^{n} \sin\bar{\alpha}_i = 0 \\ \bar{R}_{I_y} = \sum_{i=1}^{n} \bar{F}_{I_{i_y}} = \bar{m}_t \bar{r} \omega^2 \sum_{i=1}^{n} \cos\bar{\alpha}_i = 0 \end{cases} \tag{22}$$

Deci, proiecțiile pe axele sistemului de coordonate ale vectorului forță rezultant sînt variabile aleatorii degenerate, avînd media egală cu zero.

Motoarele la care armonica a doua este teoretic echilibrată asigură îndeplinirea condiției:

$$\sum_{i=1}^{n} \sin 2\bar{\alpha}_i = \sum_{i=1}^{n} \cos 2\bar{\alpha}_i = 0 \tag{23}$$

Introducerea acestei condiții în relația (20) determină $K_{xy} = 0$, deci cele două proiecții R_{I_x} și R_{I_y} sînt variabile aleatorii necorelate. În fine, dispersiile acestor variabile se obțin prin aplicarea proprietăților funcțiilor aleatorii de distribuție normală [3] și particularizarea relațiilor (15) și (17):

$$\sigma^2_{R_{I_x}} = \sum_{i=1}^{n} \sigma^2_{F_{I_{i_x}}} = \frac{\omega^4}{9}\left[(\bar{m}^2_{tr}\Delta r^2 + \bar{r}^2\Delta m^2_{tr}) \sum_{i=1}^{n} \sin^2\bar{\alpha}_i + (\bar{m}_{tr}\bar{r}\Delta\alpha)^2 \sum_{i=1}^{n} \cos^2\bar{\alpha}_i\right] \tag{24}$$

$$\sigma^2_{R_{I_y}} = \sum_{i=1}^{n} \sigma^2_{F_{I_{i_y}}} = \frac{\omega^4}{9}\left[(\bar{m}^2_{tr}\Delta r^2 + \bar{r}^2\Delta m^2_{tr}) \sum_{i=1}^{n} \cos^2\bar{\alpha}_i + (\bar{m}_{tr}\bar{r}\Delta\alpha)^2 \sum_{i=1}^{n} \sin^2\bar{\alpha}_i\right] \tag{25}$$

Întrucît:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} \sin^2\bar{\alpha}_i = \frac{1}{2}\left[n - \sum_{i=1}^{n} \cos 2\bar{\alpha}_i\right] \\ \sum_{i=1}^{n} \cos^2\bar{\alpha}_i = \frac{1}{2}\left[n + \sum_{i=1}^{n} \cos 2\bar{\alpha}_i\right] \end{cases} \tag{26}$$

rezultă că pentru toate motoarele la care armonica a doua este teoretic echilibrată și deci îndeplinesc condiția (22) se obține:

$$\sigma_{R_I} = \sigma_{R_{I_x}} = \sigma_{R_{I_y}} = \frac{\omega^2}{3}\sqrt{\frac{n}{2}\left[\bar{m}^2_{tr}\Delta r^2 + \bar{r}^2\Delta m^2_{tr} + (\bar{m}_{tr}\bar{r}\Delta\alpha)^2\right]} \tag{27}$$

În consecință, elipsa de dispersie a vectorului aleator R_I, care reprezintă valoarea reziduală a rezultantei forțelor de inerție corespunzătoare armonicii întîia, se reduce la un cerc cu centrul în origine (figura 3).

Funcţia de repartiţie a mărimii vectorului aleatoriu R este exprimată astfel de binecunoscuta lege a lui Raileigh [3]:

$$\begin{cases} f(R_I) = \dfrac{R_I}{\sigma^2_{R_I}} \exp\left[-\dfrac{R_I^2}{2\sigma^2_{R_I}}\right] & \text{pentru } R_I \geqslant 0 \\ f(R_I) = 0 & \text{pentru } R_I < 0 \end{cases} \tag{28}$$

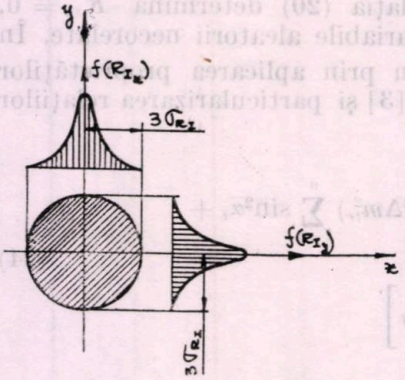


Fig. 3

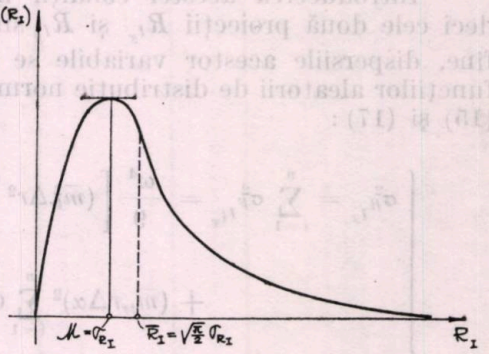


Fig. 4

Graficul funcţiei $f(R_I)$ este reprezentat în figura 4. În conformitate cu proprietăţile legii lui Rayleigh, modul funcţiei $f(R_I)$, care exprimă valoarea cea mai probabilă a mărimii vectorului rezidual R_I, este egal cu dispersia σ_{R_I}:

$$R_I = \mathfrak{M} = \sigma_{R_I}, \tag{29}$$

iar valoarea medie a acestui vector:

$$\bar{R}_I = \sqrt{\frac{\pi}{2}}\, \sigma_{R_I} \cong 1{,}25\, \sigma_{R_I} \tag{30}$$

Exprimînd abaterile care provin din toleranţele de fabricaţie, sub formă de erori relative:

$$\begin{cases} \varepsilon_r = \dfrac{\Delta r}{r} \\ \varepsilon_{m_{rt}} = \dfrac{\Delta m_{tr}}{\bar{m}_{tr}}, \end{cases} \tag{31}$$

se determină raportul dintre valoarea cea mai probabilă a forței de inerție reziduale de ordinul I (29) și valoarea forței de inerție de ordinul I corespunzătoare unui mecanism motor (10):

$$\frac{R_I}{F_{I_i}} = \frac{1}{3}\sqrt{\frac{n}{2}\left[\varepsilon_r^2 + \varepsilon_{m_{tr}}^2 + \Delta\alpha^2\right]} \tag{32}$$

Relația (32) este valabilă pentru toate motoarele policilindrice cu cilindri în linie la care armonica a doua este teoretic echilibrată. Această condiție (23) nu este îndeplinită de motorul cu 2 cilindri în 2 timpi și de cel cu 4 cilindri în 4 timpi. Particularitatea esențială a acestor tipuri de motoare constă în faptul că manivelele arborelui cotit sînt situate toate în același plan. În aceste condiții vectorii aleatori care interpretează armonica întîia a forțelor de inerție a pieselor cu mișcare de translație sînt situați toți în același plan și orientați după aceeași direcție. În consecință, vectorul rezultant se va obține prin însumarea algebrică a mărimilor aleatorii care exprimă modulul vectorilor individuali (16), (17). Ca urmare, prin particularizarea relațiilor (22) și (25), se obține:

$$\bar{F}_I = \sum_{i=1}^{n} \bar{F}_{I_i} = \bar{m}_{tr}\bar{r}\omega^2 \sum_{i=1}^{n} \cos\bar{\alpha}_i = 0 \tag{33}$$

$$\sigma_{\bar{F}_I}^2 = \sum_{i=1}^{n} \sigma_{\bar{F}_{I_i}}^2 = \frac{\omega^4}{9}\left[\bar{m}_{tr}^2\Delta r^2 + \bar{r}^2\Delta m_{tr}^2\right] \sum_{i=1}^{n} \cos^2\bar{\alpha}_i =$$

$$= \frac{\omega^4}{9}\left[\bar{m}_{tr}^2\Delta r^2 + \bar{r}^2\Delta m_{tr}^2\right]n \tag{34}$$

Deci valoarea medie a vectorului rezultant este nulă iar valorile probabile sînt dispuse în intervalul $\pm 3\sigma_{F_I}$.

În cazul care ne interesează nu prezintă importanță faptul că valoarea reziduală a vectorului rezultant F_I este dirijată într-un sens sau altul; interesează numai mărimea sa absolută. Aceasta poate fi apreciată pe baza legii de repartiție a variabilei F_I^2.

Conform teoriei algebrei funcțiilor de variabilă aleatorie normal distribuită [2], valoarea medie a patratului unei asemenea funcții este precizată de relația:

$$\bar{F}_I^2 = (\bar{F}_I)^2 + \sigma_{\bar{F}_I}^2 \tag{35}$$

care se reduce în cazul de față, pe baza relațiilor (33) și (34) la:

$$\bar{F}_I^2 = \frac{\omega^4}{9}\left(\bar{m}_{tr}^2\Delta r^2 + \bar{r}^2\Delta m_{tr}^2\right)n \tag{36}$$

Deci, în cazul motoarelor cu 2 cilindri în 2 timpi și cu 4 cilindri în 4 timpi, valoarea cea mai probabilă a forței de inerție reziduale de ordinul I va fi :

$$F_I = \frac{\omega^2}{3}\sqrt{n(\bar{m}_{tr}^2\Delta r^2 + \bar{r}^2\Delta m_{tr}^2)}. \tag{37}$$

Faptul că, la aceste motoare subsistă forța rezultantă de ordinul II, de valoare apreciabilă, face ca valoarea forței reziduale F_I să nu prezinte importanță pentru echilibrajul motorului. Relația (37) permite însă să se stabilească în mod judicios toleranțele de fabricație-în special cele referitoare la masa pieselor cu mișcare de translație — care trebuesc asigurate în vederea obținerii unui mers liniștit al motorului.

În concluzie, se poate aprecia că la toate motoarele la care rezultanta forțelor de inerție a maselor cu mișcare de translație este teoretic echilibrată, pentru armonicile I și II, cauza majoră a desechilibrului motorului o constituie forța reziduală de ordinul I. Valoarea cea mai probabilă a acestei forțe este estimată de relațiile (29) și (27). Aceste relații permit să se determine și ponderea pe care o exercită o anumită valoare a unei toleranțe asupra valorii forței reziduale.

Pentru ilustrarea metodei de calcul propuse se consideră un motor cu 6 cilindri în linie, în 4 timpi, avînd următoarele caracteristici :

$$\begin{cases} r = 50 \pm 0{,}05 \text{ mm} & \varepsilon_r = 0{,}001 \\ m_{tr} = 1000 \pm 10 \text{ g} & \varepsilon_{m_{tr}} = 0{,}01 \\ \alpha_i = 120^\circ \pm 30' & \Delta\alpha = 0{,}00873 \text{ rad} \end{cases}$$

Aplicarea relației (32) determină :

$$\frac{R_I}{F_{I_i}} = \frac{1}{3}\sqrt{\frac{6}{2}[0{,}001^2 + 0{,}01^2 + 0{,}00873^2]} \cong 7{,}68 \times 10^{-3}$$

Pentru $\lambda = 1/3{,}5$ se determină din tabelul I :

$$\frac{R_I}{6F_{VI_i}} = \frac{R_I/F_{I_i}}{6F_{VI_i}/F_{I_i}} = \frac{0{,}00768}{6 \times 0{,}0001476} \cong 8{,}68$$

Se constată astfel că forța reziduală de ordinul I este de peste 8 ori mai mare decît forța de inerție care trepidează motorul în conformitate cu rezultatele teoriei clasice a echilibrajului.

La o turație de 4000 rot/min. valoarea absolută a forței reziduale de ordinul I calculată cu relația (29) și particularizarea (27) este :

$$R_{I_{4000}} \cong 65{,}6 \, daN,$$

o valoare de loc neglijabilă.

Impunînd o toleranță mai strînsă la abaterea de masă a pieselor cu mișcare de translație :

$$m_{tr} = 1000 \pm 5g \qquad \varepsilon_{m_{tr}} = 0{,}005$$

se obține

$$\frac{R_I}{F_{J_i}} \cong 5{,}837 \times 10^{-3}; \qquad R_{I_{4000}} \cong 49{,}8\ daN$$

Restrîngînd și toleranța la unghiul de calare al manivelei :

$$\alpha_i = 120^\circ \pm 15' \qquad \Delta\alpha = 0{,}00436 \text{ rad}$$

se obține

$$\frac{R_I}{6_x F_{\text{VI}_i}} = 8{,}68; \qquad R_{I_{4000}} \cong 33\ daN$$

Aceste valori sînt concludente pentru importanța pe care o are forța reziduală de ordinul I asupra echilibrajului motorului, în special la motoarele de turație ridicată.

Notații

l — lungimea bielei
m — masa
n — numărul de cilindri ai motorului
r — raza de manivelă
α — unghiul de calaj al unei manivele
ω — viteza unghiulară a arborelui cotit

Indici :

i — mărime referitoare la cilindrul nr. i
p — mărime referitoare la armonica de ordin p.
tr — mărime referitoare la piesele cu mișcare de translație

Catedra de motoare cu ardere internă
Institutul politehnic„ Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Bărănescu G.*, Teoria echilibrajului motoarelor cu ardere internă în linie. Ed. Acad. R.S.R. 1975.
2. *Haugen E. B.*, Probabilistic Approaches to Design. John Wiley & Sons. Inc. 1968
3. *Venstel H.*, Théorie des Probabilités. Ed. Mir. Moscova 1973.

Correlations Between the Balance of a Reciprocating Engine and the Manufacturing Tolerances

The paper analyses the problem of the balance of internal combustion engines based on a statistical model of the inertia forces due to reciprocating masses. Applying the methods of the algebra of normal functions of random variables, a formula has been found which correlates the balance degree to the manufacturing tolerances.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XXXIX — 1977, Numărul 3

TERMOTEHNICĂ

C.Z : 621.56/59
536.7

CU PRIVIRE LA CORELAȚIA ECONOMICITATE-IREVERSIBILITATE ÎN CAZUL INSTALAȚIEI FRIGORIFICE CU COMPRIMARE DE AER, CU REGENERARE*

VS. RADCENCO, S. DIMITRIU

Lucrarea prezintă o analiză termodinamică completă a ciclului de funcționare a instalației frigorifice cu comprimare de aer cu regenerare, pe baza bilanțului pierderilor provocate de ireversibilitatea proceselor care compun acest ciclu. Se stabilește corelația dintre economicitatea instalației exprimată prin eficiența frigorifică și ireversibilitatea ciclului de lucru, exprimată prin pierderile interne și externe. Se stabilesc, de asemenea, expresiile analitice de calcul ale acestor pierderi.

Se constată, în ultimul timp, preocupări pentru a readuce în actualitate instalațiile frigorifice cu aer, folosind turbomașini. Există realizate, pe plan mondial, numeroase construcții care demonstrează că astfel de instalații, în domenii de temperatură foarte scăzute, sau la nivel de condiționare și puteri frigorifice mari sînt competitive cu instalațiile care folosesc agenți frigorifici clasici, iar în unele cazuri depășesc performanțele acestora. La acestea se mai adaugă și avantaje legate de condițiile de funcționare și exploatare.

Această lucrare are ca obiect studiul termodinamic al instalație frigorifice cu comprimare de aer, cu regenerare (fig. 1).

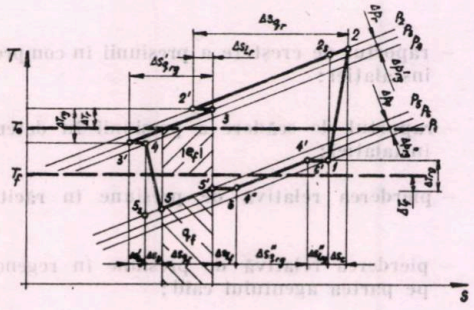


Fig. 1

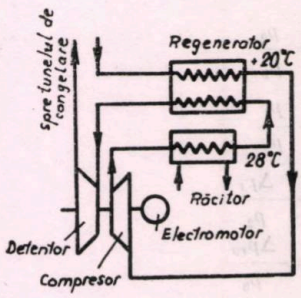


Fig. 2

* Manuscris predat redacției la data de 13 ianuarie 1977

1. Ciclul de funcționare a instalației :

În fig. 2 este prezentat, în diagrama T-s, ciclul de calcul al instalației frigorifice cu comprimare de aer, cu regenerare. Asupra sa se fac următoarele considerații :

— temperatura mediului ambiant T_0 și temperatura spațiului frigorific T_f, rămîn constante în timpul funcționării instalației ;

— se neglijează variația cu temperatura a căldurii specifice ;

— procesul de comprimare 1—2 și procesul de destindere 4—5 sînt procese ireversibile, entropia agentului mărindu-se cu Δs_c în timpul comprimării și, respectiv, Δs_D în timpul destinderii ;

— procesele de răcire, 2—3 în răcitorul instalației, 3 — 4 în regeneratorul instalației și procesele de încălzire, 5—6 în schimbătorul de căldură, din camera frigorifică și 6—1 din regeneratorul instalației sînt procese ireversibile. Pentru a ține seama de ireversibilitatea introdusă datorită pierderilor de presiune din schimbătoarele respective de căldură, procesele reale au fost înlocuite cu procese echivalente compuse dintr-o răcire, respectiv o încălzire reversibilă izobară și o laminare în urma căreia presiunea scade cu Δp, iar entropia agentului crește cu Δs.

Analizînd ciclul de calcul, se constată că ireversibilitatea internă, reflectată în creșterile de entropie ale agentului de lucru, se manifestă în procesele de comprimare, destindere, laminare și transfer de căldură la diferență finită, variabilă de temperatură în regenerator. Ireversibilitatea externă este o consecință a transferului de căldură la diferențe finite, variabile de temperatură între agentul de lucru și mediul ambiant (în răcitor), respectiv mediul răcit (în camera frigorifică). Întrucît s-a neglijat variația căldurii specifice cu temperatura și de asemenea pierderile de căldură prin montarea regeneratorului exterior, rezultă egalitatea diferențelor de temperatură între intrarea și ieșirea agentului din acest aparat :

$$q = i_3 - i_4 = i_1 - i_6$$

sau,

$$T_3 - T_4 = T_1 - T_6 = \Delta T_{rg} \qquad (1)$$

Se notează cu :

$\beta_C = \dfrac{p_2}{p_1}$ — raportul de creștere a presiunii în compresorul instalației ;

$\beta_D = \dfrac{p_4}{p_5}$ — raportul de scădere a presiunii în detentorul instalației ;

$\Psi_r = \dfrac{\Delta p_r}{p_{2'}}$ — pierderea relativă de presiune în răcitor ;

$\Psi'_{rg} = \dfrac{\Delta p_{rg}}{p_3}$ — pierderea relativă de presiune în regenerator pe partea agentului cald ;

$\Psi''_{rg} = \dfrac{\Delta p''_{rg}}{p_6}$ — pierderea relativă de presiune în regenerator pe partea agentului rece ;

$\Psi_f = \dfrac{\Delta p_f}{p_5}$ — pierderea relativă de presiune în camera frigorifică;

$\eta_C = \dfrac{i_{2s} - i_1}{i_2 - i_1} = \dfrac{T_{2s} - T_1}{T_2 - T_1}$ — randamentul adiabatic al compresorului, i_{2s} și T_{2s} fiind entalpia, respectiv temperatura la finele comprimării adiabatice reversibile;

$\eta_D = \dfrac{i_4 - i_5}{i_4 - i_{5s}} = \dfrac{T_4 - T_5}{T_4 - T_{5s}}$ — randamentul adiabatic al detentorului, i_{5s} și T_{5s} fiind entalpia, respectiv temperatura la sfîrșitul destinderii adiabatice reversibile.

Pe baza notațiilor introduse se determină parametrii de stare în punctele caracteristice ale ciclului:

— *punctul 1*

p_1 — presiunea de aspirație a compresorului iar

$$T_1 = T_f - \Delta T_f + \Delta T_{rg} \tag{2}$$

unde ΔT_f este diferența minimă de temperatură dintre agent și mediul răcit;

— *punctul 2*

$$\left.\begin{aligned} p_2 &= p_1 \cdot \beta_C \\ T_2 &= T_1\left(1 + \frac{\beta_C^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}} - 1}{\eta_C}\right) \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

— *punctul 3*

$$\left.\begin{aligned} p_3 &= p_2 - \Delta p_r = p_2\left(1 - \frac{\Delta p_r}{p_2}\right) = p_2(1 - \Psi_r) \\ T_3 &= T_0 + \Delta T_r \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

unde ΔT_r este diferența minimă de temperatură dintre agent și mediul ambiant;

— *punctul 4*

$$p_4 = p_3 - \Delta p'_{rg} = p_3\left(1 - \frac{\Delta p'_{rg}}{p_3}\right) = p_3(1 - \Psi''_{rg}) = p_2(1 - \Psi_r)(1 - \Psi''_{rg})$$

$$T_4 = T_3 - \Delta T_{rg} = T_0 + \Delta T_r - \Delta T_{rg} \tag{5}$$

— *punctul 5*

$$\left.\begin{aligned} p_5 &= p_1 + \Delta p''_{rg} + \Delta p_f = \frac{p_1}{(1 - \Psi''_{rg})(1 - \Psi_f)} \\ T_5 &= T_4[1 - \eta_D(1 - \beta_D^{\frac{1-\varkappa}{\varkappa}})] \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

unde

$$\beta_D = \frac{p_4}{p_5} = (1 - \Psi'_r)(1 - \Psi'_f)(1 - \Psi''_{rg})(1 - \Psi'''_{rg})\ \beta_C \tag{7}$$

— *punctul 6*

$$p_6 = p_1 + \Delta p''_{rg} = \frac{p_1}{1 - \Psi'''_{rg}} \tag{8}$$

$$T_6 = T_f - \Delta T_f$$

$\varkappa$ fiind exponentul adiabatic al gazului.

2. Bilanțul pierderilor provocate de ireversibilitatea internă și externă a ciclului de funcționare

Ecuația de bilanț energetic a ciclului se poate scrie, pentru unitatea de cantitate de agent, sub forma cunoscută:

$$|l| = |q_r| - q_f \tag{9}$$

în care $|q_r|$ reprezintă cantitatea de căldură cedată către mediul ambiant, iar q_f cantitatea de căldură preluată de la mediul răcit. Ciclul fiind închis, variația entropiei pe ciclu trebuie să fie nulă, ceea ce se exprimă prin:

$$\Sigma\Delta s = \Delta s_C + \Delta s_{q_r} + \Delta s_{l_r} + \Delta s'_{q_{rg}} + \Delta s'_{l_{rg}} +$$

$$+ \Delta s_D + \Delta s_{q_f} + \Delta s_{l_f} + \Delta s''_{q_{rg}} + \Delta s''_{l_{rg}} = 0 \tag{10}$$

Făcînd apel la teorema Gouy-Stodola care precizează pierderile provocate de ireversibilitate:

$$\pi_{ir} = T_0 \cdot \Delta s_{ir} \tag{11}$$

se poate observa că amplificînd relația (10) cu T_0, temperatura mediului ambiant și adunînd-o cu relația (9), se obține o ecuație de bilanț în care apar pierderile provocate de ireversibilitatea internă:

$$|l| = (|q_r| - T_0|\Delta s_{q_r}|) - (q_f - T_0 \cdot \Delta s_{q_f}) + \Sigma\pi_i \tag{12}$$

Instalația frigorifică funcționează preluînd căldura q_f de la rezervorul termic cu temperatura T_f (spațiul frigorific) și cedînd căldura q_r rezervorului termic cu temperatura T_0 (mediul ambiant).

Relația (23) este deosebit de importantă, deoarece ilustrează faptul că între economicitatea instalației, exprimată prin eficiența frigorifică și perfecțiunea procesului termodinamic, exprimată prin randamentul exergetic, există o strînsă legătură. O apreciere a performanțelor instalației nu poate fi făcută privind lucrurile numai sub aspect energetic, global — prin prisma eficienței frigorifice — după cum nu poate fi făcută privind lucrurile sub aspect exclusiv exergetic — prin prisma randamentului exergetic. Analiza corectă a economicității funcționării instalației trebuie să fie făcută numai sub aspectul energetic-exergetic, prin prisma corelației care există între bilanțul de energie al instalației și pierderile provocate de ireversibilitatea proceselor termodinamice reale. Privind lucrurile în acest mod, se pot stabili cu precizie factorii care influențează economicitatea, corelația dintre ei și se poate defini o soluție economică optimă pentru instalația în cauză.

4. Determinarea pierderilor provocate de ireversibilitatea proceselor termodinamice din instalație

— Lucrul mecanic minim necesar se exprimă astfel:

$$|l_{min}| = \left(\frac{T_0}{T_f} - 1\right) \cdot q_f = c_p \left(\frac{T_0}{T_f} - 1\right)(T_6 - T_5) =$$

$$= R\frac{\varkappa}{\varkappa - 1}\left(\frac{T_0}{T_f} - 1\right)(T_6 - T_5) \quad [\text{J/kg}] \tag{24}$$

— Pierderea provocată de ireversibilitatea procesului de comprimare:

$$\pi_C = T_0\,\Delta s_C = T_0\left(c_p \ln\frac{T_2}{T_1} - R\ln\frac{p_2}{p_1}\right) = \tag{25}$$

$$= RT_0\left(\frac{\varkappa}{\varkappa - 1}\ln\frac{T_2}{T_1} - \ln\beta_C\right)[\text{J/kg}]$$

— Pierderea provocată de ireversibilitatea procesului de destindere:

$$\pi_D = T_0\,\Delta s_D = T_0\left(c_p \ln\frac{T_5}{T_4} - R\ln\frac{p_5}{p_4}\right) = \tag{26}$$

$$= RT_0\left(\ln\beta_D - \frac{\varkappa}{\varkappa - 1}\ln\frac{T_4}{T_5}\right)[\text{J/kg}]$$

— Pierderea provocată de scăderea presiunii în răcitor

$$\pi_{l_r} = T_0 \cdot \Delta s_{l_r} = -RT_0 \ln\frac{p_3}{p_2} = RT_0 \ln\frac{1}{1 - \Psi_r}\ [\text{J/kg}] \tag{27}$$

— Pierderea provocată de scăderea presiunii în regenerator pe partea agentului cald :

$$\pi'_{l_{rg}} = T_0 \cdot \Delta s'_{l_{rg}} = -RT_0 \ln \frac{p_4}{p_3} = RT_0 \ln \frac{1}{1-\Psi'_{rg}} \text{ [J/kg]} \quad (28)$$

— Pierderea provocată de scăderea presiunii în camera frigorifică :

$$\pi_{l_f} = T_0 \cdot \Delta s_{l_f} = -RT_0 \ln \frac{p_6}{p_5} = RT_0 \ln \frac{1}{1-\Psi_f} \text{ [J/kg]} \quad (29)$$

— Pierderea provocată de scăderea presiunii în regenerator pe partea agentului rece :

$$\pi''_{l_{rg}} = T_0 \Delta s''_{l_{rg}} = -RT_0 \ln \frac{p_1}{p_5} = RT_0 \ln \frac{1}{1-\Psi''_{rg}} \text{ [J/kg]} \quad (30)$$

— Pierderea provocată de ireversibilitatea transferului de căldură în schimbătorul regenerator

$$\pi_{q_{rg}} = T_0 \left(\Delta s'_{q_{rg}} - \Delta s''_{q_{rg}}\right) = T_0 c_p \left(\ln \frac{T_4}{T_3} + \ln \frac{T_1}{T_6}\right) =$$

$$= RT_0 \frac{\varkappa}{\varkappa - 1} \ln \left[\left(1 - \frac{\Delta T_{rg}}{T_3}\right)\left(1 + \frac{\Delta T_{rg}}{T_6}\right)\right] \text{ [J/kg]} \quad (31)$$

Pierderea provocată de schimbul de căldură la diferență finită, variabilă, de temperatură cu mediul ambiant :

$$\pi_{\Delta T_r} = T_0 \cdot \Delta s_{\Delta T_r} = T_0 \left(\frac{|q_r|}{T_0} - |\Delta s_{q_r}|\right) = |q_r| - T_0 |\Delta s_{q_r}| =$$

$$= c_p (T_2 - T_3) - T_0 c_p \ln \frac{T_2}{T_3} = \frac{\varkappa}{\varkappa - 1} R \left(T_2 - T_3 - T_0 \ln \frac{T_2}{T_3}\right) \text{[J/kg]} \quad (32)$$

— Pierderea provocată de schimbul de căldură la diferență finită, variabilă, de temperatură cu mediul răcit :

$$\pi_{\Delta T_f} = T_0 \cdot \Delta s_{\Delta T_f} = T_0 \left(\Delta s_{q_f} - \frac{q_f}{T_f}\right) =$$

$$= T_0 \left(c_p \ln \frac{T_6}{T_5} - c_p \frac{T_6 - T_5}{T_f}\right) = \quad (33)$$

$$= RT_0 \frac{\varkappa}{\varkappa - 1} \left(\ln \frac{T_6}{T_5} - \frac{T_6 - T_5}{T_f}\right) \text{[J/kg]}$$

Căldura preluată de la spațiul frigorific se poate exprima astfel:

$$q_f = T_f(\Delta s_{q_f} - \Delta s_{\Delta T_f}) \tag{13}$$

în care $\Delta s_{\Delta T_f}$ este variația entropiei agentului datorită schimbului de căldură cu spațiul frigorific la diferență finită, variabilă, de temperatură.

Căldura q_r cedată mediului ambiant se poate exprima după cum urmează:

$$|q_r| = T_0(|\Delta s_{q_r}| + \Delta s_{\Delta T_r}) \tag{14}$$

în care $\Delta s_{\Delta T_r}$ este variația entropiei agentului datorită schimbului de căldură cu mediul ambiant la diferență finită, variabilă, de temperatură.

Introducînd relațiile (13) și (14) în ecuația de bilanț (12) se obține după transformări:

$$|l| = \left(\frac{T_0}{T_f} - 1\right) q_f + T_0\,\Delta s_{\Delta T_r} + T_0\,\Delta s_{\Delta T_f} + \Sigma\pi_i \tag{15}$$

În relația (15),

$\left(\frac{T_0}{T_f} - 1\right) q_f = |l_{min}| = \frac{q_f}{\varepsilon_C}$ reprezintă lucrul mecanic minim necesar pentru a prelua căldura q_f de la rezervorul termic de temperatură T_f și a o ceda rezervorului termic cu temperatura T_0 (lucrul mecanic corespunzător ciclului Carnot de eficiență ε_C, care s-ar desfășura intre cele două nivele T_0 și T_f);

$T_0 \cdot \Delta s_{\Delta T_r} = \pi_{\Delta T_r}$ și
$T_0 \cdot \Delta s_{\Delta Tf} = \pi_{\Delta T_f}$ — reprezintă pierderile provocate de ireversibilitatea externă a ciclului, consecință a schimbului de căldură la diferențe finite, variabile de temperatură cu rezervoarele termice de temperaturi T_f și T_0.

Ținînd cont și de pierderile cu caracter mecanic:

$$\pi_m = |l_e| - |l| \tag{15}$$

care sînt tot o consecință a ireversibilității externe a ciclului, ecuația de bilanț (15) se poate scrie:

$$|l_e| = |l_{min}| + \Sigma\pi_e + \Sigma\pi_i \tag{17}$$

În această ecuație pierderile provocate de ireversibilitatea externă se exprimă astfel:

$$\Sigma\pi_e = \pi_{\Delta T_r} + \pi_{\Delta T_f} + \pi_m \tag{18}$$

iar pierderile provocate de ireversibilitatea internă definite de :

$$\Sigma\pi_i = \pi_C + \pi_D + \pi_{l_r} + \pi_{l_f} + \pi_{l_{rg}} + \pi_{q_{rg}} \tag{19}$$

Semnificaţia ecuaţiei de bilanţ (17), care nu reprezintă altceva decît ecuaţia de bilanţ exergetic a ciclului, este cea cunoscută : lucrul mecanic efectiv consumat într-o instalaţie frigorifică este mai mare decît lucrul mecanic minim necesar transferului cantităţii de căldură q_f de la mediul răcit la mediul ambiant, diferenţa fiind necesară acoperirii pierderilor provocate de ireversibilitatea proceselor termodinamice reale.

3. Aprecierea economicităţii funcţionării instalaţiei

Economicitatea instalaţiei se apreciază prin raportarea cantităţii de căldură preluată de la mediul răcit, la energia efectiv consumată pentru aceasta, astfel că eficienţa frigorifică efectivă este exprimată de :

$$\varepsilon_e = \frac{q_f}{|l_e|} \tag{20}$$

Perfecţiunea procesului termodinamic se apreciază prin raportarea consumului de energie în condiţii ideale-funcţionare după ciclul Carnot -la consumul efectiv de energie. Acest raport, reprezintă randamentul exergetic al instalaţiei sau gradul de reversibilitate :

$$\rho = \eta_{E_e} = \frac{|l_{\min}|}{|l_e|} = 1 - \Sigma\bar{\pi}_j \tag{21}$$

în care, $\bar{\pi}_j$ reprezintă ponderea unei pierderi oarecare în lucrul mecanic efectiv consumat.

Eficienţa frigorifică se mai poate exprima astfel :

$$\varepsilon_e = \frac{q_f}{|l_e|} = \frac{q_f}{|l_{\min}|} \cdot \frac{|l_{\min}|}{|l_e|} = \varepsilon_C \cdot \eta_{E_e} = \varepsilon_C \cdot \rho \tag{22}$$

în care $\dfrac{q_f}{|l_{\min}|} = \varepsilon_C = \dfrac{1}{\dfrac{T_0}{T_f} - 1}$ reprezintă eficienţa frigorifică a ciclului Carnot care se desfăşoară între nivelele de temperatură T_0 şi T_f.

Ţinînd cont de relaţia (21) se obţine :

$$\varepsilon_e = \varepsilon_C \cdot \eta_{E_e} = \varepsilon_C(1 - \Sigma\bar{\pi}_j) = \frac{1 - \Sigma\bar{\pi}_j}{\dfrac{T_0}{T_f} - 1} \tag{23}$$

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XXXIX — 1977, Numărul 3

MECANICĂ FINĂ

C.Z.: 681.11.034.1

ASUPRA ALEGERII UNEI VARIANTE OPTIME PENTRU ANGRENAJELE AVÎND DANTURA CICLOIDALĂ APROXIMATIVĂ *

TR. DEMIAN, D. TUDOR, MIHAELA ȚENEA

Lucrarea tratează unele probleme de interes major referitoare la proiectarea angrenajelor cu profil cicloidal utilizate în mecanica fină. Prin diagramele de calcul obținute pe calculator se vine în ajutorul proiectanților pentru adoptarea soluțiilor optime.

Angrenajele cu profil cicloidal aproximativ continuă să fie utilizate în mecanică fină, cu deosebire, în mecanismele de ceasornic. Utilizarea lor la aceste mecanisme este determinată de următoarele considerente :

— viteza periferică a roților dințate este mică, deci influența impulsurilor de angrenare datorate variațiilor brusce ale vitezei unghiulare a roții conduse la începutul și sfîrșitul angrenării este neglijabilă ;

— rapoartele de transmitere la mecanismele utilizate sînt subunitare, deci se folosesc ca mecanisme multiplicatoare ;

— variația momentului transmis la arborele de ieșire trebuie să fie cît mai mică.

Pentru îndeplinirea condițiilor de mai sus, s-au construit nomogramele din care se poate stabili angrenajul optim. Pentru realizarea acestor nomograme s-au utilizat următorii parametrii funcționali :

— fidelitatea vitezei unghiulare a angrenajului definită prin raportul

$$\eta_\omega = \frac{i_\omega}{i_0}, \tag{1}$$

unde i_ω, este raportul de transmitere instantaneu ; i_0 — raportul de transmitere nominal deci,

$$i_\omega = \frac{\omega_1}{\omega_2}, \text{ și } i_0 = \frac{z_2}{z_1} \tag{2}$$

* Manuscris predat redacției la data de 7 iunie 1977

în care ω_1 și ω_2 reprezintă vitezele unghiulare ale roților dințate aflate în angrenare și z_1 și z_2 numerele de dinți al acestor roți;

η_M — fidelitatea momentului transmis unde

$$\eta_M = \frac{M_2}{M_1 i_0}, \tag{2'}$$

M_2 și M_1 reprezentînd momentele transmise de cele două roți în angrenare.

Avînd în vedere că la mecanismele de ceasornic interesează mai mult variația parametrului η_M, s-a calculat, pentru cele mai uzuale angrenaje valoarea acestui parametru.

Cu notațiile din fig. 1, relațiile de calcul sînt:

Fig. 1

$$\eta_M = \eta_\omega \frac{\sin\gamma}{\sin\gamma + \mu\cos\gamma - \frac{\mu e}{R_{r_1}}} \tag{3}$$

unde s-au notat,

$$\frac{1}{\eta_\omega} = \frac{1}{i_0} - \frac{A\cos\varphi_2}{i_0 R_1 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)}; \tag{4}$$

$$\sin\varphi_2 = \frac{\rho_1 d'}{d'^2 + p^2} \pm \sqrt{\left(\frac{\rho_1 d'}{d'^2 + p^2}\right)^2 \frac{p^2 - \rho_1^2}{d'^2 - p^2}}; \tag{5}$$

$$d' = A - R_1 \cos\varphi_1; \tag{6}$$

$$p = R_1 \sin\varphi_1; \tag{7}$$

$$e = \sqrt{R_1^2 + R_{r1}^2 - 2R_1 R_{r1}\cos\varphi_1} - \rho_1; \tag{8}$$

$$\sin\gamma = \frac{R_1 \sin\varphi_1}{\sqrt{R_1^2 - R_{r1}^2 - 2R_1 R_{r1}\cos\varphi_1}} \tag{9}$$

$$\cos\gamma = \frac{R_{r1} - R_1\cos\varphi_1}{\sqrt{R_1^2 + R_{r1}^2 - 2R_1 R_{r1}\cos\varphi_1}} \tag{10}$$

și

$$R_{r1} = \frac{A}{1+i}. \tag{11}$$

În aceste relații A reprezintă distanța dintre axe și se determină cu relația:

$$A = \frac{m}{2}(z_1 + z_2) + \Delta A$$

— Pierderea de natură mecanică:

$$\pi_m = |l_e| - |l| = \frac{1-\eta_m}{\eta_m}|l| = \frac{1-\eta_m}{\eta_m}(|l_C| - l_D) =$$
$$= \frac{1-\eta_m}{\eta_m} R \frac{\varkappa}{\varkappa-1}\left[\frac{T_1}{\eta_C}\left(\beta_C^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}} - 1\right) - \eta_D T_4\left(1 - \beta_D^{\frac{1-\varkappa}{\varkappa}}\right)\right] [\text{J/kg}] \quad (34)$$

— Lucrul mecanic efectiv consumat:

$$|l_e| = \frac{1}{\eta_m}|l| = \frac{R}{\eta_m} \frac{\varkappa}{\varkappa-1}\left[\frac{T_1}{\eta_C}\left(\beta_C^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}} - 1\right) - \eta_D T_4\left(1 - \beta_D^{\frac{1-\varkappa}{\varkappa}}\right)\right] [\text{J/kg}] \quad (35)$$

5. Bilanțul energetic – exergetic al unei instalații frigorifice cu comprimare de aer, cu regenerare.

Pentru ilustrarea celor prezentate s-a considerat o instalație frigorifică cu aer, cu regenerare, funcționînd după schema din fig. 1 și avînd ca destinație deservirea unui tunel de congelare rapidă. Pentru această instalație s-au considerat următoarele condiții de funcționare: $t_0 = 20°C$, $t_f = -60°C$, $\Delta T_r = 8$ grd, $\Delta T_f = 0$, $\Delta T_{rg} = 80$ grd, $\eta_C = 85\%$, $\eta_D = 80\%$, $\eta_m = 96\%$, $\Psi = 2\%$ și $\beta_C = 2{,}5$, obținîndu-se bilanțul energetic-exergetic prezentat în fig. 3.

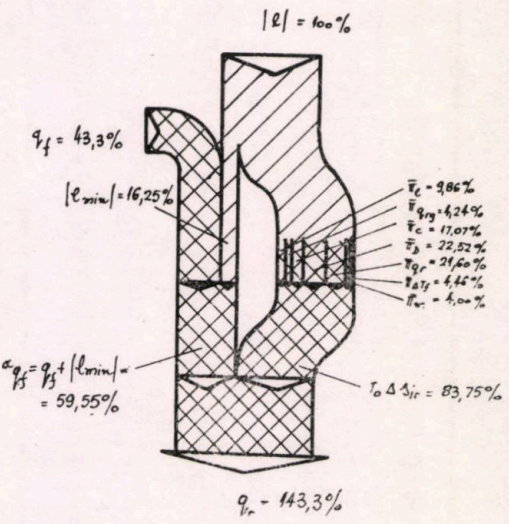


Fig. 3

Se constată că pentru a prelua de la mediul răcit cantitatea de căldură q_f, pierderile provocate de ireversibilitate sînt foarte mari: 83,75%, ceea ce determină un consum de energie corespunzător din exterior. Eficiența frigorifică este din acest motiv mică: $\varepsilon_e = 0{,}434$, față de eficiența ciclului Carnot corespunzător: $\varepsilon_C = 2{,}57$. Analiza pierderilor provocate de ireversibilitate arată că ponderile cele mai însemnate le dețin pierderile provocate de schimbul de căldură cu mediul ambiant, la diferență finită, variabilă de temperatură, 21,6%, pierderea provocată de ireversibilitatea proceselor de comprimare și destindere: 17,07%, respectiv 22,52%, și pierderile provocate de scăderile de presiune 9,86%. Se poate stabili în acest mod ce măsuri trebuie luate și unde anume, pentru ca ponderea pierderilor provocate de ireversibilitate să poată fi redusă și în felul acesta economicitatea instalației să fie îmbunătățită.

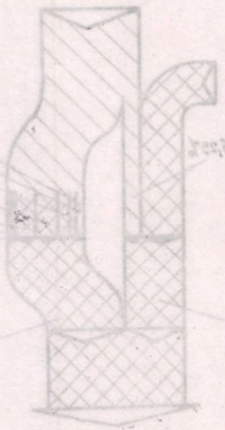
Catedra de termotehnică
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Nerescu I., Radcenco Vs.*, Analiza exergetică a proceselor termice — Ed. tehnică, București, 1970.
2. *Radcenco Vs.*, Procese termodinamice ireversibile vol. I—V. Institutul Politehnic București, 1975, 1976.
3. *Radcenco Vs.*, Influența ireversibilității interne și externe a ciclului de funcționare asupra economicității instalației frigorifice cu comprimare de aer. Industria Alimentară nr. 7, 1973.
4. *Radcenco Vs.*, Termodinamică tehnică și mașini termice — procese ireversibile — E.D.P. București, 1976.

About the Correlation Economicity-Irreversibility in the Case of the Regenerating Air Compression Freezing Installation

The work deals a complete thermodynamic analysis of the work cycle of the regenerating air compression freezing installation based by the balance of the losses caused by the irreversibility of the processes forming this cycle. The correlation between the economicity of the installation, expressed by the eficiency, and the irreversibility of the work cycle, expressed by the internal and external losses, is established. The analytic computational expressions of this losses, are established too.



şi transformată în semnal, este amplificată într-o punte electronică şi un inscriptor x, y. Semnalul poate fi derivat prin înregistrarea pe inscriptor a derivatei variaţiei lui $\Delta\varphi_2$. Pentru a asigura contactul pe flancuri se frînează roata 1b cu ajutorul unei greutăţi. Dispozitivul va fi antrenat

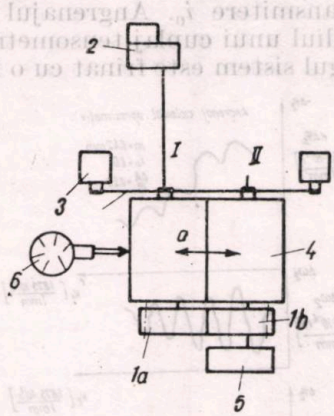


Fig. 5

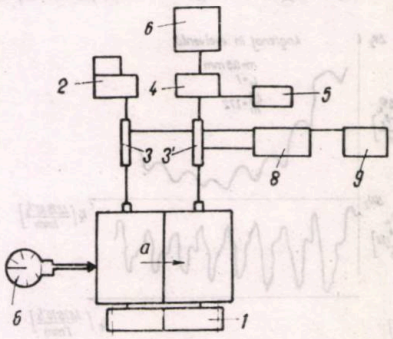


Fig. 6

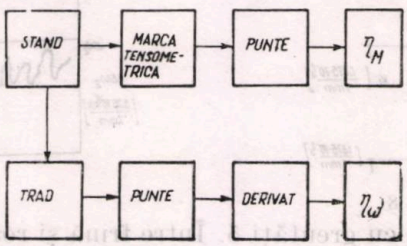


Fig. 7

cu o viteză unghiulară $\omega = 0{,}3$ rad/s. Variaţia distanţei între axe este citită la comparatorul 6.

În diagramele din figura 8 sînt reprezentate rezultatele experimentale obţinute pentru angrenajul cu profil cicloidal aproximativ, iar în figura 9 pentru un angrenaj de comparaţie cu profil în evolventă.

Aşa cum era de aşteptat comportarea angrenajului în evolventă este mai bună decît a angrenajului cu profil cicloidal aproximativ. Se constată însă că şi la angrenajul în evolventă apar oscilaţii mari $\Delta\omega_2$ ale vitezei unghiulare, pentru variaţii mari ale distanţei între axe $\left(\frac{\Delta A}{m} = 1{,}72\right)$. Aici însă, proble mele se complică prin apariţia angrenării pe muchie.

La angrenajul cu profil cicloidal aproximativ există variaţii importante ale vitezei unghiulare a roţii conduse chiar pentru $\frac{\Delta A}{m} = 0$. Aşa cum este cunoscut acest tip de angrenaj nu se recomandă la viteze mari.

Din diagrama reprezentată în figura 11 se constată că există o apropiere bună între rezultatele teoretice şi cele experimentale. Variaţia mai

mare a parametrului η_ω determinată experimental se poate explica prin dinamicitatea sistemului.

În figura 6 este reprezentat standul experimental pentru determinarea parametrului η_M. Standul se compune din angrenajul 1, la care se poate modifica convenabil raportul de transmitere i_0. Angrenajul este antrenat cu motoreductorul 2 prin intermediul unui cuplaj tensometric 3, cu o viteză unghiulară $\omega = 0{,}1$ rad/s. Întregul sistem este frînat cu o frînă

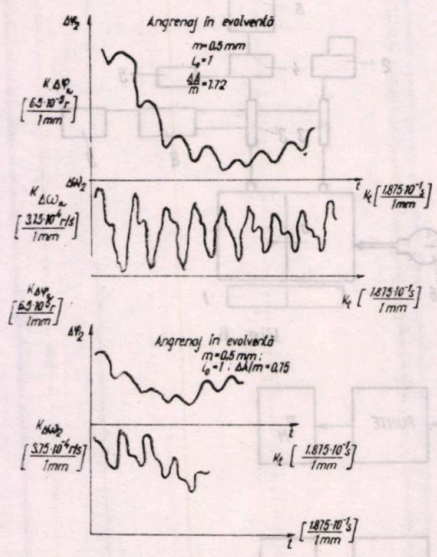


Fig. 8

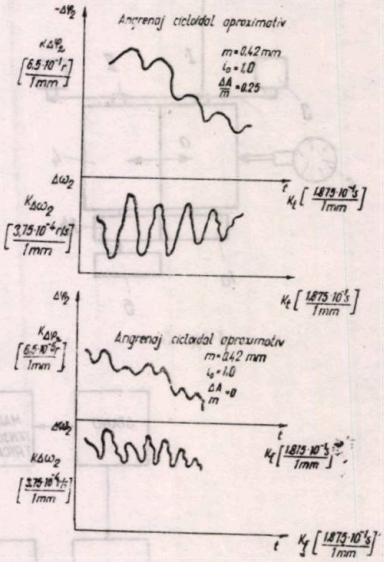


Fig. 9

electrică 4, ori o frînă cu greutăți 5. Între frînă și roata condusă a angrenajului 1 este montat cuplajul tensometric 3′. Distanța între axe se poate modifica convenabil și măsura cu ajutorul ceasului comparator 6

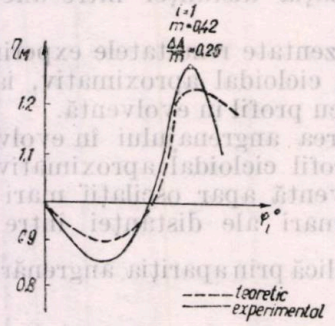


Fig. 10

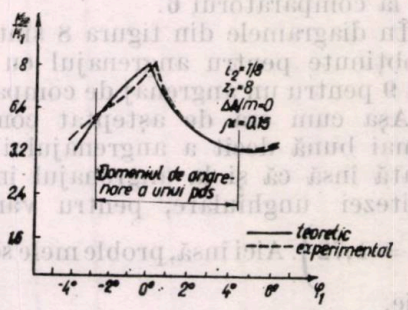


Fig. 11

Conform schemei bloc din figura 7, semnalele electrice de la mărcile tensometrice 3 și 3′ sînt amplificate de două punți tesometrice, ori într-un osciloscop cu două bucle. Prin etalonare se pot stabili mărimile momentelor transmise la arborii de intrare și ieșire și valorile parametrilor η_M.

În figura 10 sînt prezentate comparativ rezultatele experimentale cu cele teoretice. Există o apropiere sensibilă a celor două diagrame.

în care, m este modul, iar ΔA — variația distanței dintre axe. Prin ρ_1 s-a notat raza de curbură a arcului de cerc care reprezintă capul dintelui roții 1, iar R_1 este raza cercului centrelor de curbură a arcelor de cerc. Mărimile acestor parametri sînt indicate în tabele fiind standardizate de firmele producătoare.

La angrenarea după pol (figura 2) parametrii η_ω și η_M se determină cu relațiile:

$$\eta_\omega = \frac{1}{i_0} - \frac{A \cos \varphi_2}{i_0 R_1 \cos (\varphi_1 - \varphi_2)}; \qquad (12)$$

$$\eta_M = \eta_\omega \frac{\sin \gamma}{\sin \gamma - \mu \cos \gamma + \frac{\mu e}{R_{r1}}}. \qquad (13)$$

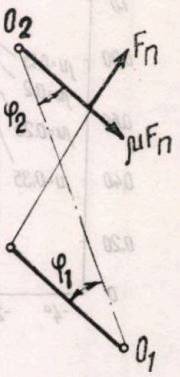


Fig. 2

Nomogramele de calcul efectuate consideră angrenajele cu profil cicloidal aproximativ după normele elveţiene NHS 56702 şi 56704 şi la care s-au variat parametrii z_1, i_0, μ, ΔA. Utilizîndu-se relaţiile de calcul (1) — (11) pentru angrenarea înainte de pol şi (12) — (13) pentru angrenarea după pol s-au trasat diagramele reprezentate în figurile 3 şi 4.

Din analiza diagramelor, rezultă că parametrul η_M depinde de poziţia de angrenare, numărul de dinţi z_1, coeficientul de frecare μ şi variaţia distanţei între axe ΔA.

Este vizibilă şi comportarea dezavantajoasă în special la angrenarea înainte de pol, odată cu creşterea raportului de transmitere nominal i_0 la modificarea distanţei dintre axe, şi înrăutăţirea condiţiilor de frecare.

Avînd în vedere că diagramele trasate în aceste figuri corespund celor mai uzuale angrenaje folosite în industria mecanismelor de ceasornice, există posibilitatea să se stabilească valorile optime ale acestor parametri, în special dacă trebuie adoptată valoarea rapoartelor de transmitere pe treaptă a unui mecanism cu roţi dinţate alcătuit din mai multe angrenaje simple. Influenţa variaţiei distanţei între axe permite proiectantului să aprecieze rolul jocurilor din lagăre asupra funcţionării angrenajului, iar variaţia coeficientului de frecare μ permite să se considere modificarea în timp a condiţiilor de lubrifiaţie.

Pentru o mai completă apreciere şi verificare a condiţiilor de angrenare au fost realizate standurile experimentale ale căror scheme sînt reprezentate în figurile 5 şi 6.

Standul reprezentat în figura 5, pentru determinarea lui η_ω, este compus din angrenajul 1a — 1b cu un raport de transmitere $i_0 = 1$, motoreductorul de antrenare 2, transmisia cu bandă etalon 3, suportul de sprijin reglabil 4, suportul traductorilor 5. Roata 1a este fixată pe arborele I, iar roata 1b este liberă pe arborele II. Transmisia etalon 3 realizează raportul de transmitere instantaneu $i_\omega = 1$. Deoarece suportul traductoarelor inductive 5 este montat fix pe arborele II, apare între acest suport şi roata 1b (antrenată cu $i_\omega \neq 1$) o oscilaţie unghiulară. Conform schemei bloc din figura 7, această oscilaţie preluată de traductorii inductivi

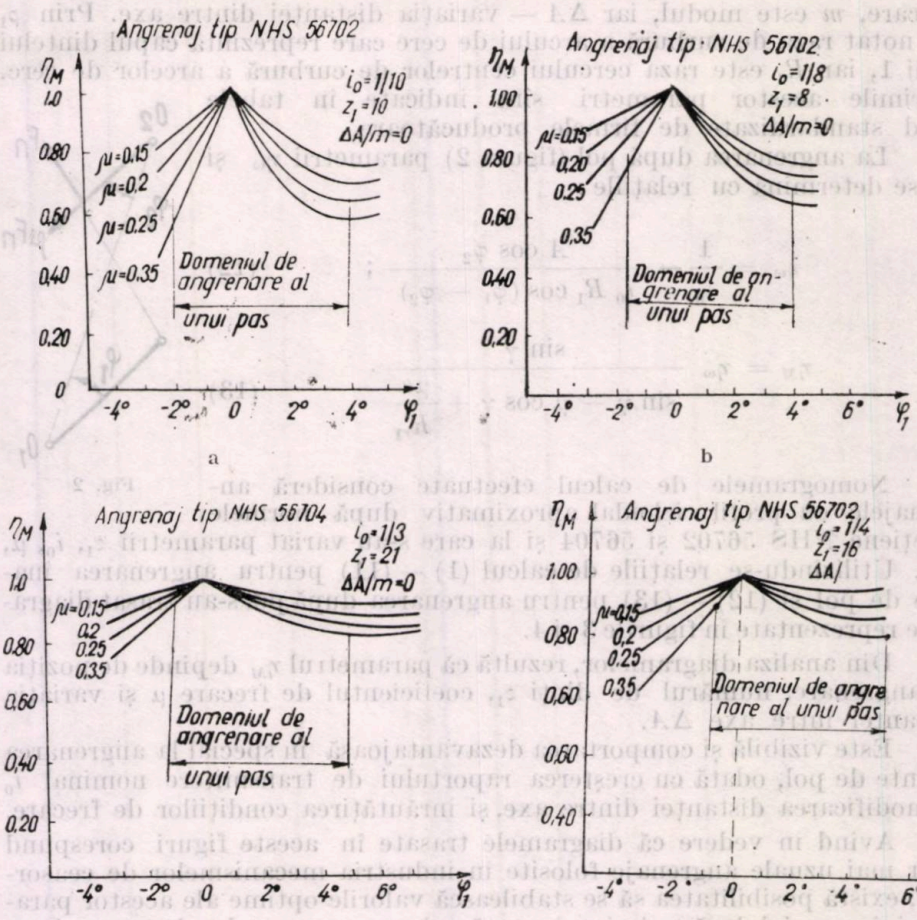

Angrenaj tip NHS 56702
η_M
1.0
0.80
0.60
0.40
0.20
0
$i_0=1/10$
$Z_1=10$
$\Delta A/m=0$
$\mu=0.15$
$\mu=0.2$
$\mu=0.25$
$\mu=0.35$
Domeniul de angrenare al unui pas
-4° -2° 0 2° 4° φ_1
a
Angrenaj tip NHS 56702
η_M
1.00
0.80
0.60
0.40
0.20
$i_0=1/8$
$Z_1=8$
$\Delta A/m=0$
$\mu=0.15$
0.20
0.25
0.35
Domeniul de angrenare al unui pas
-4° -2° 0 2° 4° 6° φ_1
b
Angrenaj tip NHS 56704
η_M
1.0
0.80
0.60
0.40
0.20
$i_0=1/3$
$Z_1=21$
$\Delta A/m=0$
$\mu=0.15$
0.2
0.25
0.35
Domeniul de angrenare al unui pas
-4° -2° 0 2° 4° 6° φ_1
c
Angrenaj tip NHS 56702
η_M
1.00
0.80
0.60
0.40
$i_0=1/4$
$Z_1=16$
$\Delta A/$
$\mu=0.15$
0.2
0.25
0.35
Domeniul de angrenare al unui pas
-4° -2° 0 2° 4° 6° φ_1
d

Fig. 3

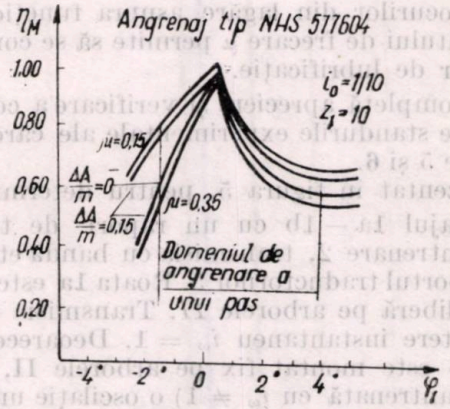

Angrenaj tip NHS 577604
η_M
1.00
0.80
0.60
0.40
0.20
$i_0=1/10$
$Z_1=10$
$\mu=0.15$
$\frac{\Delta A}{m}=0$
$\frac{\Delta A}{m}=0.15$
$\mu=0.35$
Domeniul de angrenare a unui pas
-4° -2° 0 2° 4° φ_1

Fig. 4

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XXXIX — 1977, Numărul 3

MECANICĂ AGRICOLĂ

C.Z.: 621. 36

STABILIREA PARAMETRILOR TOCĂTORULUI-ARUNCĂTOR DE LA COMBINELE DE SILOZ CU AJUTORUL CALCULATORULUI ELECTRONIC *

I. ROȘCA, I. CHELEMEN

În prima parte a lucrării se prezintă avantajele folosirii tocătorului — aruncător la combinele de siloz și tendințele pe plan mondial.

În continuarea lucrării, se analizează o metodă de calcul și se dă un exemplu cu ajutorul căruia se stabilesc mărimile optime ale principalilor parametri ai tocătorului aruncător cu cuțite drepte: unghiul de dispunere al cuțitului — paletă, lățimea cuțitului, starea suprafeței cu active și viteza periferică a tamburului.

Aparatul de tocat (tocătorul) este aparatul principal al combinelor de siloz și al celor de recoltat porumb. De buna funcționare a acestuia depinde în mare măsură calitatea procesului de lucru executat de combina respectivă.

Acest aparat este totodată principalul consumator de energie al combinelor de siloz, absorbind mai mult de jumătate din întreaga energie necesară acționării acestei mașini.

Un alt subansamblu important al combinelor de siloz îl constituie sistemul de evacuare al tocăturii, care poate fi format dintr-un transportor cu recleți, un ventilator-aruncător sau de alt tip.

Unele combine de siloz (de exemplu CSU) și de recoltat porumb (de exemplu R—9), sînt prevăzute cu sisteme combinate de aparate de tocat și evacuat tocătură, denumite tocător-aruncător. Un astfel de aparat execută atît tocarea (mărunțirea) cît și evacuarea și transportul tocăturii de la combina de siloz la remorcă, simplificînd schema tehnologică și cinematică a mașinii. În felul acesta se realizează o reducere însemnată a consumului de metal, de manoperă și a prețului de cost al mașinii.

Cercetările efectuate în străinătate [1] arată că în ce privește consumul de energie necesar unui astfel de aparat, acesta nu depășește consumul de energie necesar sistemelor cu aparate separate, de tocat și evacuat tocătura.

---

* Manuscris predat redacției la data de 14 martie 1977

Combina autopropulsată de furaje CAF existentă în fabricație la noi în țară este prevăzută cu aparate de tocat și evacuat tocătura. Înlocuirea tamburului de tocare și a ventilatorului aruncător cu un tocător-aruncător obținut prin modificarea constructivă și cinematică a actualului tocător, duce la simplificarea schemei constructive și cinematice a mașinii, la micșorarea greutății acesteia.

Pe plan mondial în ultimii 15 ani s-au făcut cercetări intense pentru înlocuirea aparatului de tocat și a ventilatorului aruncător cu un tocător-aruncător. În urma acestor cercetări în URSS se construiește combina KC—1,8 „Vihr" iar în RDG combina Fortschritt E—280, ambele prevăzute cu tocător-aruncător.

Există de asemenea și alte firme străine care livrează combine de recoltat furaje echipate cu tocător-aruncător.

În lucrarea [6] s-a făcut analiza procesului de lucru a tocătorului-aruncător cu cuțite drepte cu aruncare directă, în condițiile unei alimentări a masei verzi cu transportor și valțuri de presare.

În acest studiu interesează în primul rînd grosimea maximă de furaj ce poate fi tocată de acest tip de aparat de care depinde lățimea efectivă a cuțitului, fără să apară pericolul de înfundare și în al doilea rînd ce modificări constructive necesită pentru a crea un curent de aer suficient de puternic capabil să asigure evacuarea din mașină și refularea în remorcă a unui debit de furaj comparabil cu cel al combinelor KC—1,8 și E—280.

În cele ce urmează ne vom ocupa numai de prima problemă care vizează în primul rînd echipamentul de recoltat porumb, punînd în evidență interdependența dintre parametrii constructivi și funcționali ai aparatului și grosimea stratului de furaj (spațiul străbătut de o particulă de furaj pe cuțit) ce poate fi evacuat din aparat în timp ce tamburul se rotește cu un unghi $\Psi_a \leqslant \pi/4$. A doua problemă care vizează echipamentul de recoltat ierboase urmează să facă obiectul unei lucrări viitoare.

Plecînd de la mișcarea relativă a unei particule de tocătură pe cuțit se pot stabili următoarele ecuații diferențiale ale mișcării [6]:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \omega^2\{(x\cos\beta - y\sin\beta)\cos\beta + [r_0 + (x\sin\beta + y\cos\beta)\sin\gamma]\cdot$$

$$\cdot \sin\gamma\sin\beta\} - 2\omega V_r \sin\gamma\sin\theta - \mu\{\omega^2[r_0 + (x\sin\beta + \quad (1)$$

$$+ y\cos\beta)\sin\gamma]\cos\gamma + 2\omega V_r\cos\gamma\cos(\beta+\theta)\}\cdot\cos\theta$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = \omega^2\{-(x\cos\beta - y\sin\beta)\sin\beta + [r_0 + (x\sin\beta +$$

$$+ y\cos\beta)\sin\gamma]\sin\gamma\cos\beta\}$$

$$+ 2\omega V_r\sin\gamma\cos\theta - \mu\{\omega^2[r_0 + (x\sin\beta + y\cos\beta)\cdot$$

$$\cdot \sin\gamma]\cos\gamma + 2\omega V_r\cos(\beta+\gamma)\cos\gamma\}\sin\theta$$

Roţile dinţate considerate au funcţionat uşor lubrificate deci s-a adoptat $\mu = 0{,}15$.

Încercările teoretice şi experimentale prezentate mai sus permit o apreciere reală a modului de comportare a angrenajelor cu profil cicloidal aproximativ. Este deasemenea posibil să se determine randamentul mecanismelor cu roţi dinţate cu profil cicloidal aproximativ. Constructorul are la îndemînă o posiblitate în plus pentru alegerea unei variante optime a acestui angrenaj.

Catedra de mecanică fină
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *T. Demian*, Elemente constructive de mecanică fină, Editura didactică şi pedagogică, Bucureşti, 1976
2. *R. Naville* — Théorie et taillage des engrenages. Microtecnic 3, 1967
3. *R. Naville* — Mesure des engrenages d'horlogerie avec appareil a rouler sur deux flancs. Journal suisse d'horlogerie, 11—12, 1973

Nomogrammes de calcul pour les engrénages cycloïdales aproximtives

L'ouvrage traitent quelques problèmes d'intérêt majeur concernant la projection des engrénages cycloidales aproximatives utilisés dans la mecanique fine. Par les diagrammes obtenus sur le calculateur on aide les projectants à l'adoption des solutions meilleures.

Roțile dințate considerate au funcționat ușor lubrificate deci s-a adoptat $\mu = 0{,}15$.

Încercările teoretice și experimentale prezentate mai sus permit o apreciere reală a modului de comportare a angrenajelor cu profil cicloidal aproximativ. Este deasemenea posibil să se determine randamentul mecanismelor cu roți dințate cu profil cicloidal aproximativ. Constructorul are la îndemînă o posibilitate în plus pentru alegerea unei variante optime a acestui angrenaj.

Catedra de mecanică fină
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *T. Demian*, Elemente constructive de mecanică fină, Editura didactică și pedagogică, București 1976
2. *R. Naville* — Théorie et taillage des engrenages. Microtecnie 3, 1967
3. *R. Naville* — Mesure des engrenages d'horlogerie avec appareil a rouler sur deux flancs. Journal suisse d'horlogerie, 11—12, 1973

Nomogrammes de calcul pour les engrénages cycloïdales aproximitives

L'ouvrage traitent quelques problèmes d'intérêt majeur concernant la projection des engrénages cycloïdales aproximatives utilisés dans la mecanique fine. Par les diagrammes obtenus sur le calculateur on aide les projectants à l'adoption des solutions meilleures.

la care se adaugă relațiile de legătură :

$$V_r = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2} = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} = \sqrt{U^2 + V^2} \tag{2}$$

$$\theta = \operatorname{arctg} \frac{V_{ry}}{V_{rx}} = \operatorname{arctg} \frac{\dot{y}}{\dot{x}} = \operatorname{arctg} \frac{V}{U}$$

Condițiile inițiale sînt următoarele :

$$\operatorname{tg} \theta_0 = \frac{F_{ty}}{F_{tx}} = \frac{\rho(-\cos\alpha \sin\beta + \sin\alpha \sin\gamma \cos\beta)}{\rho(\cos\alpha \cos\beta + \sin\alpha \sin\gamma \sin\beta)} = \tag{3}$$

$$= \frac{-(x\cos\beta - y\sin\beta)\sin\beta + [r_0 + (x\sin\beta + y\cos\beta)\sin\gamma]\sin\gamma\cos\beta}{(x\cos\beta - y\sin\beta)\cos\beta + [r_0 + (x\sin\beta + y\cos\beta)\sin\gamma]\sin\gamma\sin\beta}$$

$$x_0 = \sqrt{R^2 - r_0^2} - L$$

$$y_0 = 0$$

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)_{t=0} = \dot{x} = U_0 = 0$$

$$\left(\frac{dy}{dt}\right)_{t=0} = \dot{y} = V_0 = 0$$

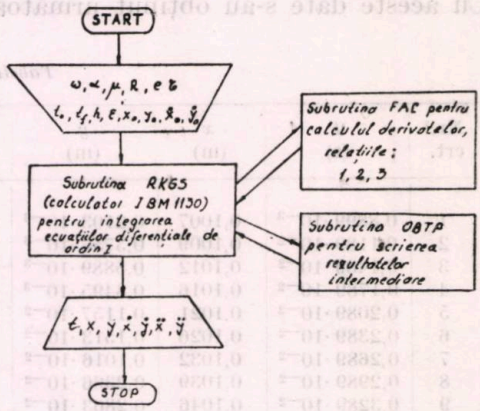


Fig. 1 Organigrama de rezolvare a ecuațiilor diferențiale.

Rezolvînd acest sistem de ecuații, după transformarea sa într-un sistem de ecuații diferențiale de ordinul I cu ajutorul metodei Runge-Kutta pe un calculator numeric se obțin date asupra mișcării particulei de tocătură pe cuțit. Modul de rezolvare numerică este ilustrat în organigrama din fig.1.

Datele inițiale din organigramă au următoarele semnificații ;

ω — viteza unghiulară a tamburului (în rad/sec) ;
α — unghiul de înclinare a cuțitului în raport cu planul radial (în rad.) ;
μ — coeficientul de frecare dintre tocătură și cuțit ;
R — raza tamburului ;
l — lungimea cuțitului ;
τ — unghiul dintre muchia cuțitului și axa tamburului ;
β — unghiul de înclinare a muchiei tăietoare a cuțitului față de generatoarea tamburului în plan orizontul $\left(\sin\beta = \frac{1}{2R}\, x \sin^2\theta\right)$;
γ — unghiul făcut de planul cuțitului cu planul orizontal ($\cos\tau = \cos\beta\cos\gamma$) ;
t_0 — timpul inițial ($t_0 = 0$) ;

t_f — timpul final (impus de unghiul ψ_a de rotație a tamburului în timpul mișcării relative a tocăturii pe cuțit:

$$\psi_a = \omega t_f \leqslant \frac{\pi}{4}$$

h — pasul de calcul $(t_i - t_{i-1})$;
ε — eroarea de calcul impusă;
$x_0\, y_0$ — coordonatele inițiale ale particulei;
$x_0'\, y_0'$ — componentele vitezei relative inițiale;

Datele finale din organigramă: t, x, y, $\dot{x}$, $\dot{y}$, $\ddot{x}$, $\ddot{y}$, reprezintă valorile corespunzătoare ale parametrilor respectivi la momentul dat (de exemplu la t_f impus).

Aplicație numerică. Cazul tocătorului aruncător folosit la combina de siloz universală CSU: $\omega = 150$ rad./sec; $\alpha_0 = 65°$; $R = 0{,}285$ m.; $l = 0{,}3$ m.; $\tau = 14°$.

În conformitate cu datele din literatura de specialitate consultate [1], [2], am ales pentru ceilalți parametri următoarele valori: $\mu = 0{,}3$; $t_f = 0{,}005$ s.; $h = 10^{-5}$ s; $\varepsilon = 10^{-6}$; $x_0 = 0$; $y_0 = 0$; $\dot{x}_0 = 0$; $\dot{y}_0 = 0$. Cu aceste date s-au obținut următoarele rezultate (tabelul 1).

Tabelul Nr. 1

Nr. crt.	t (s)	x (m)	y (m)	$\dot{x}$ (m/s)	$\dot{y}$ (m/s)	$\ddot{x}$ (m/s²)	$\ddot{y}$ (m/s²)
1	$0{,}8899 \cdot 10^{-3}$	0,1007	$0{,}2103 \cdot 10^{-3}$	0,7406	0,4723	$0{,}8003 \cdot 10^{3}$	$0{,}5295 \cdot 10^{3}$
2	$0{,}1189 \cdot 10^{-2}$	0,1009	$0{,}3756 \cdot 10^{-3}$	0,9778	0,6310	$0{,}7817 \cdot 10^{3}$	$0{,}5288 \cdot 10^{3}$
3	$0{,}1489 \cdot 10^{-2}$	0,1012	$0{,}5889 \cdot 10^{-3}$	1,209	0,7856	$0{,}7649 \cdot 10^{3}$	$0{,}5281 \cdot 10^{3}$
4	$0{,}1789 \cdot 10^{-2}$	0,1016	$0{,}8495 \cdot 10^{-3}$	1,456	0,9479	$0{,}7498 \cdot 10^{3}$	$0{,}5274 \cdot 10^{3}$
5	$0{,}2089 \cdot 10^{-2}$	0,1021	$0{,}1157 \cdot 10^{-2}$	1,659	1,106	$0{,}7363 \cdot 10^{3}$	$0{,}5269 \cdot 10^{3}$
6	$0{,}2389 \cdot 10^{-2}$	0,1026	$0{,}1513 \cdot 10^{-2}$	1,878	1,264	$0{,}7244 \cdot 10^{3}$	$0{,}5265 \cdot 10^{3}$
7	$0{,}2689 \cdot 10^{-2}$	0,1032	$0{,}1016 \cdot 10^{-2}$	2,094	1,421	$0{,}7139 \cdot 10^{3}$	$0{,}5261 \cdot 10^{3}$
8	$0{,}2989 \cdot 10^{-2}$	0,1039	$0{,}2366 \cdot 10^{-2}$	2,307	1,579	$0{,}7049 \cdot 10^{3}$	$0{,}5260 \cdot 10^{3}$
9	$0{,}3289 \cdot 10^{-2}$	0,1046	$0{,}2863 \cdot 10^{-2}$	2,517	1,737	$0{,}6973 \cdot 10^{3}$	$0{,}5260 \cdot 10^{3}$
10	$0{,}3589 \cdot 10^{-2}$	0,1054	$0{,}3408 \cdot 10^{-2}$	2,725	1,895	$0{,}6910 \cdot 10^{3}$	$0{,}5261 \cdot 10^{3}$
11	$0{,}3889 \cdot 10^{-2}$	0,1063	$0{,}4001 \cdot 10^{-2}$	2,932	2,053	$0{,}6859 \cdot 10^{3}$	$0{,}5265 \cdot 10^{3}$
12	$0{,}4189 \cdot 10^{-2}$	0,1072	$0{,}4640 \cdot 10^{-2}$	3,137	2,211	$0{,}6820 \cdot 10^{3}$	$0{,}5270 \cdot 10^{3}$
13	$0{,}4489 \cdot 10^{-2}$	0,1081	$0{,}5327 \cdot 10^{-2}$	3,341	2,369	$0{,}6793 \cdot 10^{3}$	$0{,}5278 \cdot 10^{3}$
14	$0{,}4789 \cdot 10^{-2}$	0,1092	$0{,}6062 \cdot 10^{-2}$	3,545	2,527	$0{,}6778 \cdot 10^{3}$	$0{,}5288 \cdot 10^{3}$

Cu ajutorul datelor din tabelul 1 se pot determina ceilalți parametri ce caracterizează mișcarea particulei materiale respective. Astfel cu ajutorul relațiilor (2) se pot calcula unghiul θ făcut de direcția vitezei relative cu axa OX, precum și valoarea acestei viteze.

Unghiul α de înclinare a cuțitului în raport cu planul radial este dat de relația:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{r_0 + (x \sin \beta + y \cos \beta) \sin \gamma}{x \cos \beta + y \sin \beta} \tag{4}$$

Raza vectoare a unui punct curent de pe traiectoria parcursă de o particulă față de axa tamburului se poate calcula din relația:

$$\rho = \frac{x \cos \beta + y \sin \beta}{\cos \alpha} \tag{5}$$

Un alt parametru important care caracterizează mișcarea particulei este viteza sa absolută care este dată de relația:

$$\bar{V}_a = \bar{V}_r + \bar{V}_{tp} \tag{6}$$

unde V_{tp} este viteza de transport $\rho\omega$. Întrucît cele două viteze se află în plane diferite descompunem mai întîi viteza relativă V_r într-un plan transversal și într-un plan axial (care conține axa tamburului), deci:

$$\bar{V}_r = \bar{V}_{rt} + \bar{V}_{ra} \tag{7}$$

Cele două componente din planul transversal vor da o rezultantă V_t care este dată de relațiile:

$$\bar{V}_t = \bar{V}_{rt} + \bar{V}_{tp} \tag{8}$$

$$V_t = \sqrt{V_r^2 \cos^2(\beta + \theta) + \omega^2 \rho^2 + 2V_r \cos(\beta + \theta)\omega\rho \sin \alpha} \tag{8'}$$

Modulul și direcția vitezei absolute rezultă din următoarele relații:

$$\bar{V}_a = \bar{V}_t + \bar{V}_{ra} \tag{9}$$

$$V_a = \sqrt{V_r^2 \cos^2(\beta + \theta) + \omega^2 \rho^2 + 2V_r \cos(\beta + \theta)\omega\rho \sin\alpha + V_r^2 \sin^2(\beta+\theta)} \tag{9'}$$

$$\operatorname{tg} \theta_1 = \frac{V_r \sin(\beta + \theta)}{V_t} \tag{10}$$

Pentru valorile parametrilor τ, l, R impuse rezultă următoarele valori pentru unghiurile care caracterizează poziția cuțitului $\beta \cong 2°$; $\gamma \cong \tau \cong 14°$; $r_0 = 0{,}258$ m.

Cunoscînd valorile acestor unghiuri cu ajutorul relațiilor de mai sus rezultă valorile parametrilor θ, V_r, α, ρ, ω, V_t, V_a, θ_1 (tabelul 2).

Așa după cum s-a spus de la început evacuarea particulei (masei de furaj) de pe cuțit trebuie să se efectueze într-un interval de timp mai mic cel mult egal cu cel corespunzător rotirii tamburului cu un unghi $\Psi_a = \omega t \leqslant \pi/4$. Din acest motiv acest unghi este de asemenea un parametru important al mișcării.

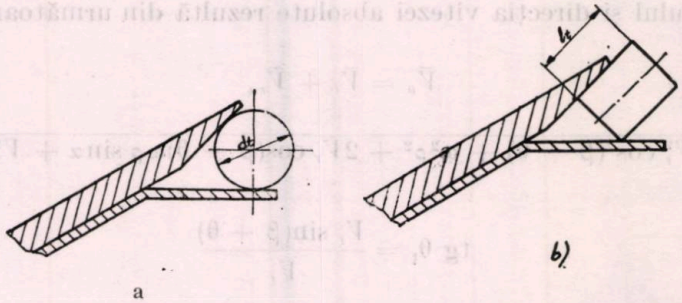
Din datele obținute (tabelul 1) rezultă că în timp ce tamburul se rotește cu 0,7183 radiani (circa 41°) particula materială parcurge un spațiu

Tabelul Nr. 2

Nr. crt.	$\theta = \text{arc. tg.}\frac{\mathring{y}}{\mathring{x}}$ (grade)	$\theta + \beta$	$V_r = \sqrt{\mathring{x}^2 + \mathring{y}^2}$ (m/s).	α°	ρ_m	ω rad/s	$\rho \cdot \omega$ m/s	V_t m/s	V_a m/s	$\psi_a = \omega t$ rad	θ_1 grade
1	32°20′	34°20′	0,7714	68°45′	0,26	150	39	39,6	39,6	0,134	15′
2	32°45′	34°45′	1,16	68°35′	0,262	150	39,3	40,1	40,1	0,178	35′
3	33°05′	35°05′	1,45	68°25′	0,263	150	39,4	40,5	40,5	0,223	1°
4	33°20′	35°20′	1,72	68°10′	0,265	150	39,7	40,9	41	0,268	1°50′
5	33°40′	35°40′	1,99	68°	0,267	150	40	41,5	41,5	0,313	1°50′
6	34°02′	36°	2,26	67°40′	0,269	150	40,4	41,5	41,5	0,358	2°20′
7	34°12′	36°10′	2,56	67°30′	0,271	150	40,6	42	42	0,402	3°05′
8	34°20′	36°20′	2,8	67°10′	0,273	150	41	42,5	42,5	0,448	3°40′
9	34°38′	36°40′	3,28	66°45′	0,275	150	41,2	42,8	43	0,493	5°15′
10	34°48′	36°05′	3,32	66°30′	0,277	150	41,5	43,5	43,5	0,538	5°15′
11	35°	37°	3,7	66°10′	0,279	150	41,8	43,9	43,9	0,583	5°45′
12	35°10′	37°10′	3,82	65°40′	0,280	150	42,0	44,5	44,5	0,628	7°15′
13	35°25′	37°25′	4,08	65°20′	0,283	150	42,5	42,5	44,8	0,673	7°40′
14	35°30′	37°35′	4,31	65°	0,285	150	42,7	45,4	45,4	0,718	8°30′

$x = x_f - x_i = 8{,}5$ mm. Tocătura de furaj obținută din tulpinile de porumb are anumite dimensiuni. Diametrul acestor tulpini (d_t) este cuprins între 20 și 35 mm. Lungimea tocăturii (l_t) este variabilă și se află cuprinsă între 10—60 mm.

Posibilitățile de dispunere a particulelor de tocătură pe cuțit după tăiere sînt indicate în figura 2. Avînd în vedere cazurile cele mai defavorabile de dispunere, în ce privește procesul de evacuare (figura 2b) precum



a

Fig. 2 Schemele de dispunere a fragmentelor de tocătură în procesul de evacuare (aruncare) din tocătorul-aruncător.

și dimensiunile minime ale tocăturii ($d_t = 20$ mm, $l_t = 10$ mm) rezultă că și aceste fragmente de tulpini pot fi evacuate din aparat în timp ce tamburul se rotește cu un unghi mai mic de $\pi/4$.

În ce privește grosimea maximă de furaj ce poate fi tocată de acest aparat, de care depinde capacitatea de lucru a mașinii, în condițiile actuale această este limitată la circa 25 mm. Această grosime poate fi mărită la dublu avînd în vedere că în prezent particulele tocate practic sînt aruncate instantaneu în conducta de evacuare.

Dacă avem în vedere că coeficientul de frecare poate fi micșorat pînă la 0,1, iar unghiul α este mai mic în zona de evacuare (circa 45°) și

că ambii parametri contribuie la micșorarea timpului de evacuare și deci la mărirea grosimii stratului de furaj tocat rezultă că, prin mici modificări constructive, acest tocător aruncător poate fi adaptat pe o combină de siloz de tip CAF.

De exemplu : pentru $\alpha = 45°$ folosind aceeași metodică prezentată mai sus rezultă $x_f - x_i = 29{,}7$ mm, iar pentru $\mu = 0{,}1$ ($\alpha = 65°$) rezultă $x_f - x_i = 40$ mm.

În concluzie mărirea grosimii stratului de furaj tocat și deci mărirea capacității de lucru a tocătorului aruncător analizat se poate realiza prin mărirea lungimii active a cuțitului de la 25 mm., cît este în prezent, la 50 mm. ceea ce impune micșorarea unghiului α de la 65° la 45° și micșorarea coeficientului de frecare dintre tulpină și cuțit de la 0,3 la 0,1.

Pentru evacuarea tocăturii din mașină o deosebită importanță prezintă și viteza absolută a particulei de tocătură și unghiul θ_1 pe care aceasta îl face cu planul transversal. Din tabelul 2 rezultă că viteza absolută a particulei crește în procesul de evacuare ceea ce permite evitarea înfundării aparatului și deci a mașinii. În ce privește unghiul θ_1 de care depinde orientarea fluxului de tocătura în conducta de evacuare acesta este destul de mic astfel încît fluxul de tocătură este orientat aproximativ pe axa longitudinală a mașinii, ceea ce asigură atît o evacuare fără înfundări cît și o bună încărcare în remorcă.

Catedra de mecanică
Catedra de mașini agricole
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București.

BIBLIOGRAFIE

1. *N. E. Reznic*, Analiticescoe isledovanie S pomoșciu electronovicislitelnoi mașinî proțesa șvîrania izmelcenoi masî nojevîm barabanom silosouborocinovo combaina. Revista Trăctorî i selihoz mașinî nr. 3/1964.
2. *I. I. Alihașkin, I. V. Homenco*, Analiticescoe i experimentalnoe isledovanie izmelciaiușce-transportiruiușcevo aparats barabanovo tipa-Trudî VISHOM a vol 47 Moscova 1966.
3. *P. Dimo* Programarea în Fortran, Ed. Didactică și Pedagogică 1971.
4. * * * Exaktfeldhäschsler E—280, Prospect al firmei Fortschritt.
5. * * * *Cormouborocinii* Complex „SOJ—1", Prospect al uzinei „Gomselmaș" din Gomelsc.
6. *I. Chelemen, I. Roșca*, Considerații teoretice privind alegerea parametrilor tocătorului aruncător de tip tambur cu cuțite drepte de la combinele de siloz. Buletin Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, vol. 38, nr. 3/1976.

Установление Параметров Измельчителя-швырялки в Силозовых Комбайнах при Помоши Электронной Вычнислителяной Машины

В первой части работы представлены преимущества применения измельчителя-швырялки в силозовых комбаинах и его стремление расширяться на мировом масштабе.

В продолжении работы расматривается метод расчета и дается пример расчета с помощью которого устанавливаются оптимальные величины основных параметров измельчителя-швырялки с прямыми ножами как: угол расположения ножей-лопастей, ширина ножа, состояние активной поверхности ножа и окружная скорость барабана.

că ambii parametri contribuie la micşorarea timpului de evacuare şi deci la măirea gradului de fiabilitate. Rezultă că, prin mici modificări constructive, acest locator aruncător poate fi adaptat pe o combină de sfeclă de tip CAP.

De exemplu: pentru $\alpha = 45°$ folosind aceeaşi metodică prezentată mai sus rezultă $x_3' - x_3 = 29{,}7$ mm, iar pentru $\mu = 0{,}1$ ($\alpha = 65°$) rezultă $x_3' - x_3 = 10$ mm.

În concluzie măirea gradului de fiabilitate şi deci mărirea capacităţii de lucru a locatorului aruncător analizat se poate realiza prin mărirea înălţimii active a cuţitului de la 25 mm, cât este în prezent, la 50 mm, ceea ce implică micşorarea unghiului α de la 65° la 45° şi micşorarea coeficientului de frecare dintre tulpină şi cuţit de la 0,3 la 0,1.

Pentru evaluarea locăturii din masină o deosebită importanţă prezintă şi viteza absolută a particulei de locătură şi unghiul θ_1 pe care aceasta îl face cu planul transversal. Din tabelul 2 rezultă că viteza absolută a particulei creşte în procesul de evacuare ceea ce permite evitarea înfundării aparatului şi deci a maşinii. În ce priveşte unghiul θ_1 de care depinde orientarea fluxului de locătură în conducta de evacuare acesta este destul de mic astfel încât fluxul de locătură este orientat aproximativ pe axa longitudinală a maşinii, ceea ce asigură atât o evacuare fără înfundări cât şi o bună încărcare în remorcă.

Catedra de mecanică
Catedra de maşini agricole
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti.

BIBLIOGRAFIE

1. V. A. Revnic, Analitičeskoe issledovanie s pomoŝʹju elektronovyčislitelʹnoi maşini proţesa vytrusiia izmel'čennoi massi molotym berabanom silosouberočnovo combaina. Trevista Traktori i selihoz maşini nr. 3/1964.
2. I. I. Ilʹinskaia, A. V. Tiumenco, Analitičeskoe i eksperimentalnoe issledovanie izmelčiaiuşcevo transportirujuşcevo apparata barabanovo tipa-Trudi VISTIOM a vol.47 Moscova 1966.
3. P. Dima Programarea în Fortran, Ed. Didactică şi Pedagogică 1971.
4. " " Exsaltiedbşcekiev R—280, Prospect al lucrari Portseshii.
5. " " Cormunbonvrîi Complex „SO1—1", Prospect al uzinei „Comecinna" din Comp-ise.
6. I. Chelemen, A. Rişco, Consideraţii teoretice privind alegerea parametrilor locatorului aruncător de tip tambur cu cuţite drepte de la combinele de sfeclă, Buletin Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, vol. 38, nr. 3/1976.

Установление Параметров Выполнителя-швыряла в Свеклоуборочных при Помощи Электронной Вычислительной Машины

В первой части работы представлена программа применения вычислительной машины в следующих комбайнах и его отрезание расширяется на широком масштабе.

В продолжении работы рассматривается метод расчета и дается пример расчета с помощью которого устанавливаются оптимальные величины основных параметров швыряющего-швыряющих с применяя пожали как: угол расположения ножей-лопастей, ширина ножа, состояние активной поверхности ножа и скорость скорости барабана.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XXXIX — 1977, Numărul 3

REZISTENȚA MATERIALELOR

C. Z.: 620.172.539.42

CERCETĂRI EXPERIMENTALE ASUPRA RĂSPUNSULUI ARCULUI LAMELAR PRERĂSUCIT LA O SOLICITARE AXIALA STATICĂ SAU DINAMICĂ

D. D. BOIANGIU, I. CONSTANTINESCU

În lucrare se prezintă dispozitivele utilizate, metodologia măsurărilor și unele din rezultatele experimentale obținute pentru arcul lamelar prerăsucit, solicitat axial static sau dinamic.

Introducere

În construcția unor aparate de măsură de mare precizie și sensibilitate, cum este — de exemplu — microcatorul, se utilizează ca element sensibil un arc lamelar prerăsucit în sensuri contrare de la mijloc spre capete, ca în figura 1. Arcul are porțiunea mijlocie neprerăsucită (denumită punte).

Dacă arcului i se aplică la capete o solicitare axială, puntea se va roti cu un unghi proporțional cu deplasarea axială impusă. Atașînd punții un ac indicator ce se rotește în fața unui cadran gradat, se obține, în principiu, un dispozitiv de măsurare a deplasării sau forței aplicate axial, arcului.

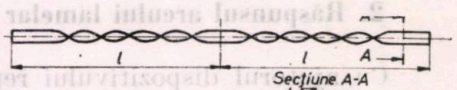


Fig. 1

Un astfel de sistem de măsurare este liniar, factorul său de amplificare fiind foarte mare [1].

Cercetarea experimentală a răspunsului arcului lamelar prerăsucit la o solicitare statică și dinamică s-a făcut în scopul verificării relațiilor de calcul stabilite teoretic în lucrarea [1].

În cele ce urmează se prezintă dispozitivele utilizate, metodologia măsurărilor și unele din rezultatele experimentale obținute pentru arcul lamelar prerăsucit, solicitat axial static sau dinamic.

1. Confecționarea arcului lamelar prerăsucit

Arcul lamelar prerăsucit s-a confecționat din bandă de oțel trasă la rece, cu grosimea 0,1 mm. Prerăsucirea s-a executat la rece, cu ajutorul dispozitivului reprezentat în figura 2.

* Manuscris predat redacției la data de 16 februarie 1976.

Banda 1 ce urmează să se prerăsucească, se prinde la capete cu ajutorul bucşelor elastice 2 şi 3, care se strîng cu şurubul 4, respectiv piuliţa 5. Suportul 6 se poate deplasa în lungul tijei 7, şi se fixează în poziţia cores-

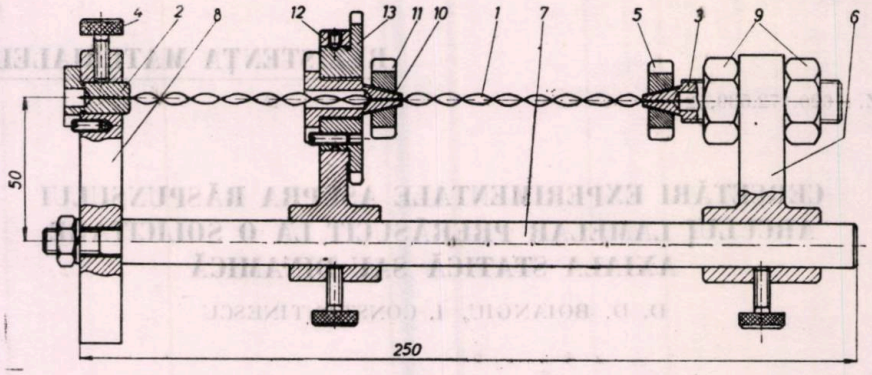


Fig. 2

punzătoare lungimii benzii. Dispozitivul se fixează prin prinderea într-o menghină de banc a părţii inferioare a suportului 8.

După prinderea la capete, banda se pretensionează axial cu ajutorul piuliţelor 9; în zona mijlocie se strînge bucşa elastică 10 cu ajutorul piuliţei 11, prin aceasta asigurîndu-se realizarea punţii arcului prerăsucit. Prin deplasarea şi fixarea suportului 12 în diverse poziţii, în lungul tijei 7, se pot confecţiona arcuri de lungimi diferite sau care au puntea într-o poziţie nesimetrică faţă de capete.

Prerăsucirea se realizează prin învîrtirea manuală a şaibei 13 cu numărul de rotaţii dorit.

2. Răspunsul arcului lamelar prerăsucit la o solicitare axială statică

Cu ajutorul dispozitivului reprezentat în figura 3 s-au determinat experimental unghiurile cu care se roteşte puntea arcului lamelar prerăsucit pentru diverse valori ale deplasării axiale ale acestuia.

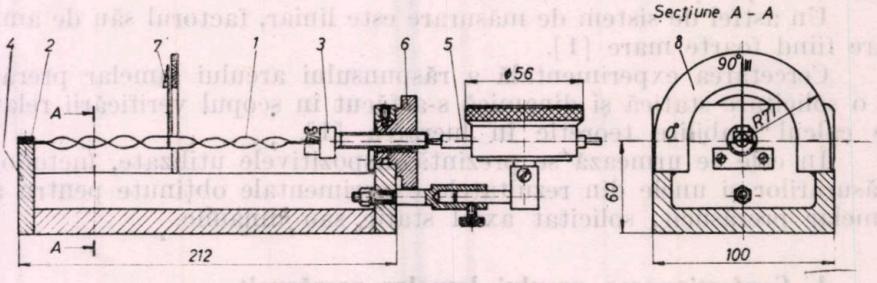


Fig. 3

Arcul prerăsucit 1 se prinde la capete în suportul fix 2 şi în menghina mobilă 3. De suportul 4 al dispozitivului este fixat rigid ceasul comparator 5 care măsoară deplasarea axială a arcului, ce se obţine prin învîrtirea piuliţei 6. Răspunsul arcului lamelar este măsurat cu ajutorul aculu

indicator foarte fin 7 care se rotește în fața cadranului 8, divizat în grade sexagesimale.

S-au efectuat determinări pe trei arcuri lamelare prerăsucite avînd lungimea totală $2\,l = 15$ cm, grosimea $\delta = 0{,}01$ cm și lățimea $b = 0{,}2$ cm (parametrul constructiv $\alpha = \delta/b = 0{,}05$). Cele trei arcuri au avut un număr de bucle prerăsucite diferit, astfel încît parametrul constructiv β_1, care este unghiul de prerăsucire pe o lungime egală cu lățimea b a secțiunii, a avut valorile 1,023; 0,475 și 0,25.

Rezultatele măsurărilor se dau în tabelul 1.

β_1	$\delta = 0{,}01$cm; b = 0,2 cm; $\alpha = 0{,}05$						*Tabelul 1*
1,023	u cm	0,0065	0,014	0,0225	0,0295	—	—
	$\varphi°$	10,5	20,5	36	48	—	—
0,475	u cm	0,0019	0,0037	0,0054	0,007	0,009	0,011
	$\varphi°$	6	11,5	16,5	22	27	35
0,25	u cm	0,002	0,0043	0,0064	0,0089	—	—
	$\varphi°$	10	21	32	45	—	—

În lucrarea [1] s-a stabilit teoretic că expresia răspunsului static al arcului lamelar prerăsucit este

$$\varphi = \frac{180}{\pi} \cdot \frac{\beta_1}{4\alpha^2 \frac{G}{E} + 0{,}15\,\beta_1^2} \cdot \mu, \tag{1}$$

în care φ este răspunsul unghiular (în grade) al punții arcului lamelar prerăsucit;
u — deplasarea axială;
G — modulul de elasticitate transversal al materialului arcului;
E — modulul de elasticitate longitudinal.

Considerînd că pentru un anumit arc relația dintre φ și u este liniară, adică de forma

$$\varphi = ku, \tag{2}$$

în care k este factorul de amplificare al arcului, acesta se poate calcula pentru perechile de valori φ_i, u_i determinate experimental, prin metoda celor mai mici pătrate. Rezultă:

$$k = \sum_{i=1}^{n} \varphi_i u_i \Big/ \sum_{i=1}^{n} u_i^2, \tag{3}$$

în care sumele se fac pentru cele n perechi de valori φ_i, u_i determinate experimental pentru fiecare arc în parte.

În tabelul 2 se dau valorile factorului de amplificare k, calculate cu relația (1) și cele obținute prin prelucrarea valorilor determinate experimental, cu relația (2).

Tabelul 2.

Parametrul constructiv β_1		1,023	0,475	0,25
Factorul de amplificare k[°/cm]	teoretic	1822	3610	5417
	experimental	1599	3125	5075
Eroarea η de determinare a lui k [%]		12,2	13,4	6,3

În ultima linie a tabelului 2 se dau valorile erorii de determinare a lui k, calculate cu relația:

$$\eta = (1 - k \text{ experimental}/k \text{ teoretic}) \times 100\ [\%]. \qquad (4)$$

Din analiza valorilor lui η se constată că pentru toate cele trei arcuri încercate erorile sînt pozitive, ceea ce se poate explica, în bună parte, prin producerea în timpul determinărilor a unor deformații ale dispozitivului și elementelor sale componente.

3. Răspunsul arcului lamelar prerăsucit la o solicitare axială dinamică

În numeroase cercetări efectuate în ultimele două decenii s-au studiat unele aspecte dinamice ale barelor cu secțiune dreptunghiulară îngustă, prerăsucite sau nu, aspecte mai mult sau mai puțin legate de răspunsul la o solicitate axială dinamică al elementului sensibil al microcatorului. Ilustrativă în acest sens este lucrarea [2] în care se studiază frecvențele naturale ale oscilațiilor longitudinale și torsionale cuplate și influența prerăsucirii barei cu secțiune dreptunghiulară îngustă asupra acestora.

Un studiu sistematic al răspunsului dinamic al elementului sensibil al microcatorului în regim tranzitoriu s-a făcut în lucrarea [1], cu scopul determinării condițiilor și parametrilor optimi în vederea utilizării acestui tip de aparat de măsură în sisteme automate de control.

Pentru verificarea experimentală a unora dintre ipotezele și concluziile lucrării [1] s-a realizat dispozitivul prezentat în figura 4, cu ajutorul căruia s-a determinat răspunsul arcului lamelor prerăsucit la o solicitare axială dinamică.

Dispozitivul se compune dintr-un batiu 1, de care este prins rigid suportul fix 2 și suporții mobili 3 și 4 ce se pot monta în diverse poziții, funcție de lungimea arcului care se studiază.

Unul din capetele arcului lamelar 5 se prinde în bucșa 6 care este solidară cu armătura mobilă a electromagnetului 7, fixat și el de suportul 2. Celălalt capăt al arcului lamelar se prinde în bucșa 8, care cu piulițele 9 permite pretensionarea axială a arcului 5.

Măsurarea deplasării bucșei 6, se face cu ajutorul traductoarelor rezistive 10, care sînt lipite pe lamela de oțel 11. Conectînd traductoarele la o punte tensometrică și un înregistrator, se obține semnalul de intrare al arcului lamelar prerăsucit. Semnalul de ieșire al acestuia se măsoară cu ajutorul traductoarelor inductive fără contact 12, între care se rotește plăcuța de oțel 13, legată de puntea arcului prerăsucit.

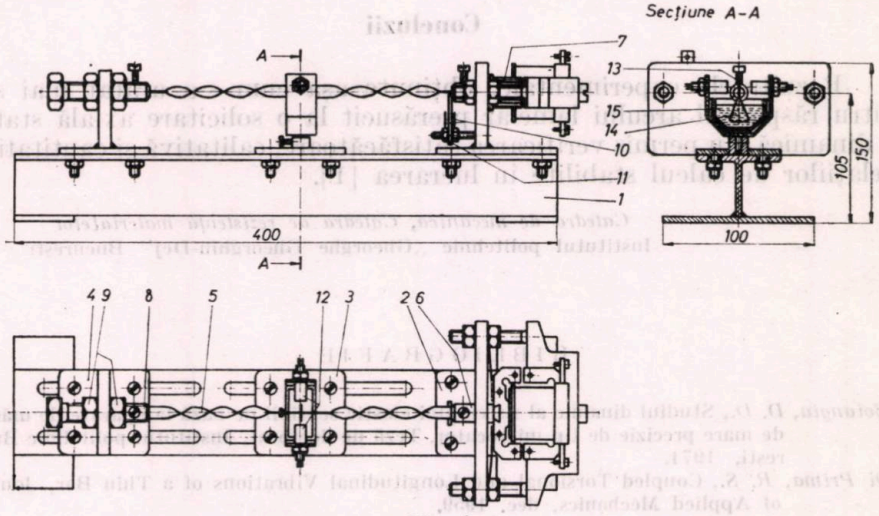


Fig. 4

În partea inferioară a punții arcului este fixată plăcuța 14 care se rotește în interiorul vasului 15 în care se introduc diverse lichide pentru asigurarea unor amortizări diferite mișcării arcului al cărui răspuns se studiază.

Traductoarele rezistive folosite pentru măsurarea semnalului de intrare au fost de tip M 120, fabricație Microtechna RSC, iar cele inductive fără contact de tip Tr. 2, fabricație HBM. Acestea s-au conectat la cîte o punte KWS—T5, ale căror semnale s-au introdus într-un amplificator de curent continuu cu două canale tip 8610 și apoi într-un înregistrator tip He—86 t, cu patru canale.

În vederea obținerii semnalului de intrare corespunzător, electromagnetul (avînd o bobină cu 5.000 spire din sîrmă de cupru cu diametrul 0,11 mm) a fost alimentat cu curent continuu la o tensiune de circa 60 V, reglabilă cu un reostat.

S-au încercat mai multe arcuri prerăsucite, avînd parametri constructivi diferiți și amortizări diferite, obținute prin umplerea parțială sau totală a vasului cu alcool, ulei sau ulei diluat cu benzină.

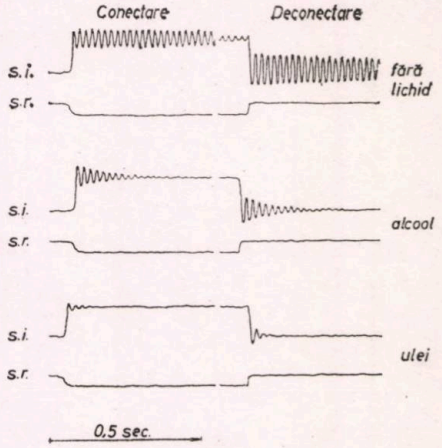


Fig. 5

În figura 5 s-au reprodus cîteva din înregistrările obținute, pe care se văd semnalele de intrare (notate s.i.) cît și cele de răspuns (notate s.r.) la conectarea (semnalele din dreapta) electromagnetului cu sursa de tensiune, adică la solicitarea axială a arcului lamelar prerăsucit, respectiv a înlăturarea solicitării.

Concluzii

Rezultatele experimentale, obținute așa cum s-a arătat mai sus, pentru răspunsul arcului lamelar prerăsucit la o solicitare axială statică sau dinamică, au permis verificarea satisfăcătoare, calitativă și cantitativă, a relațiilor de calcul stabilite în lucrarea [1].

Catedra de mecanică, Catedra de rezistența materialelor
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Boiangiu, D. D.*, Studiul dinamic al sistemului elastic sensibil de bază la aparate de măsură de mare precizie de tip microcator, Teză de doctorat, Institutul politehnic București, 1974.
2. *Di Prima, R. S.*, Coupled Torsional and Longitudinal Vibrations of a Thin Bar, Journal of Applied Mechanics, dec. 1959.

Recherches expérimentalles sur le repors du ressort en lamelle prétordue à une sollicitation axiale statique ou dinamique.

On présent les dispositifs utilisés, la méthodologie de mesure et quelques résultats expérimentaux obtenus pour le ressort en lamelle prétordue, sollicité axiallement en régime statique ou dynamique.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XXXIX — 1977, Numărul 3

C. Z.: 620.174/175
539.43

VIBRAȚIILE GRINZILOR CONTINUE SUSPENDATE PENDULAR SUB ACȚIUNEA FORȚELOR PERTURBATOARE*

VASILICA COSAC

În lucrare se stabilește sistemul de ecuații diferențiale pentru vibrațiile forțate de încovoiere — răsucire a grinzilor pendulare, avînd rigiditatea transversală mai mică decît cea verticală, în cazul flambajului antisimetric.

Determinarea relației care există între pulsația grinzii, pulsația și intensitatea forței excitatoare, permite stabilirea principalelor zone de instabilitate dinamică a grinzii.

Introducere

Grinzile continue suspendate de n reazeme pendulare sînt folosite în multe domenii ale tehnicii. Una din utilizările cele mai des întîlnite este aceea de căi de rulare pentru grinzile rulante suspendate, folosite în locul podurilor rulante.

O grindă pendulară este încărcată cu sarcini verticale statice și dinamice, care pot produce vibrații de o anumită frecvență.

Datorită vibrațiilor apar în grindă forțe suplimentare, care adăugîndu-se celor statice, pot conduce la valori ale încărcării, mai mari decît valoarea forței critice de flambaj și deci la pierderea stabilității.

Fibra medie deformată a grinzii, după pierderea stabilității, poate fi simetrică, sau antisimetrică, față de dreapta care unește cele n reazeme [1], [2], [3].

Deformația grinzii în cazul flambajului antisimetric [2] este astfel încît în secțiunile transversale ce trec prin punctele de suspendare nu apar deformații de răsucire și nici deplasări laterale (fig. 1).

În aceste condiții, un interval oarecare $i - 1$, i, izolat din grinda pe n reazeme, se comportă la fel ca o grindă pe două reazeme în care deplasările laterale și unghiurile de răsucire sînt nule.

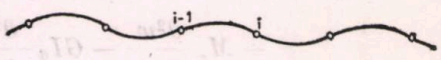


Fig. 1

* Manuscris predat redacției la data de 28 iunie 1976.

1. Ecuațiile de mișcare

Încărcarea grinzii se consideră constituită dintr-o forță concentrată, de forma $P = P_0 + P_t \cos \omega t$, aplicată la mijlocul deschiderii intervalului $i - 1, i$ și situată la distanța e sub fibra medie. În afara acestei încărcări, mai acționează momentele M_{i-1}, M_i, aplicate pe reazeme și care pot fi calculate din condițiile de continuitate ale grinzii pe n reazeme.

Se presupune că încărcarea totală care acționează asupra grinzii este mai mică decît valoarea sarcinii critice de flambaj static și deci sistemul ar trebui să execute oscilații verticale forțate. Totuși s-a observat [4] că, pentru anumite valori ale raportului dintre pulsația ω a forței excitatoare și pulsația proprie a vibrației laterale de încovoiere ω_y sau de răsucire ω_x forma dreaptă a barei devine nestabilă, apar vibrații de încovoiere-răsucire ale căror amplitudini cresc foarte repede. Raportul pulsațiilor la care apare această rezonanță este diferit de unu, adică de acela la care apare rezonanța în mod obișnuit. Pentru valori mici ale amplitudinii încărcării [4] acest raport ia valoarea doi.

Se consideră grinda în stare critică și în acest caz ea poate trece dintr-o formă de echilibru în alta învecinată și care se deosebește de prima prin apariția deformațiilor unghiulare de răsucire φ și deplasări laterale w.

Deoarece momentul de inerție I_y este mult mai mic decît I_z se poate neglija deplasarea V — după direcția axei y în comparație cu deplasarea laterală w — după direcția axei z (fig. 2).

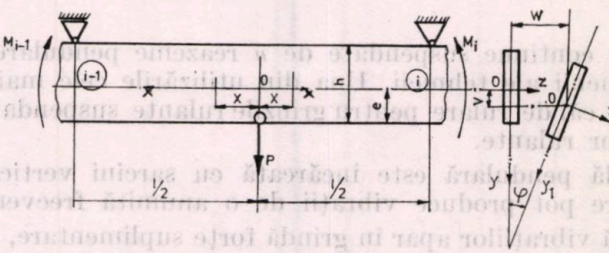


Fig. 2

Condițiile de echilibru [5] pentru noua poziție a grinzii, în cazul deformațiilor mici, pot fi prezentate de următoarele ecuații diferențiale:

$$EI\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - \frac{\partial^2}{\partial x^2}(M_z\,\varphi) - m\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0$$

$$-M_z\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - GI_d\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + eq\varphi + J\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = 0$$

în care, notațiile folosite reprezintă:

EI_y — rigiditatea la încovoiere a grinzii

GI_d — momentul de inerție redus al secțiunii transversale

J — momentul de inerție masic
m — masa grinzii pe unitatea de lungime
M_z — momentul încovoietor, scris într-o secțiune oarecare a grinzii, înaintea pierderii stabilității acesteia.

După pierderea stabilității încărcarea P nefiind aplicată în centrul de greutate al secțiunii transversale produce un moment de răsucire. Pentru a ține seama de efectul acestui moment asupra mișcării grinzii se va considera că acționează pe lungimea grinzii, simetric față de mijlocul ei, o sarcină q uniform distribuită pe o distanță λ astfel încît

$$q\lambda = P \quad \text{cînd} \quad \lambda \to 0.$$

Avînd în vedere încărcarea grinzii și sistemul de axe ales în figura 2, expresiile momentelor încovoietoare M_z pe cele două intervale 0, i și 0, $i-1$ sînt :

$$M_z = \frac{P}{2}\left(\frac{l}{2} - x\right) + \frac{M_i + M_{i-1}}{2} - \frac{M_{i-1} - M_i}{l}x \tag{2}$$

și respectiv

$$M_z = \frac{P}{2}\left(\frac{l}{2} - x\right) + \frac{M_i + M_{i-1}}{2} + \frac{M_{i-1} - M_i}{l}x \tag{3}$$

Momentele M_i, M_{i-1} pot fi scrise sub forma

$$M_{i-1} = K_{i-1}Pl$$

$$M_i = K_i\, Pl$$

unde K_{i-1}, K_i sînt factori adimensionali care depind de :
— numărul de reazeme
— încărcarea de pe toate intervalele grinzii.
Cu aceste notații relațiile (2) și (3) devin :

$$M_z = \frac{P}{2}\left(\frac{l}{2} - x\right) - \frac{K_i + K_{i-1}}{2}Pl - (K_{i-1} - K_i)Px \tag{4}$$

$$M_z = \frac{P}{2}\left(\frac{l}{2} - x\right) - \frac{K_i + K_{i-1}}{2}Pl + (K_{i-1} - K_i)Px \tag{5}$$

După înlocuirea relațiilor (4) și (5) în sistemul (1) se obțin două ecuații diferențiale cu derivate parțiale, cu coeficienți care depind de x și t.

Rezolvarea acestor ecuații se va face prin metoda Galerkin, care este o metodă aproximativă.

Soluțiile ecuațiilor diferențiale se aleg de forma :

$$W = W(t) \cos \frac{\pi x}{l}$$
$$\varphi = \varphi(t) \cos \frac{\pi x}{l} \tag{6}$$

Funcțiile W și φ au fost astfel alese încît să satisfacă condițiile la limite corespunzătoare modului de deformare a grinzii după pierderea stabilității.

Aceste condiții sînt :

$$x = 0 \quad \frac{d\varphi}{dx} = 0, \frac{dW}{dx} = 0$$
$$x = \frac{l}{2} \quad W = 0, \ \varphi = 0 \quad \frac{d^2W}{dx^2} = 0 \tag{7}$$

După aplicarea metodei Galerkin, sistemul (1) devine :

$$EI_y \left(\frac{\pi}{l}\right)^4 W(t) + \frac{P_0 + P_t \cos \omega t}{l} \left[\frac{\pi^2 + 4}{8} + (K_i + K_{i-1}) \frac{\pi^2}{2} + \right.$$
$$\left. + (K_{i-1} - K_i)\pi\right] \varphi(t) + m \frac{d^2W(t)}{dt^2} = 0$$
$$\frac{P_0 + P_t \cos \omega t}{l} \left[\frac{\pi^2 + 4}{8} + (K_i + K_{i-1}) \frac{\pi^2}{2}\right] W(t) + \tag{8}$$
$$+ GI_d \left(\frac{\pi}{l}\right)^2 \varphi(t) + 2(P_0 + P_t \cos \omega t) \frac{e}{l} \varphi(t) + J \frac{d^2\varphi}{dt^2} = 0$$

Vibrațiile laterale de încovoiere și răsucire ale grinzii se presupun armonice și de aceea soluțiile sistemului (8) se aleg de forma :

$$W(t) = A \sin \frac{\omega t}{2} + B \cos \frac{\omega t}{2} \tag{9}$$
$$\varphi(t) = C \sin \frac{\omega t}{2} + D \cos \frac{\omega t}{2}$$

unde A, B, C, D sînt niște constante nedeterminate.

Înlocuind relațiile (9) în sistemul (8) se obține:

$$\left(A\sin\frac{\omega t}{2}+B\cos\frac{\omega t}{2}\right)\left[EI\left(\frac{\pi}{l}\right)^4-m\left(\frac{\omega}{l}\right)^2\right]+$$

$$\frac{P_0}{l}(1+\alpha\cos\omega t)K_2\left(C\sin\frac{\omega t}{2}+D\cos\frac{\omega t}{2}\right)=0$$

(10)

$$\left(A\sin\frac{\omega t}{2}+\cos\frac{\omega t}{2}\right)K_3(1+\alpha\cos\omega t)\frac{P_0}{l}+$$

$$\left(C\sin\frac{\omega t}{2}+D\cos\frac{\omega t}{2}\right)GI_d\left(\frac{\pi}{l}\right)^2+2\frac{P_0}{l}e(1+\alpha\cos\omega t)-J\left(\frac{\omega}{2}\right)^2=0$$

unde

$$\alpha=\frac{P_t}{P_0}$$

$$K_2=\frac{\pi^2+4}{8}+(K_i+K_{i-1})\frac{\pi^2}{2}+(K_{i-1}-K_i)\pi$$

(11)

$$K_3=\frac{\pi^2+4}{8}+(K_i+K_{i-1})\frac{\pi^2}{2}$$

Condițiile ca soluțiile sistemului (10) să fie periodice conduc la următoarele două sisteme algebrice:

$$\begin{cases} A\left[EI_y\left(\frac{\pi}{l}\right)^4-m\left(\frac{\omega}{2}\right)^2\right]+C\ \frac{P_0}{l}K_2\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)=0 \\ AK_3\frac{P_0}{l}\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)+C\left[GI_d\left(\frac{\pi}{l}\right)^2+2\frac{P_0}{l}e\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)-J\left(\frac{\omega}{2}\right)^2\right]=0 \end{cases} \quad (12)$$

$$\begin{cases} B\left[EI_y\left(\frac{\pi}{l}\right)^4-m\left(\frac{\omega}{2}\right)^2\right]+D\frac{P_0}{l}K_2\left(1+\frac{\alpha}{2}\right)=0 \\ BK_3\frac{P_0}{l}\left(1+\frac{\alpha}{2}\right)+D\left[GI_d\left(\frac{\pi}{l}\right)^2+2P_0\frac{e}{l}\left(1+\frac{\alpha}{2}\right)-J\left(\frac{\omega}{2}\right)^2\right]=0 \end{cases} \quad (13)$$

în care necunoscutele sînt A, B, C, D.

Dacă se compară ecuațiile celor două sisteme se poate observa că singura diferență între coeficienții necunoscutelor este semnul din fața termenului $\frac{\alpha}{2}$.

De aceea, condiția de compatibilitate a sistemului (12) poate fi folosită și pentru sistemul (13), schimbînd numai semnul din fața lui $\frac{\alpha}{2}$. Aceasta revine în a pune semnul $\pm$ înaintea lui $\frac{\alpha}{2}$ și deci se poate scrie o singură condiție de forma:

$$\begin{vmatrix} \left[EI_y\left(\frac{\pi}{l}\right)^4 - \left(\frac{\omega}{2}\right)^2 m\right] & \frac{P_0}{l}K_2\left(1 \pm \frac{\alpha}{2}\right) \\ \frac{P_0}{l}K_3\left(1 \pm \frac{\alpha}{2}\right) & \left[GI_d\left(\frac{\pi}{l}\right)^2 - J\left(\frac{\omega}{2}\right)^2 + 2P_0\frac{e}{l}\left(1 \pm \frac{\alpha}{2}\right)\right] \end{vmatrix} = 0 \quad (14)$$

Din rezolvarea determinantului rezultă ecuația pulsațiilor critice adică acele pulsații ale forței perturbatoare care corespund limitelor zonelor de nestabilitate a mișcării vibratorii:

$$\left(\frac{\omega}{2}\right)^4 - \left(\frac{\omega}{2}\right)^2\left\{\frac{EI_y}{m}\left(\frac{\pi}{l}\right)^4 + \frac{1}{J}\left[\left(\frac{\pi}{l}\right)^2 GI_d + 2P_0\frac{e}{l}\left(1 \pm \frac{\alpha}{2}\right)\right]\right\} - \quad (15)$$

$$- \frac{P_0^2}{l^2 Jm}K_2K_3\left(1 \pm \frac{\alpha}{2}\right)^2 + \frac{EI_y}{Jm}\left(\frac{\pi}{l}\right)^4\left[GI_d\left(\frac{\pi}{l}\right)^2 + 2P_0\frac{e}{l}\left(1 \pm \frac{\alpha}{2}\right)\right] = 0$$

Din relația (15) se poate observa că pulsațiile critice depind de încărcarea, dimensiunile și materialul grinzii. Pentru a reprezenta grafic variațiile acestor pulsații în funcție de mărimile de care depind, se va scrie relația (15) sub următoarea formă adimensională:

$$\bar{\omega}^4 - \bar{\omega}^2\left[1 + \frac{t \cdot u \cdot d}{\pi^2} + \frac{2}{\pi}\beta\left(1 \pm \frac{\alpha}{2}\right)\sqrt{\frac{u \cdot d}{K_2 \cdot K_3}}\,t\left(\frac{\pi}{\sqrt{u \cdot d \cdot K_2 \cdot K_3}} + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \sqrt{1 + \frac{\pi^2}{u \cdot d \cdot K_2 \cdot K_3}}\right)\right] - \left(1 \pm \frac{\alpha}{2}\right)^2\beta^2\frac{t \cdot u \cdot d}{\pi^2}\left(\frac{\pi}{u \cdot d \cdot K_2 \cdot K_3} + \right.$$

$$\left. + \sqrt{1 + \frac{\pi^2}{u \cdot d \cdot K_2 \cdot K_3}}\right)^2 + \frac{t \cdot u \cdot d}{\pi^2} + \frac{2}{\pi}\left(1 \pm \frac{\alpha}{2}\right)\beta\sqrt{\frac{u \cdot d}{K_2 \cdot K_3}} \cdot$$

$$\cdot\, t\left(\frac{\pi}{\sqrt{u \cdot d \cdot K_2 \cdot K_3}} + \sqrt{1 + \frac{\pi^2}{u \cdot d \cdot K_2 \cdot K_3}}\right) = 0$$

unde

$$\bar{\omega} = \frac{\omega}{2\omega_y}, \quad \omega_y = \frac{\pi^2}{l^2}\sqrt{\frac{EI_y}{m}}, \quad d = \frac{l^2}{e^2} \quad u = \frac{GI_d}{EI_y}, \quad t = \frac{e^2}{r^2}, \quad \beta = \frac{P_0}{P_{crst}} \tag{17}$$

r — raza de inerție a secțiunii transversale

P_{crst} — sarcina critică pentru grinda pe n reazeme încărcată static cu o forță P, aplicată la mijlocul unui interval oarecare $(i-1, i)$ și se poate calcula cu formula :

$$P_{crst} = \frac{\pi^3}{l^2}\sqrt{\frac{EI_y\, GI_d}{K_2 \cdot K_3}}\left(\frac{\pi}{\sqrt{K_2 \cdot K_3 \cdot u \cdot d}} + \sqrt{\frac{\pi^2}{K_2 \cdot K_3 \cdot u \cdot d} + 1}\right) \tag{18}$$

Relația (18) se obține din ecuația (15) în care se face $\omega = 0$, $\alpha = 0$. În aceeași ecuație dacă se face $\beta = 0$ se obține că pulsațiile proprii ω_x și ω_y sînt soluțiile acestei ecuații.

Variația mărimii $\bar{\omega}$ în funcție de parametri t, u, d, α, K_2, K_3 este redată în figurile 3 și 4.

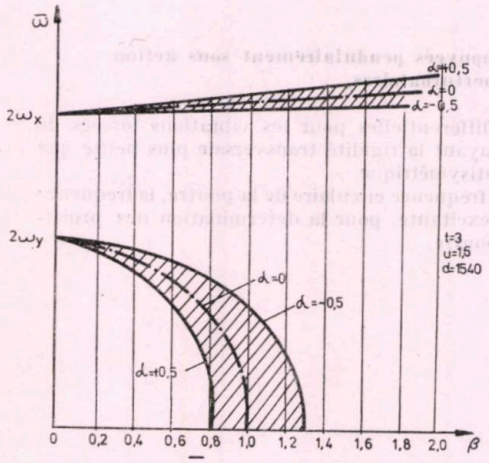


Fig. 3

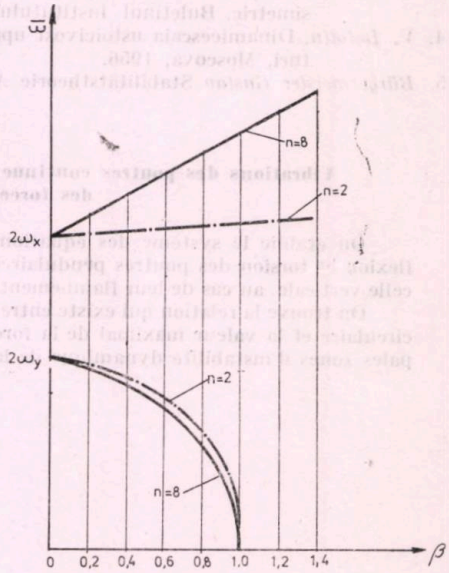


Fig. 4

Curbele din figura 3 sînt trasate pentru grinda pe două reazeme pentru diferite încărcări și anume :

— cele cu linie punctată corespund lui $\alpha = 0$, adică unei sarcini constante în timp ;

— cele cu linie plină pentru o sarcină formată dintr-o componentă variabilă și una statică, cu $\alpha = 0{,}5$.

În figura 4 sînt trasate cu linie punctată curba limită pentru o grindă pe două reazeme, iar cea cu linie plină corespunde grinzii sprijinite în 8 puncte.

Din aceste reprezentări se poate constata că există două zone principale de nestabilitate, care la valori mici ale lui β, corespund pulsațiilor proprii de încovoiere ω_y și respectiv pulsațiilor proprii de răsucire ω_x.

De remarcat la aceste grinzi este creșterea frecvenței de rezonanță odată cu creșterea valorii lui β și că stabilitatea sistemului este influențată vizibil de numărul de reazeme la frecvențe ridicate.

Catedra de rezistența materialelor
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *V. Cosac*, Vibrațiile verticale ale grinzilor sprijinite pendular pe mai multe reazeme luînd în considerare efectele de flambaj dinamic. Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Tomul XXXII, Nr. 4, 1970.
2. *A. Petre V. Cosac*, Vertical Vibrations of Oscilating Beam with the Consideration of the Dynamic Buckling Effects. Revue Roumaine des Sciences Techniques — Mechanique Applique, 14, 4, 1969.
3. *V. Cosac*, Vibrațiile laterale ale grinzilor suspendate pe *n* reazeme în cazul flambajului antisimetric. Buletinul Institutului politehnic București, Tomul XXXV, Nr. 5, 1973.
4. *V. Bolotin*, Dinamicescaia ustoicivost uprughix sistem G.U. Tehnico — teoreticeskoi literaturî, Moscova, 1956.
5. *Bürgermeister Gustav* Stabilitätstheorie Akademie — Verlag — Berlin, 1959.

Vibrations des poutres continue appuyeés pendulairement sous action des forces perturbatoires

On établie le système des équations différentielles pour les vibrations forcées de flexion et torsion des poutres pendulaires, ayant la rigidité transversale plus petite que celle verticale, au cas de leur flambement antisymétrique.

On trouve la relation qui existe entre la fréquence circulaire de la poutre, la frequence circulaire et la valeur maximal de la force excitante, pour la determination des principales zones d'instabilité dynamique de la poutre.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XXXIX — 1977, Numărul 3

TEHNOLOGIA CONSTRUCȚIEI DE MAȘINI

C.Z.: 621. 941

ALEGEREA UNOR PARAMETRI GEOMETRICI OPTIMI LA CUȚITELE DE STRUNJIT OȚEL INOXIDABIL *

AURELIAN VLASE

În lucrare se prezintă, mai întîi, influența principalilor parametri geometrici ai sculelor aşchietoare asupra prelucrabilității prin strunjire. În cadrul prelucrării oțelurilor inoxidabile s-au efectuat determinări experimentale pentru optimizarea unghiului de degajare γ la trei tipuri de oțeluri. S-au ridicat în final curbele de variație a durabilității cu valorile unghiului de degajare γ. Lucrarea conține 4 pagini și 3 diagrame.

Este cunoscut faptul că, datorită proprietăților fizico-mecanice specifice, prelucrarea prin aşchiere a oțelurilor inoxidabile ridică probleme deosebit de dificile în producție. —

Stabilirea corectă a parametrilor geometrici ai sculei aşchietoare are o deosebită importanță, dată fiind comportarea diferită în procesul de aşchiere a acestor oțeluri față de oțelurile obișnuite de construcție. —

Cel mai important parametru geometric al sculei aşchietoare la prelucrarea aliajelor inoxidabile pare a fi unghiul de degajare γ.

Alegerea mărimii unghiului de degajare γ pentru condițiile date de prelucrare depinde mai întîi de toate de proprietățile fizico-mecanice ale aliajului de prelucrat [3].

Cu cît este mai mare unghiul de degajare γ cu atît mai uşor se desfăşoară procesul de formare a aşchiei, adică este mai mic lucrul mecanic de deformație plastică și lucrul mecanic de frecare pe suprafața de degajare.

Valorile însă, excesiv de mari ale unghiului de degajare, duc la scăderea rezistenței muchiei aşchietoare și la o mai slabă degajare în sculă a căldurii, care se produce la aşchiere [4, 5]. În cele din urmă aceasta provoacă o diminuare a durabilității sculei. De aceea, cu cît este mai mare duritatea aliajului inoxidabil, care se prelucrează, cu atît trebuie să se ia valori mai mici ale unghiurilor de degajare ale sculelor [1, 5].

La alegerea unghiului de aşezare principal α se pleacă mai întîi de toate de la mărimea avansului. Cu cît este mai mare avansul, cu atît se iau valori mai mari ale unghiurilor de aşezare, pentru evitarea frecării între suprafața de aşezare a cuțitului și suprafața prelucrată a semifabrica-

* Manuscris predat redacției la data de 29 mai 1975.

tului. Însă, la fel ca și pentru unghiul de degajare, mărimea excesivă a unghiului de așezare duce la diminuarea rezistenței muchiei așchietoare [3].

Unghiul de atac principal, $\varkappa$ determină condițiile de lucru ale muchiei așchietoare, și în primul rînd, distribuția forței de așchiere.

Cu cît unghiul de atac principal, $\varkappa$ este mai mic, la o adîncime de așchiere neschimbată și la un avans constantei, cu atît este mai mică grosimea așchiei, adică sarcina termică și forța pe unitatea de lungime a munchiei așchietoare și, prin urmare, cu atît sînt mai bune condițiile de lucru ale sculei. Micșorarea însă a unghiului de atac principal sub valoarea optimă, din cauza creșterii componentei radiale a forței de așchiere, duce la o deformație excesiv de mare a semifabricatului și a sculei, conducînd la scăderea preciziei de prelucrare și la vibrații [4, 5].

O influență asemănătoare asupra procesului de așchiere exercită și unghiul de atac secundar, $\varkappa_1$, în afară de aceasta el mai determină și calitatea suprafeței prelucrate.

Muchiile așchietoare sînt cele mai importante elemente ale cuțitului; de aceea se acordă o mare atenție la sporirea rezistenței și a stabilității formei în procesul de așchiere. În condiții grele de lucru ale cuțitului armat cu aliaje dure, pe muchia așchietoare, în vederea ridicării rezistenței ei, se ascute o fațetă *fo* (fig. 1); elementele geometrice ale muchiei așchietoare se determină prin unghiul de ascuțire al fațetei și prin lățimea ei, *fo*.

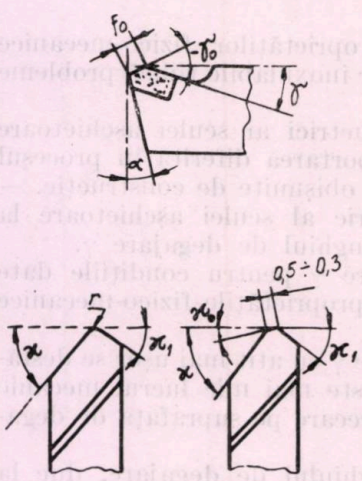


Fig. 1 Parametrii geometrici ai sculei așchietoare

De asemenea, în scopul măririi rezistenței sculei, vîrful cuțitului se rotunjește cu raza *r* (fig. 1), sau se ascute sub forma unei muchii rectilinii cu o lungime nu prea mare, (0,5—0,3) mm, sub unghiul $\varkappa_0$ [3]. Raza de rotunjire a muchiei așchietoare îmbunătățește și calitatea suprafeței prelucrate. Mărirea însă, excesivă a razei de rotunjire, poate să ducă la creșterea bruscă a forței de apăsare la așchiere și la apariția vibrațiilor. De aceea, pentru cuțitele de strunjit exterior cu plăcuțe din aliaje dure, raza de rotunjire se alege în funcție de secțiunea portcuțitului în limitele 0,5—2 mm [1].

O mare influență asupra procesului de așchiere o are și unghiul de înclinare a muchiei așchietoare λ. Acest unghi determină, după cum este cunoscut, direcția de curgere a așchiei și distribuția sarcinii pe lungimea muchiei așchietoare. Ținînd seama de aceasta, la așchierea cu mare solicitare la șoc și la prelucrarea oțelurilor inoxidabile de rezistență sporită, în scopul ușurării condițiilor de lucru, se aleg unghiuri de înclinare a muchiei așchietoare cu valori negative [3, 2].

În laboratorul catedrei de Tehnologia construcției de mașini din Institutul politehnic București s-au făcut determinări pentru optimizarea unghiului de degajare γ, al sculei așchietoare, la prelucrarea a trei oțeluri inoxidabile de producție indigenă.

Alături de alte determinări această optimizare a unghiului de degajare γ a făcut obiectul unui contract rezolvat cu Întreprinderea de mașini grele București.

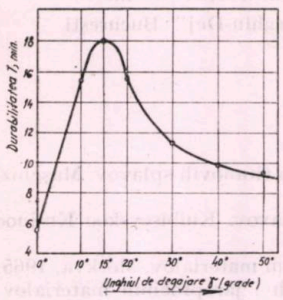


Fig. 2 Variația durabilității sculei în funcție de valorile unghiului γ la strunjirea oțelului inoxidabil 22VNbMoC110

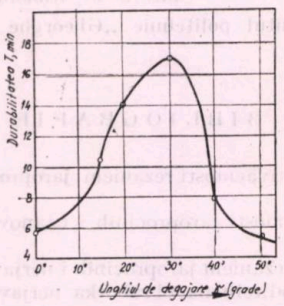


Fig. 3 Variația durabilității sculei în funcție de valorile unghiului γ la strunjirea oțelului inoxidabil 25MoC130

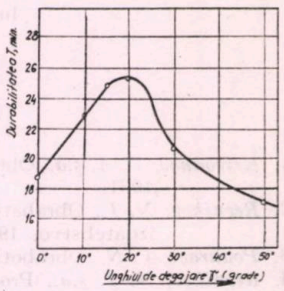


Fig. 4 Variația durabilității sculei în funcție de valorile unghiului γ la strunjirea oțelului inoxidabil T7MSMoNC250

În figurile 2, 3 și 4 se prezintă curbele de variație ale durabilității sculei așchietoare în funcție de valorile unghiului de degajare γ, ridicate experimental.

Condițiile în care au avut loc experimentările au fost următoarele :

— mașina unealtă : strung SN—400

— scula așchietoare : cuțit din R_{p3} cu duritatea HRC = 62 ;

— parametrii geometrici constanți ; $\alpha = 8°$; $\alpha_1 = 8°$; $\varkappa = 90°$; $\varkappa_1 = 10°$; $\lambda = 0°$;

— parametrii regimului de așchiere : $t = 2{,}5$ mm ; $s = 0{,}2$ mm/rot ; $v = 32{,}2$ m/min. pentru oțelul 22 $VNbM_0$ C 110 ; $v = 36{,}3$ m/min pentru oțelul $25M_0C130$; $v = 19{,}8$ m/min. pentru oțelul $T7MSM_0NC250$;

— fluidul de răcire — ungere : emulsie 20%

— criteriul adoptat în vederea opririi așchierii a fost uzura catastrofală conform. I.S.O./TC29/WG22.

Concluzii

Din studiul curbelor ridicate experimental se observă valorile optime ale unghiului de degajare γ, din punct de vedere al durabilității maxime a sculei așchietoare. Pentru oțelurile cercetate aceste valori sînt cuprinse în domeniul $\gamma = 10—30°$. Se constată că aceste valori sînt mult mai mari decît valorile unghiurilor de degajare la prelucrarea oțelurilor obișnuite de construcții. Acest lucru este semnalat, de altfel, și de literatura de specialitate [3, 4].

Acordînd o maximă atenție la alegerea corectă a parametrilor geometrici ai sculelor așchietoare, se pot asigura condițiile optime la

prelucrarea oţelurilor inoxidabile, în vederea respectării principiului economic de prelucrare sau al productivităţii maxime.

Catedra de tehnologia construcţiei de maşini
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *Krivouhov, V. A. ş.a.*, Obrabatîvaemosti rezaniem jaroprocinîh i titanovîh splavov. Maşghiz, 1961.
2. *Reznikov, N. I.*, Obrabatîvaemosti jaroprocinîh i titanovîh splavov. Kuibîsevskoe Knijnoe izdatelistvo, 1962.
3. *Poduraev, V. N.*, Obrabotka rezaniem jaroprocinîh i nerjaveiuşcih materialov. Moskva, 1965.
4. *Reznikov, N. I. ş.a.*, Proizvoditelinaia obrabotka nerjaveiuşcih i jaroprocinîh materialov. Maşghiz, 1960.
5. *Danielian, A. M. ş.a.*, Obrabotka rezaniem jaroprocinîh stalei, splavov i tugoplavkih metallov. Maşinostroenie, 1965.

Выбор некоторых геометрических оптимальных параметров при резцах для точения нержавеющей стали

В работе представлено, во-первых, влияние главных геометрических параметров режущих инструментов на обрабатываемость точением. В рамках обработки нержавеющих сталей были произведены опытные определения на три типа сталей для оптимизации переднего угла γ. В конце были проведены нарастающие кривые изменения долговечности со значениями переднего угла γ. Работа содержит 4 страницы и 3 диаграммы.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XXXIX — 1977, Numărul 3

MAȘINI-UNELTE ȘI SCULE

C.Z. :621 – 25 :611.9

CONDIȚII DE REALIZARE A UNOR TREPTE DE REGLARE CONTINUĂ A TURAȚIILOR LA MAȘINILE UNELTE *

VICTOR TABĂRĂ

În lucrare se analizează posibilitățile de realizare a unor trepte de reglare continuă a turațiilor și se stabilesc condițiile pentru determinarea caracteristicilor sistemului electromecanic necesar.

Sînt prezentate deasemenea cîteva exemple de realizare a reglajului cu trepte de reglare continuă într-un anumit domeniu de reglare total.

Optimizarea regimului de prelucrare pe mașinile-unelte este determinată în cea mai mare măsură de caracteristica lanțului cinematic prin care se realizează mișcarea principală de așchiere și de posibilitatea de a asigura o permanentă concordanță între condițiile de lucru tehnologic impuse și cele reale. După cum se știe, reglarea continuă a turațiilor reprezintă unul din sistemele de bază care permit ansamblului cinematic realizarea unor parametri funcționali care să satisfacă particularitățile tehnologice specifice diferitelor operații și dimensiuni de piese.

Aceasta se bazează pe faptul că reglajul continuu al mișcării principale asigură obținerea infinității de valori cuprinse într-un domeniu impus de condițiile tehnologice limită luate în considerare la realizarea mașinii.

În genere, reglajul continuu al mișcării principale de la mașinile-unelte se realizează pe cale electromecanică, folosind la acționare motoare electrice cu variație continuă a turației. În aceste condiții, structura sistemului de reglare în ansamblu, se poate exprima luînd în considerare relația :

$$q_{ap} = q_e \cdot q_m \tag{1}$$

Apare evident că pentru un motor cu reglare continuă a turației numărul treptelor corespunzătoare $q_e = \infty$, prin urmare numărul treptelor de reglare la arborele principal $q_{ap} = \infty$, indiferent care va fi valoarea numărului de trepte de reglare mecanică q_m și domeniile de reglare a turațiilor motorului electric D_M și ale arborelui principal al mașinii unelte D_{MU}.

* Manuscris predat redacției la data de 23 octombrie 1975

Luînd în considerare cele menționate, se constată că relația (1) își păstrează valabilitatea în două situații distincte și anume :

a) reglaj continuu al turațiilor pe întreg domeniul D_{MU} — caracteristic arborelui principal al mașinii unelte și

b) reglaj intermitent cu variația continuă a turației.

Prima soluție este întîlnită în construcția mașinilor-unelte și se caracterizează prin aceea că sistemul cinematic permite realizarea infinității de valori de turații cuprinse în domeniul

$$D_{MU} = \frac{n_{max}}{n_{min}}.$$

În al doilea caz (fig. 1), intervalul de reglare al turației arborelui principal se realizează prin zone de reglare continuă a turației separate de trepte de discontinuitate. Aceasta face ca în domeniul de reglare al

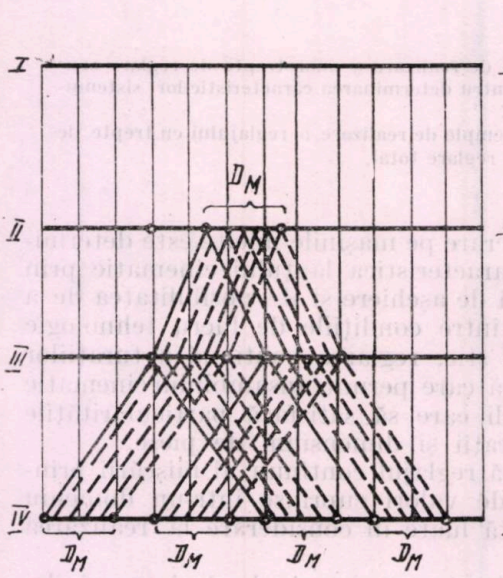


Fig. 1

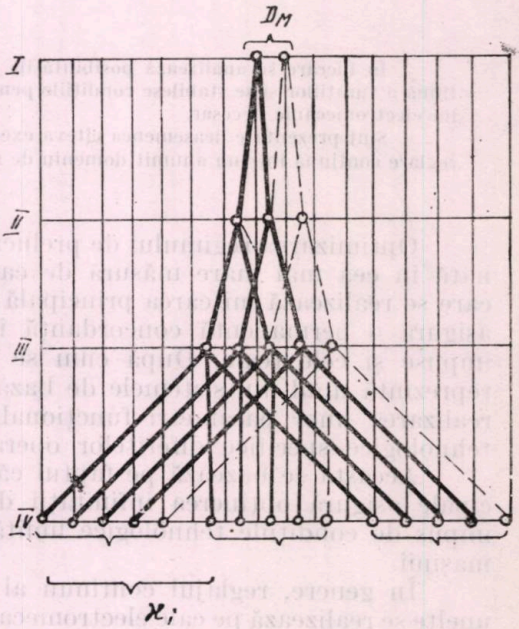


Fig. 2

arborelui principal să existe valori de turații care nu pot fi realizate practic (nu se regăsesc în infinitatea valorilor realizabile prin sistemul de reglare electromecanic), ceea ce se consideră că în general constituie un dezavantaj în exploatarea mașinilor-unelte.

Analiza celor două variante, permite să se desprindă însă concluzia că primul sistem de reglare (reglajul continuu) se impune numai în cazul mașinilor-unelte universale, speciale sau automatizate, destinate unui anumit gen de prelucrări la care se recomandă realizarea infinității de valori din domeniul de turații caracteristic prelucrării de bază (operației) pentru care a fost destinată mașina.

Reglajul intermitent cu variație continuă a turației, deși nu este întîlnit curent în structura cinematică a mașinilor-unelte se dovedește necesar în cazul mașinilor specializate pentru executarea unor operații diverse, diferențiate din punct de vedere al domeniului în care se situează turațiile prin care se vor asigura vitezele de așchiere caracteristice diferitelor prelucrări. Asemenea operații concentrate rațional pe aceeași mașină-unealtă se întîlnesc curent în cazul centrelor de prelucrare și constau în găurire, alezare, frezare și filetare. În aceste situații optimizarea prelucrărilor pentru oricare dintre regimurile de așchiere specifice, impune sistemului cinematic condiția ca prin posibilitățile de reglare să permită realizarea tuturor turațiilor tehnologic necesare pentru fiecare operație în parte.

Prin urmare, dacă pentru un număr oarecare „i" de prelucrări distincte se face o grupare a regimurilor de așchiere caracteristice operațiilor luate în considerare la realizarea mașinii-unelte se constată că se vor obține „i"' rapoarte de reglare a vitezelor și anume :

$$R_{V_1} = \frac{\dfrac{K_1 \cdot C_{v1}}{t_{\min}^{xv} \cdot s_{\min}^{yv}}}{\dfrac{K_1' \cdot C_{v_1}'}{t_{\max}^{x'_v} \cdot s_{\max}^{y'_{v_1}}}} = \frac{K_1 \cdot C_{v_1}}{K_1' \cdot C_{v_1}'} \cdot \frac{t_{\max}^{x'_v} \cdot s_{\max}^{y'_a}}{t_{\min}^{xv} \cdot s_{\min}^{yv}} = k_{cv_1} \cdot k_{ts_1} = R_{n_1} \cdot R_{d_1}$$

pentru operația I

$$R_{V_2} = \frac{\dfrac{K_2 \cdot C_{V_2}}{t_{\min}^{xv} \cdot s_{\min}^{yv}}}{\dfrac{K_1' \cdot C_{v_2}'}{t_{\max}^{x'_{v_2}} \cdot s_{\max}^{y'_a}}} = \frac{K_2 \cdot C_{v_2}}{K_2' \cdot C_{v_2}'} \cdot \frac{t_{\max}^{x'_v} \cdot s_{\max}^{y'_v}}{t_{\min}^{xv} \cdot s_{\min}^{yv}} = k_{cv_2} \cdot k_{ts_2} = R_{n_2} \cdot R_{d_2}$$

$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \qquad (2)$$

$$R_{Vi} = \frac{\dfrac{K_i \cdot C_{vi}}{t_{\min}^{xv} \cdot s_{\min}^{yv}}}{\dfrac{K_2' \cdot C_{iv}'}{t_{\max}^{x'_v} \cdot s_{\max}^{y'_v}}} = \frac{K_i \cdot C_{vi}}{K_i' \cdot C_{vi}'} \cdot \frac{t_{\max}^{x'_v} \cdot s_{\max}^{y'_v}}{t_{\min}^{xv} \cdot s_{\min}^{yv}} = k_{cvi} \cdot k_{tsi} = R_{ni} \cdot R_{di}$$

pentru operația i

Analiza relațiilor (2) duce la concluzia că indiferent ce valori trebuiesc realizate pentru domeniul de reglare al vitezelor R_v, acesta poate fi obținut prin domenii de reglare a turațiilor $R_{n_1} = R_{n_2} = \ldots = R_{ni}$.

În cazul în care $R_{vi} = ct$ iar $R_{d_1} = R_{d_2} = \ldots = R_{di}$ rezolvarea problemei este evidentă. Dacă însă $R_{di} \neq ct$ și $R_{vi} \neq ct$ se ia în considerare că $\frac{R_{ni-1} \cdot R_{di-1}}{R_{ni} \cdot R_{do}} = \frac{R_{vi-1}}{R_{vi}} = \frac{k_{cfi-1} \cdot k_{tsi-n}}{k_{cvi} \cdot k_{tsi}}$, ceea ce mai poate fi exprimat sub forma :

$$\frac{R_{nv-1}}{R_{nv}} = \frac{k_{cvi-1} \cdot k_{tsi-1}}{k_{cvi} \cdot k_{tsi}} \cdot \frac{R_{di}}{R_{di-1}} \tag{3}$$

Dar constantele k pot fi considerate drept caracteristicile procesului de așchiere și sînt specifice unor anumite operații realizate în condiții determinate în principal de natura operației ca și de proprietățile materialului de prelucrat și ale sculei.

Prin urmare pentru oricare din operațiile luate în considerare există condiții să fie stabilit un produs :

$$\frac{k_{cvi-1} \cdot k_{tsi-1}}{k_{cvi} \cdot k_{tsi}} \cdot \frac{R_{di}}{R_{di-1}} = 1 \text{ deoarece constanta} \frac{k_{tsi-1}}{k_{tsi}} \cdot \frac{k_{cvi-1}}{k_{cvi}};$$

poate fi astfel determinată încît să respecte cerințele tehnologice pentru un anumit raport $\frac{R_{di}}{R_{di-1}}$ necesar a fi satisfăcut la prelucrarea respectivă.

În mod similar se va putea proceda și în cazul cînd domeniile de reglare a vitezelor $R_{vi} = ct$ iar $R_{di} \neq ct$.

Luînd ca bază pentru analiza sistemului de reglare a ansamblului cinematic constatarea că fiecărei game de viteze specifice îi corespunde un domeniu de reglare a turațiilor $R_{ni} = \frac{n_{i\,\max}}{n_{i\,\min}}$, se pot evidenția două situații distincte și anume :

a) dacă pentru toate domeniile elementare de reglare a turațiilor R_{ni} se va obține relația $n_{i-1\,\max} \geqslant n_{i\,\min}$, sistemul cinematic se reduce la un reglaj electromecanic cu variație continuă a turației într-un domeniu de reglare unic $R_n = D_{MU}$.

b) dacă $n_{i-1\,\max} < n_{i\,\min}$, relația (1) este satisfăcută pentru un reglaj intermitent cu variație continuă a turației.

Pentru realizarea în condiții corespunzătoare a acestui ultim caz se va lua în considerare faptul că între turațiile alăturate aparținînd domeniilor de reglare învecinate poate exista relația :

$$n_{i\min} - n_{i-1\max} = ct$$

sau :

$$n_{i\min} - n_{i-1\max} \neq ct$$

În primul caz adoptînd particularitățile rețelelor de turații în care $D_M = \varphi$ și $\frac{n_{i\min}}{n_{i-1\min}} = D_M^x$ pentru $x > 1$, se va putea scrie formulele structurale care permit efectuarea reglajului în condițiile dorite.

Pentru aceasta este necesar să fie luate în considerare domeniile de reglare elementare specifice diferitelor prelucrări știind că pentru acoperirea lor cu o variație continuă a turației se impune relația :

$$R_{n_i} = D_M^k \tag{4}$$

Între exponentul k și x, va trebui să existe relația :

$$x = k \frac{\log \frac{n_{i\min}}{n_{i-1\max}}}{\log \frac{n_{i\max}}{n_{i\min}}} \tag{5}$$

din care se constată că $x > k$, deoarece $n_{i-1\min} < n_{i\min}$.

Prin urmare formula structurală care asigură realizarea unei cutii de viteze cu reglare intermitentă și variație continuă a turației va trebui să asigure următoarele condiții :

a) să permită reglarea continuă a turației într-un domeniu

$$R_{n_1} = \frac{n_{i\max}}{n_{i\min}} \text{ și}$$

b) să distribuie valorile turațiilor reglate continuu în trepte determinate de parametrul $k_i = D_M^x$.

Aspectele menționate duc la concluzia că formula structurală va cuprinde două părți distincte. Prima va asigura reglajul continuu al turațiilor iar a doua va realiza distribuția lor în trepte corespunzătoare legii de repetare dorite. În consecință prima parte va corespunde din punct de vedere structural unei formule normale pentru care se adoptă o rație $\varphi = D_M$, (vezi 1,2). Partea a doua va trebui să fie reprezentată dintr-un termen sau un produs de termeni egal cu numărul de repetări necesare pentru gama de turații reglate continuu.

Prin urmare considerînd că un anumit domeniu de reglare R_{n_i} realizat printr-o formulă structurală de forma $(\infty) \times 2 \times 2 = \infty$, va trebui repetat de trei ori, se va putea nota :

$$[(\infty) \times 2 \times 2] \times 3 = \infty \tag{6}$$

Pentru stabilirea indicilor caracteristici fiecărui grup de mecanisme este necesar să se ia în considerare că pentru prima parte a formulei se procedează ca în cazul unor rețele normale. În ceea ce privește indicii termenilor prin care se exprimă legea de distribuție a domeniilor de reglare continuă R_n, este necesar să se precizeze că ei vor avea ca limită minimă valoarea x_i. Prin urmare dacă ultima parte conține un singur termen, acestuia i se va atașa ca indice valoarea x_i. Deci formula (6) va putea avea ca variante :

$$[(\infty)_0 \times 2_1 \times 2_2] \times 3_{x_i} = \infty$$

$$[(\infty)_0 \times 2_2 \times 2_1] \times 3_{x_i} = \infty \tag{7}$$

reprezentarea grafică pentru primul caz fiind redată în figura 2.

Dacă se impune ca distribuţia domeniilor de reglare să se realizeze printr-un mecanism mai complex ((format dintr-un grup de mecanisme) el va fi exprimat în cadrul formulei printr-un produs de termeni. Indicii acestor termeni se vor stabili luînd ca bază valoarea x_i, care se atribuie unuia din termenii luaţi în considerare. Ceilalţi indici se vor determina prin înmulţirea succesivă a indicilor cunoscuţi prin termenii cărora le sînt ataşaţi.

De exemplu dacă se ia în considerare o formulă structurală :

$$[(\infty) \times 2 \times 2] \times 2 \times 2 = \infty$$

ea va avea variantele :

$$[(\infty)_0 \times 2_1 \times 2_2] \times 2_{x_i} \times 2_{2x_i} = \infty$$

$$[(\infty)_0 \times 2_2 \times 2_1] \times 2_{x_i} \times 2_{2x_i} = \infty$$

$$[(\infty)_0 \times 2_1 \times 2_2] \times 2_{2x_i} \times 2_{x_i} = \infty$$

$$[(\infty)_0 \times 2_2 \times 2_1] \times 2_{2x_i} \times 2_{x_i} = \infty$$

Aceste variante permit reprezentarea reţelelor structurale corespunzătoare ca în fig. 3.

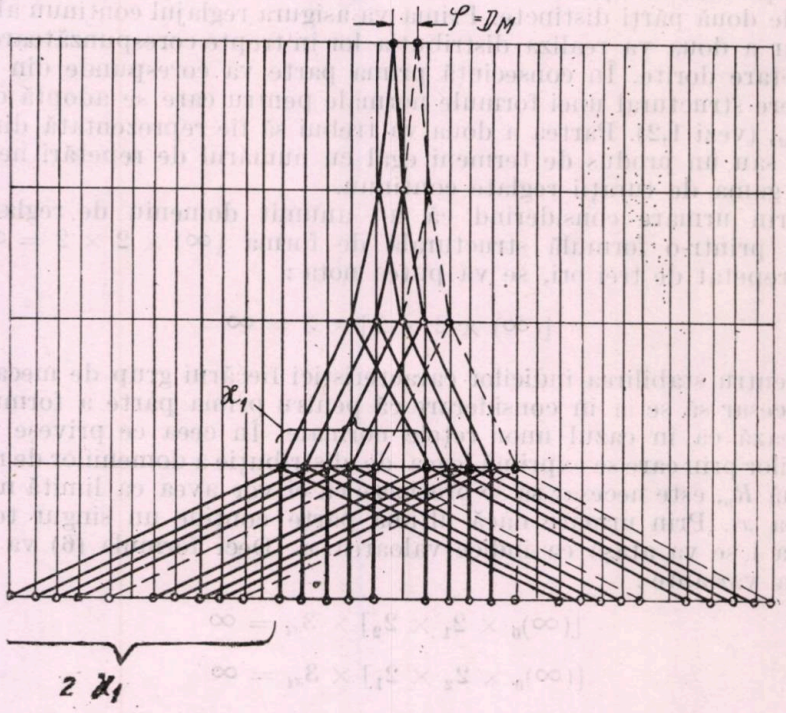


Fig. 3

De menționat că la rezolvarea acestor construcții se pot folosi cu succes sistemele cu intermediară care asigură un raport de transmitere convenabil pentru distribuția domeniilor de reglare continuă a turațiilor.

Astfel de exemplu, dacă se consideră că acționarea se face cu motor de curent continuu cu posibilități de reglare a turației prin variația de flux $D_M = \frac{\Phi_{max}}{\Phi_{min}}$, se va putea utiliza o formulă structurală de forma :

$$[(\infty)_0 \times 2_1] \times 2_{x_i} \times [2]_{2x_i} = \infty$$

în care $x_i = 4$.

Prin urmare va rezulta o formulă :

$$[(\infty)_0 \times 2_1] \times 2_4 \times [2]_8 = \infty$$

a cărei rețea structurală corespunde celei reprezentate în fig. 4. Dacă din distribuția domeniilor de reglare elementară rezultă condiția $n_i - n_{i-1} \neq ct$,

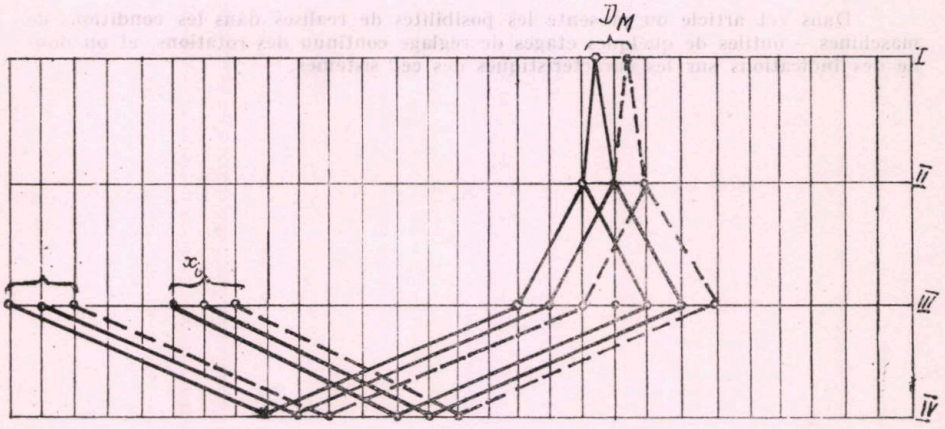


Fig. 4

la stabilirea indicilor ultimei părți a formulei structurale se vor lua în considerare valorile corespunzătoare salturilor existente între acestea, folosind principiile specifice rețelelor asimetrice.

Concluzii

Din analiza efectuată asupra posibilităților de reglare continuă a turațiilor la mașinile-unelte, rezultă că în condițiile în care se impune diferențierea valorilor efective în care se cere realizarea unui reglaj continuu, se pot stabili formulele structurale corespunzătoare. Aceste formule structurale prezintă o importanță deosebită pentru centre de prelucrare la care se impune folosirea unor domenii de viteze distincte și care deter-

mină pentru optimizarea condițiilor de prelucrare, domenii de reglare a turațiilor diferențiate prin anumite valori caracteristice.

Se menționează că respectarea tuturor criteriilor specifice proiectării cutiilor de viteze este posibilă prin soluții clasice la care se iau în considerație particularitățile acestui gen de reglare și care sînt evidențiate în acest studiu.

Catedra de mașini-unelte și scule
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

E. Botez — Cinematica mașinilor-unelte. Editura tehnică 1961.
V. Tabără și alții — Acționarea electrică a mașinilor-unelte. Editura tehnică 1968.

Les conditions de realisation des etages de reglaje continuu dans la domaine des rotations utilises maschines — outiles

Dans cet article on presente les posibilites de realises dans les conditions de maschines — outiles de quelques étages de reglage continuu des rotations, et on donne des indications sur les caracteristiques des cet sistémes.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ“
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XXXIX — 1977, Numărul 3

C.Z.: 621.96

CALCULUL DINAMIC PENTRU TRANSMISIILE CU ROȚI DINȚATE*

ION GHEGHEA

În lucrare se prezintă aplicarea metodei matricei de transfer la calculul rigidității torsionale și la încovoiere a transmisiilor cu roți dințate.

Se consideră influența maselor concentrate, a rigidităților și amortizărilor din angrenaje și lagăre asupra comportării dinamice a sistemului. Se prezintă algoritmul pentru calculul rigidității torsionale și la încovoiere.

Notații

ψ, φ — amplitudinea unghiului de torsiune respectiv de încovoiere al arborelui;
w — amplitudinea oscilației arborelui în direcția y;
M'; M'' — amplitudinea momentelor de torsiune respectiv de încovoiere;
V — amplitudinea forței tăietoare din arbore;
M, F — amplitudinea momentului exterior respectiv a forței exterioare aplicată arborelui;
W', W'' — rigiditatea la torsiune respectiv la încovoiere a arborelui final din transmisie;
c', c'' — coeficientul de amortizare vîscoasă a lagărelor la torsiune și respectiv la încovoiere;
c_z, k_z — coeficientul de amortizare respectiv de rigiditate ai roților dințate în contact
k', k'' — coeficientul de rigiditate al lagărului la torsiune respectiv la încovoiere;
ω — frecvența circulară;
r — raza cercului de divizare al roții dințate;
α — unghiul dintre linia de angrenare și direcția forței exterioare;
M_0 — masa concentrată;
J — momentul de inerție al masei concentrate;
J_z — momentul de inerție al secțiunii transversale a arborelui;
i_z — raza de inerție a secțiunii transversale a arborelui;
l — lungimea segmentului de arbore considerat;
E — modulul de elasticitate;
μ — masa pe unitatea de lungime;
A — secțiunea transversală a arborelui;
G — modulul de elasticitate transversal

Indici

I, II, III — arborele transmisiei;
0, 1, 2, — poziții pe fiecare arbore.

---

* Manuscris predat redacției la data de 11 mai 1977.

La proiectarea mașinilor unelte de multe ori este necesar să se calculeze rapid caracteristicile dinamice pentru diferite variante constructive, cu scopul alegerii variantei optime. În momentul de față se utilizează mai multe metode pentru calculul dinamic al transmisiilor cu roți dințate. Cea mai răspîndită metodă constă în reducerea tuturor maselor în mișcare de rotație la un singur arbore, de obicei la arborele motorului electric [1, 2, 3]. Această metodă cere însă un însemnat volum de calcul, datorită numărului mare de arbori și de turații, pe care le poate realiza lanțul cinematic respectiv și în același timp introduce unele aproximații.

În lucrare se prezintă aplicarea metodei matricei de transfer [4, 5, 6, 7] la calculul dinamic al transmisiilor cu roți dințate, considerînd atît solicitările la răsucire cît și la încovoiere.

În acest scop se consideră transmisia cu roți dințate din fig. 1 a compusă din arborii II, III și roțile dințate $z_1 \ldots z_4$. Cu I s-a notat arborele motorului electric pe care se găsește rotorul avînd momentul de inerție J_M și masa M_M. Motorul electric prezintă elasticitate și amortizare torsională, datorită legăturii statorului și rotorului prin cîmpul electromagnetic.

Arborii transmisiei și ai motorului electric sînt așezați pe lagăre elastice care au și proprietăți de amortizare, atît la încovoiere cît și la răsucire.

Roțile dințate în contact posedă elasticitate și amortizare vîscoasă (fig. 1,b). Înfășurata transmisiei, sistemul de coordonate și forțele exterioare care acționează asupra transmisiei sînt reprezentate în fig. 1,b.

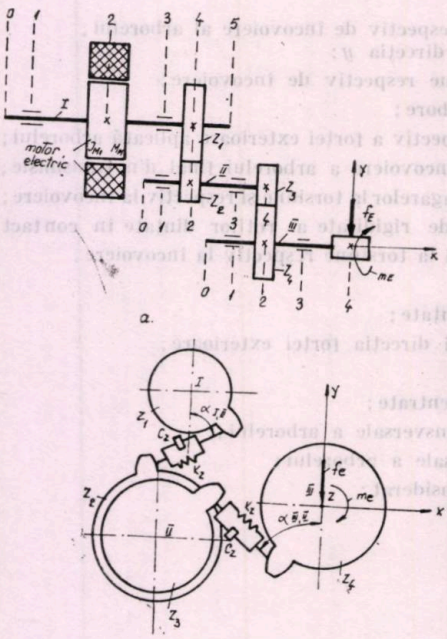


Fig. 1

Datorită forței și momentului exterior arborii vor avea atît vibrații torsionale în jurul axelor proprii cît și vibrații de încovoiere în direcția axei y.

De o importanță deosebită pentru precizia mașinilor unelte este valoarea deplasării w și a unghiului de răsucire ψ în punctul de aplicație al forței f_E și al momentului m_E. De aceea, în cele ce urmează vom prezenta modul de determinare al rigidităților la torsiune $W' = M_E/\psi$ și la încovoiere $W'' = F_E/w$

În acest scop se notează pozițiile de schimbare a caracteristicilor constructive (salt de diametru, existența lagărelor, a maselor concentrate, a roților în contact etc) cu cifra începînd cu 0 de la extremitatea stîngă a fiecărui arbore. Vectorul de stare $\mathbf{Z}$ într-un punct oarecare j de pe arborele I, înaintea angrenajului, poate fi determinat în funcție de vectorul de stare $\mathbf{Z}_0$ din punctul zero, cu relația :

$$\mathbf{Z}_{Ij} = \mathbf{T}_j \, \mathbf{Z}_{I0} \qquad (1)$$

în care $\mathbf{T}_j = \mathbf{P}_j \mathbf{F}_j \mathbf{P}_{j-1} \mathbf{F}_{j-1} \ldots \mathbf{P}_1 \mathbf{F}_1$;

$$\mathbf{Z}_{1j} = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}'_I \\ -- \\ \mathbf{Z}''_I \end{bmatrix}_j; \quad \mathbf{Z}'_{Ij} = \begin{bmatrix} \psi_I \\ M'_I \end{bmatrix}_j; \quad \mathbf{Z}''_{Ij} = \begin{bmatrix} -w_I \\ \varphi_I \\ M''_I \\ V_I \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{Z}_{I0} = \begin{bmatrix} \psi_I \\ -w_I \\ \varphi_I \end{bmatrix}_0; \quad \mathbf{P}_j = \begin{bmatrix} \mathbf{P}' & | & \mathbf{O}' \\ - & - & - \\ \mathbf{O}'' & | & \mathbf{P}'' \end{bmatrix}_j \quad \mathbf{F}_j = \begin{bmatrix} \mathbf{F}' & | & \mathbf{O}' \\ - & - & - \\ \mathbf{O}'' & | & \mathbf{F}'' \end{bmatrix}_j;$$

$\mathbf{O}'$; $\mathbf{O}''$ — matrice 2×4 și respectiv 4×4 care au toți termenii egali cu zero;

$$\mathbf{P}'_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -J\omega^2 - k' - c'\omega i & 1 \end{bmatrix}_j;$$

$$\mathbf{P}''_j = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -J\omega^2 & 1 & 0 \\ M\omega^2 - k'' - c''\omega i & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_j;$$

$$\mathbf{F}'_j = \begin{bmatrix} \cos\lambda & \dfrac{l}{\lambda JG}\sin\lambda \\ -\dfrac{\lambda JG}{l}\sin\lambda & \cos\lambda \end{bmatrix}_j;$$

$$\mathbf{F}''_j = \begin{bmatrix} C_0 - \sigma C_2 & l[C_1 - (\sigma+\tau)C_3] & \dfrac{l^2 C_2}{EJ_z} & C_4 \\ \dfrac{\beta^4}{l} C_3 & C_0 - \tau C_2 & \dfrac{l(C_1 - \tau C_3)}{EJ_z} & \dfrac{l^2}{EJ_z} C_2 \\ \beta^4 \dfrac{EJ_z}{l^2} C_2 & C_5 & C_0 - \tau C_2 & l[C_1 - (\sigma+\tau)C_2] \\ \beta^4 \dfrac{EJ_z}{l^3}(C_1 - \sigma C_3) & \beta^4 \dfrac{EJ_z}{l^2} C_2 & \dfrac{\beta^4}{l} C_3 & C_0 - \sigma C_2 \end{bmatrix}_j;$$

$$C_0 = \Lambda(\lambda_2^2 \cos \text{h}\ \lambda_1 + \lambda_1^2 \cos \lambda_2);$$

$$C_1 = \Lambda\left(\frac{\lambda_2^2}{\lambda_1} \sin \text{h}\ \lambda_1 + \frac{\lambda_1^2}{\lambda_2} \sin \lambda_2\right);$$

$$C_2 = \Lambda(\cos h\, \lambda_1 - \cos \lambda_2);$$

$$C_3 = \Lambda\left(\frac{\sin h\, \lambda_1}{\lambda_1} - \frac{\sin \lambda_2}{\lambda_2}\right);$$

$$C_4 = \frac{l^3}{\beta^4 EJ_z}[-\sigma C_1 + (\beta^4 + \sigma^2)C_3] \qquad C_5 = \frac{EJ_z}{l}[-\tau C_1 + (\beta^3 + \tau^2)C_3]$$

$$\lambda_{1,2} = \sqrt{\sqrt{\beta^4 + \frac{1}{4}(\sigma - \tau)^2} \mp \frac{1}{2}(\sigma + \tau)}$$

$$\Lambda = \frac{1}{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}; \qquad \sigma = \frac{\mu\omega^2}{GA} l^2; \qquad \tau = \frac{\mu i_z^2 \omega^2 l^2}{EJ_z};$$

$$\lambda = \sqrt{\frac{\mu i_z^2 l^2 \omega^2}{JG}}; \qquad \beta^4 = \frac{\mu\omega^2 l^4}{EJ_z}$$

Matricea de tip **P** intervine în calculul matricei de transfer **T**, numai în punctele în care sînt mase concentrate, elemente elastice și amortizoare concentrate. Cînd în punctul dat există numai o parte din aceste elemente termenii literari ai matricei **P** se simplifică în mod corespunzător. De exemplu, cînd există numai elemente amortizoare și elastice torsionale în **P'** și **P''** se înlocuiește $J = J_z = M = k'' = 0$ și deci $P''_{3,2} = P''_{4,1} = 0'$ iar $P'_{2,1} = -k' - c\omega ji$.

Pentru a determina vectorul de stare pe arborele I în dreapta punctului de angrenare, trebuie avut în vedere că în acest punct există un angrenaj care introduce discontinuități în momentul de torsiune M' și forța tăietoare V, în timp ce deplasările ψ, w, φ, și momentul de încovoiere M'' au aceeași valoare în stînga (S) și în dreapta (D) angrenajului. Relațiile de calcul pot fi obținute dacă roțile z_1 și z_2 sînt considerate separate în masele concentrate M_4, M_2 avînd momentele de inerție J_4, J_2, legate rigid de roțile în contact fără masă z_1, z_2 (fig. 2).

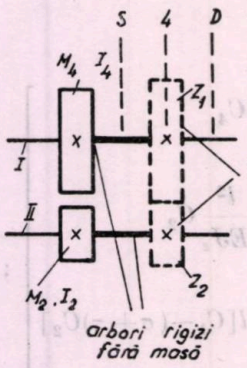


Fig. 2

Legătura între $\mathbf{Z}_4^S$ și $\mathbf{Z}_4^D$ se găsește luînd în considerare momentul de torsiune ($M'_{II,I}$) și forța tăietoare ($V_{II,I}$) pe care transmisia formată din arborii II, III le aplică arborelui I, prin roțile z_2, z_1.

Cele două mărimi sînt date de relațiile :

$$M'_{II,I} = sr_1(k_z + c_z\omega i)$$
$$V_{II,I} = s\cos\alpha(k_z + c_z\omega i) \qquad (2)$$

în care

$$s = w_{I4} - w_{II2} - (\psi_{I4} r_1 + \psi_{II2} r_2) \qquad (2a)$$

Prin urmare în dreapta angrenajului momentul de torsiune și forța tăietoare sînt :

$$(M'_I)^D_4 = (M'_I)^S_4 + M'_{II,I}$$
$$V^D_{I4} = V^S_{I4} + V_{II,I} \tag{3}$$

Avînd în vedere relațiile (2), (3) și faptul că ψ, w, φ, M'' nu prezintă discontinuități în punctul de angrenare, vectorul de stare în punctul 4 dreapta este dat de relația :

$$\mathbf{Z}^D_{I4} = \mathbf{Z}^S_{I4} + \mathbf{R} \cdot \mathbf{Y} \tag{4}$$

în care $\mathbf{R} = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{A} & \mathbf{B} \end{array}\right]_I$

$$\mathbf{A}_I = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -(r_1)r_1 a & -(r_1)a \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -r_1 a \cos\alpha & -a\cos\alpha \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B}_I = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ (r_1)r_2 a & (r_1)a \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -r_2 a \cos\alpha & a\cos\alpha \end{bmatrix} \tag{4,a}$$

$$a = k_z + c_z \omega i$$

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}'_{I4} \\ -- \\ \mathbf{Z}_{II2} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{Z}'_{I4} = \begin{bmatrix} \psi_I \\ \\ -w_I \end{bmatrix}_4; \quad \mathbf{Z}'_{II2} = \begin{bmatrix} \psi_{II} \\ \\ -w_{II} \end{bmatrix}_2$$

Exprimînd vectorul de stare $\mathbf{Z}'_{I4}$ în funcție de $\mathbf{Z}_{I0}$ relația (4) devine :

$$\mathbf{Z}^D_{I4} = T^D_{I4}\ \mathbf{Z}_{I0} + \mathbf{B}\mathbf{Z}'_{II2} \tag{5}$$

în care

$$\mathbf{T}^D_{I4} = \mathbf{T}^S_{I4} + \mathbf{R}_1$$
$$\mathbf{R}_1 = \mathbf{A} \cdot \mathbf{E}$$
$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} T_{1,1} & T_{1,2} & T_{1,3} \\ T_{3,1} & T_{3,2} & T_{2,3} \end{bmatrix}^S_{I4} \tag{5a}$$

Prin urmare, vectorul de stare pe arborele conducător, într-un punct în dreapta angrenajului, depinde atît de vectorul de stare din punctul extrem stînga al arborelui conducător, cît și de vectorul de stare din punctul de angrenare al arborelui condus.

În punctul final al arborelui I vectorul de stare este dat de relația :

$$\mathbf{Z}_{I5} = \mathbf{T}_{I5}\mathbf{Z}_{I0} + \mathbf{B}'\mathbf{Z}'_{II2} \tag{6}$$

în care

$$\mathbf{B}' = \mathbf{T}_{I5}\mathbf{B}$$

Deoarece $M'_{I5} = M''_{I5} = V_{I5} = 0$ din relația (6) se obțin trei ecuații care pot fi scrise compact sub forma :

$$\mathbf{G}_I\mathbf{Z}_{I0} + \mathbf{H}_I\mathbf{Z}'_{II2} = \mathbf{0} \tag{7}$$

unde matricea $\mathbf{G}_I$ este compus din termenii T_{ij} ai matricei $\mathbf{T}$ pentru $i = 2, 5, 6$ iar $\mathbf{H}_I$ din termenii cu același indice ai matricei $\mathbf{B}'$.

Din (7) rezultă :

$$\mathbf{Z}_{I0} = -\mathbf{G}_I^{-1}\mathbf{H}\mathbf{Z}'_{II2} \tag{8}$$

În acest mod se găsește vectorul de stare de pe arborele I în funcție de vectorul de stare de pe arborele II din punctul de angrenare.

În continuare se trece la arborele II și se determină vectorul de stare pînă în stînga punctului de angrenare (2 stînga (S)) aplicînd relația (1) pentru acest arbore. În punctul de angrenare cuplul de torsiune și forța tăietoare, ce se aplică din partea arborelui I asupra arborelui II, sînt date de relațiile (2) în care se înlocuiește r_1 cu r_2. Pentru determinarea cuplului $(M'_{II})^D_2$ și a fostei tăietoare V^D_{II2} se aplică relațiile (3) cu deosebirea că în locul semnului plus se trece semnul minus.

În acest mod se obține :

$$\mathbf{Z}^D_{II2} = \mathbf{T}^D_{II2}\mathbf{Z}_{II0} \tag{9}$$

în care

$$\mathbf{T}^D_{II2} = \mathbf{T}^S_{II2} + (\mathbf{A}_{II}\mathbf{E}_I\mathbf{G}^{-1}\mathbf{H} - \mathbf{B}_{II})\,\mathbf{E}_{II}\,; \tag{10}$$

$\mathbf{A}_{II}$ $\mathbf{B}_{II}$ sînt date de relațiile (4.a) în care raza r_1 din paranteze se înlocuiește cu r_2 ;

$\mathbf{E}_{II}$ este dată de o relație similară cu $\mathbf{E}_I$ (relația 5.a) însă pentru arborele II.

În relația (9), care dă vectorul de stare pe arborele II după punctul de angrenare, nu mai există vectorul de stare $\mathbf{Z}_{I0}$ însă influența arborelui I asupra arborelui II este inclusă în matricea $\mathbf{T}^D_{II2}$.

Se continuă calculul pînă la ultimul punct al ultimului arbore (în fig. 1 pînă la punctul 4 al arborelui III) și se obține :

$$\mathbf{Z}_{III4} = \mathbf{T}_{III4}\mathbf{Z}_{III0} - \mathbf{D} \tag{11}$$

în care

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 \\ M_E \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ F_E \end{bmatrix}$$

Punînd condiția ca în acest punct $M' = M'' = V = 0$ din (11) se obțin trei ecuații care pot fi scrise compact sub forma :

$$\mathbf{G}_{III}\mathbf{Z}_{III_0} = \mathbf{D}' \tag{12}$$

Din relația (12) rezultă :

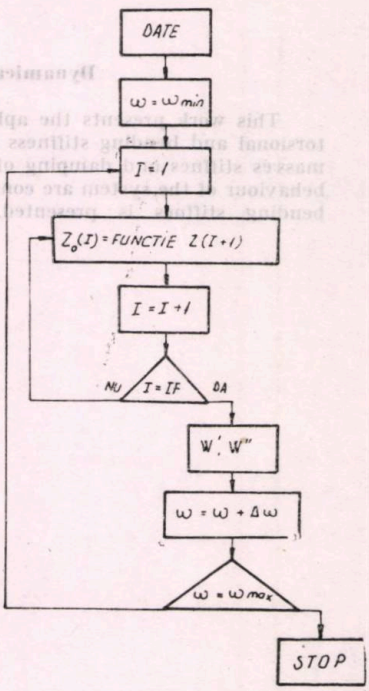
$$\mathbf{Z}_{III_0} = \mathbf{G}_{III}^{-1}\mathbf{H} \tag{13}$$

Înlocuind (13) în (11) se obține vectorul de stare în punctul ultim al transmisiei și anume :

$$\mathbf{Z}_{III_4} = \mathbf{T}_{III_4}\mathbf{G}_{III}^{-1}\mathbf{D}' - \mathbf{D} \tag{14}$$

Din (14) se obține ψ_{III} și w_{III} pentru F_E și respectiv M_E egal cu zero. Cu aceste valori se obține $W' = \dfrac{M_E}{\psi_{III}}$ și $W'' = \dfrac{F_E}{w_{III}}$ care sînt rigiditățile ultimului arbore al transmisiei la răsucire respectiv la încovoiere. Atît W' cît și W' sînt numere complexe adică $W = W_1 + jW_2$. Pentru aceeași transmisie, W' și W'' depind de frecvența circulară ω. De aceea, pentru trasarea diagramelor amplitudine fază este necesar să se determine W' și W'' pentru diferite valori ale frecvenței circulare.

Pentru efectuarea rapidă a calculelor este necesar să se utilizeze calculatorul numeric. Pentru întocmirea programului se poate utiliza organizarea dată în fig. (3).



Concluzii

Metoda expusă în lucrare permite efectuarea calculului dinamic al transmisiilor cu roți dințate solicitate atît la încovoiere cît și la răsucire. Pentru calcule se utilizează datele constructive și schema transmisiei mașinii fără a fi necesară reducerea la un singur arbore. În calcul se poate considera influența tuturor parametrilor constructivi ai transmisiei și ai motorului electric de antrenare.

Matricele ce intervinîn calcule au aceiași mărime (36 termeni), indiferent de complexitatea transmisiei, lucru ce permite utilizarea calculatoarelor de putere medie chiar și pentru cele mai complicate transmisii.

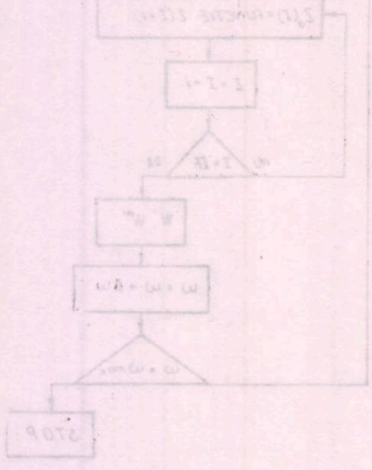
Catedra de mașini-unelte și scule.
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Rivin, R. I.*, Dinamica privoda stankov, Mașghiz, 1966.
2. *Rivin, E. I.*, Upracseonnii metod dinamicescovo analiza privodov stankov. In Stanki i Instrument Nr. 9, 1970.
3. *Rivin, E. I. ș.a.*, Pregătirea schemei de calcul pentru calculele dinamice ale cutiei de viteze (traducere din limba rusă). In Stanki i Instrument nr. 10, 1963.
4. *Pestel, C. E., Leckie, A. F.*, Matrix Methods in Elastomechanics Mc Grow-Hill Book Company INC, 1963.
5. *Gheghea I. Ghionea A.*, Calculul frecvențelor de rezonanță pentru transmisiile cu roți dințate, utilizînd metoda matricei de transfer. Prima conferință națională de mașini-unelte, Inst. Politehnic București, Vol. IV, 1974.
6. *Gheghea, I., Ghionea, A.*, Calculul pulsațiilor proprii pentru lanțurile cinematice închise. Conferința vibrații în construcția de mașini Timișoara 1975, Vol. II.
7. *Gheghea, I., Ghionea, A.*, Determinarea caracteristicii amplitudine fază pentru arborii principali ai mașinilor-unelte. A II-a conferință națională de mașini-unelte. Institutul Politehnic București 1976.

Dynamical Calculus of the Drive Trains

This work presents the aplication of transfer matrice method for computing the torsional and bending stiffness of the drive trains. The influence of the concentrated masses stiffnes and damping of the gears teeth and shafts bearings to the dynamical behaviour of the system are considered and computation algorithm of the torsional and bending stiffnes is presented.



BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XXXIX — 1977, Numărul 3

TEHNOLOGIA METALELOR

CERCETĂRI PRIVIND APLICAREA SISTEMELOR OSCILANTE COMPLEXE, CU OSCILAȚII DE ÎNCOVOIERE, LA SUDAREA CU ULTRASUNETE A METALELOR.*

FL. DUMITRACHE, D. DRIMER, I. SONEA, GH. CALEA, IOZEF CABELKA

Pentru a transmite la locul de îmbinare a metalelor cantități cît mai mari de energie ultrasonoră se folosesc sistemele oscilante complexe, cu oscilații de încovoiere. Relațiile folosite pentru calculul lor permit doar stabilirea dimensiunilor de bază a acestor sisteme oscilante. De aceea acordarea tehnologică a sistemelor este indispensabilă. Asemenea sisteme oscilante au permis sudarea în condiții foarte bune a următcarelor combinații de materiale metalice: Al-Al; Cu-Cu; Cu-Al; Cu-Ag; Cu-alamă și Cu-bronz.

Introducere

Dezvoltarea tehnologiilor de sudare prin puncte cu ultrasunete a metalelor este condiționată de posibilitatea de a transmite la locul îmbinării cantități cît mai mari de energie ultrasonoră. Aceasta se poate realiza prin mărirea energiei electrice la intrarea în transductor și/sau prin mărirea randamentului electroacustic.

La sistemele oscilante cu un singur transductor energia electrică maximă la intrare este limitată de dimensiunile acestuia. Pentru obținerea unei energii electrice mai mari se folosesc sistemele oscilante complexe, la care se provoacă oscilațiile de încovoiere cu ajutorul a două sau mai multe transductoare [1—4].

Lucrarea își propune să prezinte modul de calcul dimensional și soluția constructivă a sistemelor oscilante complexe, cu oscilații de încovoiere provocate de două transductoare pentru sudarea prin puncte a metalelor.

1. Variante ale sistemelor oscilante

Sistemele oscilante complexe, cu oscilații de încovoiere, pot fi executate în două variante de bază (fig. 1). În varianta cu provocarea oscilațiilor într-un ventru (fig. 1a), cînd transductoarele sînt legate electric pentru oscilare în fază, oscilarea concentratoarelor în contrafază se asigură prin așezarea între transductor și concentrator a unei piese cilindrice de lungime $\lambda/2$. La provocarea oscilațiilor în două ventre vecine (fig. 1b), ambele concentratoare oscilează în fază, fără piesa cilindrică intermediară.

* Manuscris predat redacției la data de 12 ianuarie 1977.

La sudarea metalelor cu ultrasunete această ultimă variantă permite obținerea unor rezultate mai bune [1, 2].

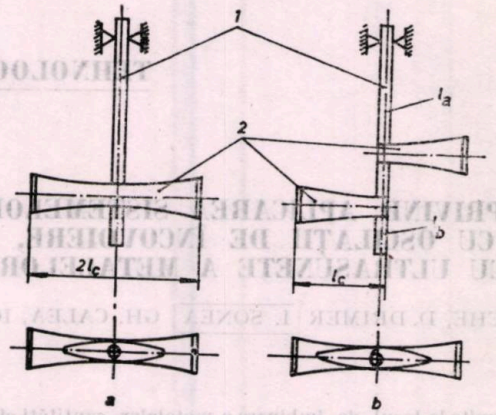


Fig. 1. Sisteme oscilante complexe cu oscilații de incovoiere

1. — bara de încovoiere; 2. — concentratoare de oscilații longitudinale; 1a. — partea de sprijin; 1b. — partea de lucru.

2. Determinarea dimensiunilor de bază ale concentratoarelor

Se folosesc în mod avantajos concentratoare conice de oscilații longitudinale. Pentru a se obține dimensiunea l_i (fig. 3), care se recomandă a se alege

$$l_i = k_i \cdot \lambda_i/2, \text{ unde } k_i = 0{,}35-0{,}5, \quad (1)$$

concentratorul se forjează la această dimensiune de ieșire cu schimbarea continuă a conturului său. S-a constatat că sistemul oscilant devine mai „robust" din punct de vedere al schimbării frecvenței de rezonanță în timpul sudării, deoarece latura secțiunii dreptunghiulare a concentratorului, perpendiculară pe axa barei de încovoiere, este mai mare decît diametrul acesteia.

Calculul lungimii concentratorului l_c rezultă din lungimea concentratorului l_{co}, determinată ca pentru un concentrator conic cu metodele de calcul existente [5].

$$l_c = k_c \cdot l_{co} \quad (2)$$

în care $k_c = 1$ la sistemul oscilant din fig. 1a, iar la sistemul oscilant din fig. 1b $k_c = 0{,}95-0{,}97$.

3. Calculul dimensiunilor barei de încovoiere

La calculul dimensiunilor barei de încovoiere se pleacă de la ecuația diferențială a oscilațiilor de încovoiere [5], în care secțiunea circulară a barei se consideră constantă pe toată lungimea barei.

$$EI \cdot \frac{D^4\xi}{Dx^4} + \frac{m \cdot D^2\xi}{Dt^2} = 0 \qquad (3)$$

în care :

E — modulul de elasticitate ;
I — momentul de inerţie al secţiunii barei ;
ξ — coordonata amplitudinii de oscilaţie în direcţie perpendiculară pe axă ;
m — constantă.

Pentru condiţiile limită ale barei încastrată la partea de sprijin şi cu capătul părţii de lucru liber (nu se sudează) soluţia ecuaţiei diferenţiale se foloseşte pentru calculul lungimii undei de încovoiere :

$$\lambda_i = \sqrt{\frac{c_L \cdot \pi \cdot r}{f}} \qquad (4)$$

în care :

λ_i lungimea undei de încovoiere ;
C_L — viteza de propagare a undelor ultraacustice longitudinale ;
r — raza barei ;
f — frecvenţa

În fig. 2 este reprezentată dependenţa între lungimea de undă — λ_i a oscilaţiilor de încovoiere şi raza barei de încovoiere pentru anumite frecvenţe.

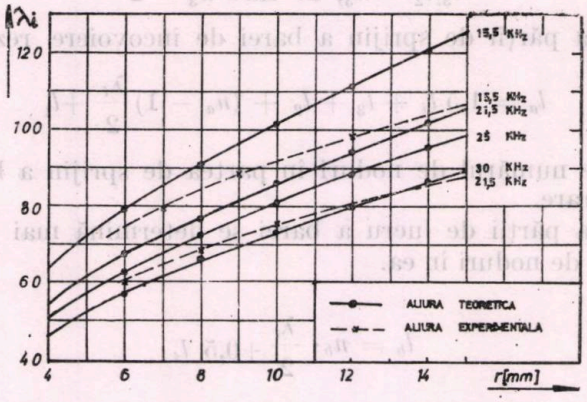


Fig. 2. Variaţia lungimii de undă λ_i a oscilaţiilor de încovoiere în funcţie de raza barei de încovoiere.

Lungimile de undă măsurate experimental se deosebesc de aceste valori, abaterile fiind cu atît mai mari cu cît raza barei este mai mare. Ca atare, în calcule este necesară folosirea unor coeficienţi de corecţie. Practic se recomandă ca raza barei de încovoiere să se aleagă în funcţie de λ_i conform relaţiei :

$$\lambda_i = k \cdot r, \text{ în care } k = 8 - 10 \qquad (5)$$

Valorile obţinute ale lui r pot fi în limitele $r = 4 - 20$ mm.

Partea de sprijin l_a a barei (fig.3) are, de regulă, 4 pînă la 7 noduri, prin urmare se poate calcula lungimea ei, destul de precis, considerînd bara neîncastrată. Sistemul încastrat se deosebește de cel neîncastrat, doar prin existența nodului la marginea barei, adică în locul unde inițial a fost ventru.

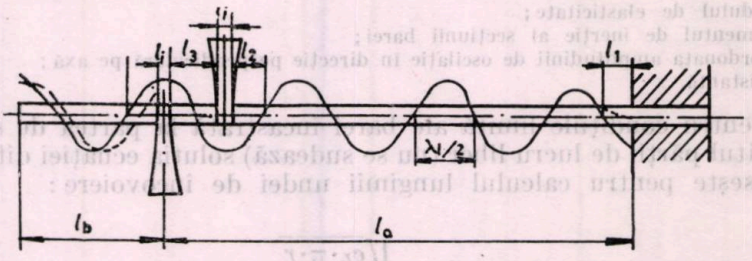


Fig. 3. Dimensiunile de calcul ale barei de încovoiere — vibrare în gol... vibrare în timpul sudării

Pentru procesul de sudare determinarea lungimii l_1 se face cu relația :

$$l_1 = k_1 \cdot \lambda_i/_2, \text{ în care } k_1 = 0{,}35 \tag{6}$$

Lungimea l_2 poate fi determinată cu relația :

$$l_2 = k_2 \cdot \lambda_i/_2, \text{ în care } k_2 = 0{,}4 - 0{,}6 \tag{7}$$

Lungimea porțiunii dintre concentratoare se stabilește din raportul :

$$l_3/l_2 = k_3, \text{ în care } k_3 = 2 \tag{8}$$

Lungimea părții de sprijin a barei de încovoiere rezultă în final :

$$l_a = 1{,}5\, l_i + l_3 + l_2 + (n_a - 1)\frac{\lambda_i}{2} + l_1 \tag{9}$$

în care n_a este numărul de noduri în partea de sprijin a barei, inclusiv cel din încastrare.

Lungimea părții de lucru a barei se determină mai greu datorită numărului mic de noduri în ea.

$$l_b = n_b \cdot \frac{\lambda_i}{2} + 0{,}5\, l_i \tag{10}$$

în care n_b este numărul de noduri în partea de lucru.

Pentru cazul sistemului oscilant din fig. 1a calculul barei de încovoiere este asemănător, excepție făcînd lungimile l_3 și l_{i2}, care nu există.

Relațiile arătate la calculul barei de încovoiere permit doar stabilirea dimensiunilor de bază ale ei, deoarece alegerea unor constante exacte de corecție este greoaie. De aceea aceste sisteme oscilante trebuiesc exact acordate după metoda : numărul nodurilor n_a și n_b se mărește cu unu — bara se prelungește, deci, cu o lungime de undă λ_i, urmînd acordarea tehnologică a sistemului.

În figura 4 se arată geometria sistemului oscilant complex, cu oscilații de încovoiere, determinată după metodica prezentată în lucrare. Sistemul oscilant lucrează la frecvența de rezonanță 21,5 — KHz și poate fi folosit pentru puteri acustice pînă la 1 KW.

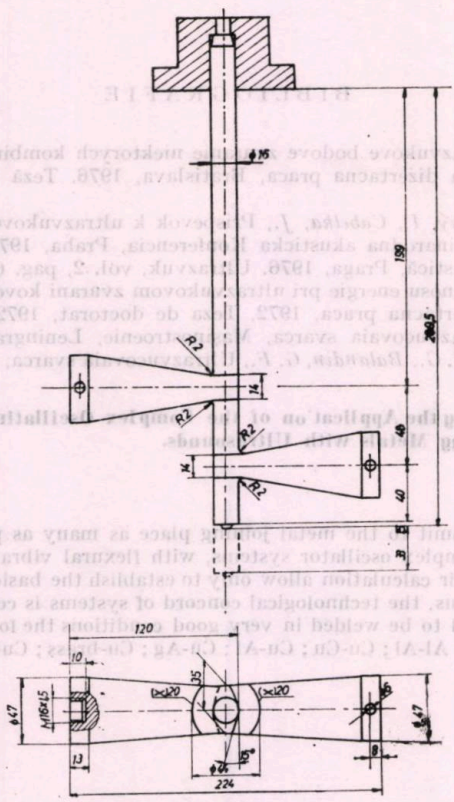


Fig. 4.
Geometria sistemului oscilant complex, cu oscilații de încovoiere.

Sistemul oscilant complex, cu oscilații de încovoiere prezintă două locuri critice, în care poate să apară fisurarea la oboseală : locul de îmbinare a concentratorului cu bara de încovoiere și locul de trecere concentrator — bara de încovoiere.

La alegerea locului de îmbinare a concentratorului cu bara de încovoiere trebuie avută în vedere atît distribuția tensiunilor în concentrator și bară, cît și existența în concentrator a unor tensiuni suplimentare, care provin din vibrarea barei. De aceea este necesar a se alege soluția de compromis — plasarea îmbinării între locul tensiunilor maxime și trecerea concentrator — bara de încovoiere. Îmbinarea se recomandă a se face prin sudură X.

Al doilea loc critic se rezolvă prin alegerea unei raze de racordare corespunzătoare pentru ca efectul de crestătură al lui să se micșoreze la minimum.

Cu sistemele oscilante prezentate s-au sudat în condiții foarte bune următoarele combinații de materiale metalice : aluminiu—aluminiu ;

cupru—cupru; cupru—aluminiu; cupru—alamă; cupru—bronz și cupru—argint.

Catedra de tehnologia metalelor
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Dumitrache, Fl.*, Ultrazvukove bodove zvaranie niektorych kombinacii nezeleznych kovov, kandidatska dizertacna praca, Bratislava, 1976. Teză de doctorat Bratislava, 1976.
2. *Dumitrache Fl., Kratky, I., Cabelka, J.*, Prispevok k ultrazvukovemu bodovemu zvaraniu medi, Medzinarodna akusticka Konferencia, Praha, 1976. Conferința internațională de acustică, Praga, 1976. Ultrazvuk, vol. 2, pag. 64—72.
3. *Kral, J.*, Ucinnost prenosu energie pri ultrazvukovom zvarani kovovych materialov, kandidatska dizertacna praca, 1972, Teza de doctorat, 1972.
4. *Holopov, I. V.*, Ultrazvucovaia svarca, Mașinostroenie, Leningrad, 1972.
5. *Silin, L. L., Kogan, M. G., Balandin, G. F.*, Ultrazvucovaia svarca, GNTIML, Moscva, 1962.

Reserches Rearding the Applicat'on of the Complex Oscillating Systems with Flexur ial Vibration by Welding Metals with Ultrasonnds.

In order to transmit to the metal joining place as many as possible quantities of ultrasonic energy, complex oscillator systems, with flexural vibrations are used. Relationships used for their calculation allow only to establish the basic dimensions of these oscillator systems. Thus, the technological concord of systems is compulsory. Such oscillator systems allowed to be welded in very good conditions the following combinations of metallic materials : Al-Al ; Cu-Cu ; Cu-Al ; Cu-Ag ; Cu-brass ; Cu-bronze.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXIX — 1977, Numărul 3
SERIA MECANICĂ

ENERGETICĂ

C.Z.: 536.2:621.17
621.311.2

METODĂ PENTRU CALCULUL TRANSMITERII CĂLDURII ÎN CONDENSATOARELE TURBINELOR CU ABUR DIN CENTRALELE TERMO și NUCLEAROELECTRICE.*

N. DĂNILĂ, G. CHERCEA

Se propune o metodă pentru calculul transmiterii căldurii în condensatoarele turbinelor cu abur din centralele termo și nuclearoelectrice.

Se constată, din compararea rezultatelor obținute pe baza metodei propuse cu rezultatele determinărilor experimentale, că metoda autorilor are o precizie mai mare decît cele ale altor metode aplicate în prezent.

Ca urmare a creșterii puterii turbinelor cu abur și deci a măririi debitelor volumice evacuate spre condensator, dimensiunile acestui schimbător de căldură au crescut foarte mult, punînd probleme complicate legate de asigurarea uniformității în scopul reducerii gabaritului.

Calculul pe zone al condensatorului, reprezintă evident soluția ideală, însă pînă în prezent, din datele publicate, nu se poate considera că metoda este pusă la punct. Metodele cunoscute sînt complicate, iar aplicarea lor la problemele inginerești este încă dificilă. Ca urmare, nu este lipsită de interes perfecționarea metodei de calcul global, care folosește un coeficient mediu de transmitere a căldurii raportat la întreaga suprafață a condensatorului.

În prezent sînt cunoscute multe relații de calcul al coeficientului mediu de transmitere a căldurii, cele mai folosite fiind următoarele:

a) formula lui BERMAN (1):

$$k = 35000\left(\frac{1{,}1w_{\text{apă}}}{\sqrt[4]{d_i}}\right)^x\left[1-\frac{0{,}42\sqrt{a}}{1000}(35-t_{1\text{apă}})^2\right]\Phi_z\Phi_d$$

b) formula firmei „Metropolitan Vickers" (Marea Britanie) (2):

$$k = 942\sqrt{w_{\text{apă}}}\sqrt{\frac{t_{1\text{apă}}+t_{2\text{apă}}}{2}+17{,}8}$$

* Manuscris predat redacției la data de 30 ianuarie 1976.

c) formula Institutului pentru Schimbul de Căldură (SUA) (3):

$$\text{pentru } d_i = 22 \text{ și } 25 \text{ mm}; \quad k = 2315 \sqrt{w_{apă}}\, \Phi_t$$

$$d_i = 16 \text{ și } 19 \text{ mm}; \quad k = 2390 \sqrt{w_{apă}}\, \Phi_t$$

d) formula lui AGAFONOV (4):

$$k = 1560\, \beta_k \left(1 - \frac{\varphi}{3}\right) \sqrt{\varphi w_{apă}} \sqrt[4]{20 + t_{1apă} + \frac{\Delta t_{apă}}{2}}$$

pentru $d_c < 250$ kg/m² h $\quad \varphi = d_c/250$

$$d_c \geqslant 250 \text{ kg/m}^2 \text{ h} \quad \varphi = 1{,}0$$

e) formula lui SEMEKA (5):

$$k = aC_dC_t \sqrt[4]{d_c} \sqrt{w_{apă}}$$

unde: $w_{apă}$ — viteza apei de răcire în țevile condensatorului, m/s; d_i — diametrul interior al țevilor, mm; a — coeficient de murdărire a țevilor condensatorului; $t_{1apă}$ și $t_{2apă}$ — temperaturile apei de răcire la intrarea și ieșirea din condensator, °C: Φ_t — coeficient de temperatură; x — exponent funcție de temperatură și murdărire; β_k — coeficient de distribuție a aburului; Φ_z — coeficient funcție de numărul de drumuri ale apei de răcire; Φ_d — coeficient funcție de încărcarea condensatorului (d_c — kg/m²h); C_d și C_t — coeficienți funcție de diametru și temperatură.

Examinînd aceste relații se poate constata că într-o anumită măsură acestea iau în considerare mai mult transmiterea căldurii pe partea de apă. Relațiile au un caracter empiric și deci o valabilitate limitată de mai mulți factori, cum ar fi: încărcarea condensatorului, materialul țevilor, calitatea agentului de răcire, etc. Se poate considera deci ca fiind mai corectă efectuarea calculului transmiterii căldurii în mod „clasic", adică luînd în considerare rezistențele termice opuse de abur, metalul țevii și agentul de răcire, decît recurgerea la o relație empirică.

Problema cea mai dificilă este stabilirea relației pentru calculul coeficientului de trecere a căldurii prin convecție de la abur la peretele țevii. În acest domeniu au fost efectuate numeroase cercetări și au fost stabilite relații criteriale. Rezultatele mai recente sînt prezentate în (6) și (7). Folosind aceste rezultate, se obține relația criterială:

$$\frac{\alpha_{med}}{\alpha_{sat}} = 17{,}97\ \mathrm{K}^{0{,}1}\ Nu_{sat}^{-0{,}47} \left(1 + \frac{z}{2}\right)^{1/3} \bar{s}^{0{,}2} \qquad (1)$$

unde: α_{med} — coeficientul mediu de trecere a căldurii la condensarea aburului în mișcare printre țevile condensatorului; α_{sat} — coeficientul de trecere a căldurii la condensarea aburului saturat staționar, pe o țeavă orizontală izolată (conform teoriei lui NUSSELT); K — criteriu care

ține seama de influența dinamică a aburului în mișcare asupra peliculei de condensat ($K = \rho_{ab}\, w^2_{ab\ 0}/\rho_c\, g\, d_{ext}$); Nu_{sat} — criteriul Nusselt pentru cazul condensării aburului saturat staționar ($Nu_{sat} = \alpha_{sat}\, d_{ext}/\lambda_c$); s — parametrul configurației fascicolului tubular ($s = s_{min}/\pi\, d_{ext}\, n$); s_{min} — perimetrul de circulație a aburului în secțiunea minimă dintre țevi, pe periferia fascicolului tubular; ρ_{ab}, ρ_c — densitatea aburului și condensatului; λ_c — conductivitatea termică a condensatului; g — accelerația gravitației; n — numărul de țevi în fascicolul condensatorului; w_{ab0} — viteza aburului pe perimetrul s_{min}; z — numărul de treceri ale apei de răcire.

Relația (1) oferă avantajul considerării influenței diferiților factori asupra procesului de trecere a căldurii de la abur la peretele țevii în timpul condensării și anume: viteza aburului, geometria fascicolului tubular, numărul de drumuri ale apei de răcire, adică particularitățile funcționale ale condensatorului.

Pentru calculul trecerii căldurii prin conducție prin pereții țevilor se vor folosi relațiile cunoscute.

Determinarea coeficientului de trecere a căldurii de la peretele țevii la apa de răcire se face, folosind relația criterială propusă de HAUSEN (6):

$$Nu = 0{,}037\ (Re^{0{,}75} - 180)\ Pr^{0{,}42} \left[1 + \left(\frac{d_i}{L}\right)^{2/3}\right] \left(\frac{\eta_l}{\eta_{lp}}\right)^{0{,}14} \qquad (2)$$

unde: Re — cifra Reynolds pentru temperatura medie a apei de răcire; Pr — cifra Prandtl pentru temperatura medie a apei de răcire; d_i — diametrul interior al țevilor condensatorului; L — lungimea țevilor condensatorului; η_l — vîscozitatea dinamică a apei la temperatura medie; η_{lp} — vîscozitatea dinamică a apei la temperatura peretelui țevii.

Metodica propusă a fost verificată în paralel cu relațiile empirice prezentate și cu metodica propusă de ȘKLOVER și GRIGORIEV (8), pe baza rezultatelor unor experimentări efectuate în URSS (8). Rezultatele calculelor comparative sînt prezentate în tabelul 1.

Tabelul 1

	Suprafața m²	Coeficient de transmitere a căldurii kcal/m² h grd							
		măsurat	a	b	c	d	e	(8)	Metodica propusă
1	57,6	3680	4315	3835	3920	3745	5400	3710	3690
2	65	3310	3880	2620	3610	3540	3945	3270	3300
3	125	3566	4690	3710	4130	4240	5750	3510	3520
4	195	3090	3530	1815	3390	3290	3390	3130	3090
5	280	3030	3260	1806	3140	3025	3380	3090	3050
6	540	2540	1715	1575	2730	2130	2435	2480	2510
7	935	3170	3390	2720	3580	3350	4290	3260	3205
8	1750	2055	2195	1100	2510	2165	2300	2120	2090
9	6200	2490	2990	1675	3155	3050	3200	2420	2450
10	9115	2450	3100	1155	3360	2540	2620	2525	2495

Din examinarea acestui tabel pot fi trase următoarele concluzii:

1. Pentru toate cele 10 determinări experimentale, metodica propusă a dat valorile cele mai apropiate de cifrele determinate experimental, valorile calculate fiind diferite cu 0...46 kcal/m² h grd.

2. Relațiile empirice (a — e) conduc la valori depărtate de valorile experimentale.

3. Metodica propusă de ȘKLOVER și GRIGORIEV conduce la valori apropiate, însă precizia este sistematic mai mică decît cea oferită de metodica prezentată în lucrare.

Exemplu de calcul

Se cere dimensionarea unui condensator cu un singur drum ($z = 1$) pentru un debit de abur $G_{ab} = 400 \cdot 10^3$ kg/h; presiunea $p_c = 0{,}06$ kgf/cm²; entalpia aburului $i = 570$ kcal/kg; temperatura apei de răcire la intrarea în condensator $t_{1apă} = 20°C$; materialul țevilor condensatorului: alamă; diametrul țevilor $d_{ext}/d_{int} = 22/20$ mm; debitul de apă de răcire $G_{apă} = 30 \cdot 10^3$ t/h.

a) Temperatura aburului saturat pentru p_c:

$$t_{sat} = 35{,}82 \ °C$$

Se adoptă temperatura condensatului:

$$t_c = 35 \ °C$$

b) Cantitatea de căldură evacuată în condensator:

$$Q \simeq G_{ab}(i - t_c) = 400 \cdot 10^3 \ (570 - 35) = 2{,}14 \cdot 10^8 \text{ kcal/h}$$

c) Temperatura apei de răcire la ieșirea din condensator:

$$t_{2apă} = t_{1apă} + \frac{Q}{c_p \, G_{apă}} = 20 + \frac{2{,}14 \cdot 10^8}{1 \cdot 3 \cdot 10^4 \cdot 10^3} = 27{,}13 \ °C$$

deci temperatura medie a apei de răcire este:

$$t_{apă} = 0{,}5 \ (t_{1apă} + t_{2apă}) = 0{,}5 \ (20 + 27{,}13) = 23{,}6 \ °C$$

d) Viteza apei de răcire în țevi se adoptă:

$$w_{apă} = 2{,}2 \text{ m/s}$$

e) Coeficientul de trecere a căldurii de la pereții țevilor la apa de răcire se determină cu relația (2), deci:

$$\alpha_{apă} = 7210 \text{ kcal/m}^2 \text{ h grd}$$

f) Se adoptă încărcarea condensatorului:

$$d_c = 90 \text{ kg/m}^2 \text{ h}$$

deci încărcarea termică specifică este :

$$q = \frac{Q}{G_{ab}} d_c = \frac{2{,}14 \cdot 10^8}{400 \cdot 10^3} 90 = 48100 \text{ kcal/m}^2 \text{ h grd}$$

g) Diferența medie logaritmică de temperatură este :

$$\Delta t_{med} = \frac{t_{2apă} - t_{1apă}}{\ln \frac{t_{sat} - t_{1apă}}{t_{sat} - t_{2apă}}} = \frac{27{,}13 - 20}{\ln \frac{35{,}82 - 20}{35{,}82 - 27{,}13}} = 11{,}9 \text{ grd}$$

h) Coeficientul de trecere a căldurii în cazul condensării aburului saturat conform teoriei lui NUSSELT :

$$\alpha_{sat} = 10500 \text{ kcal/m}^2 \text{ h grd}$$

i) Parametrul K :

$$K = \frac{\rho_{ab} w_{ab0}^2}{\rho_c g d_{ext}}$$

Densitatea aburului la p_c : $\rho_{ab} = 0{,}04134$ kg/m^3
Densitatea condensatului : $\rho_c = 995$ kg/m^3
Parametrul $\bar{s}$ se adoptă constructiv : $\bar{s} = 0{,}01$
deci secțiunea de curgere a aburului pe periferia fascicolului tubular este :

$$f_{ab} = \bar{s} \frac{G_{ab}}{d_c} = 0{,}01 \frac{400 \cdot 10^3}{90} = 44{,}5 \text{ m}^2$$

Viteza aburului în această secțiune este :

$$w_{ab0} = \frac{G_{ab}}{3600 \rho_{ab} f_{ab}} = \frac{400 \cdot 10^3}{3600 \cdot 0{,}04134 \cdot 44{,}5} = 60{,}3 \text{ m/s}$$

deci :

$$K = \frac{0{,}04134 \cdot 60{,}3^2}{995 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}022} = 0{,}702$$

j) Criteriul Nu_{sat} :

$$Nu_{sat} = \frac{\alpha_{sat} d_{ext}}{\lambda_c} = \frac{10500 \cdot 0{,}022}{0{,}533} = 433$$

k) Coeficientul mediu de trecere a căldurii la condensarea aburului în mișcare (relația 1) :

$$\frac{\alpha_{med}}{\alpha_{sat}} = 17{,}97 \cdot 0{,}702^{0{,}1} \cdot 433^{-0{,}47} \left(1 + \frac{1}{2}\right)^{1/3} \cdot 0{,}01^{0{,}2} = 0{,}466$$

deci :

$$\alpha_{med} = 0{,}466 \cdot 10500 = 4900 \text{ kcal/m}^2\text{h grd}$$

1) Coeficientul mediu de transmitere a căldurii în condensator :

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_{med}} + \frac{1}{\alpha_{apă}} \frac{d_{ext}}{d_{int}} + 1{,}15 \frac{d_{ext}}{\lambda_{per}} \log \frac{d_{ext}}{d_{int}}} =$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{4900} + \frac{1}{7210} \frac{22}{20} + 1{,}15 \frac{0{,}022}{75} \log \frac{22}{20}} =$$

$$= 2713 \text{ kcal/m}^2 \text{ h grd}$$

m) Suprafața de răcire a condensatorului :

$$S = \frac{Q}{k \, \Delta t_{med}} = \frac{2{,}14 \cdot 10^8}{2713 \cdot 11{,}9} = 6640 \text{ m}^2$$

Catedra de centrale electrice
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București
ICEMENERG

BIBLIOGRAFIE

1. *Dinculescu C., Moțoiu C., Mișu A., Stoica V.* — Centrale termoelectrice. Probleme de proiectare, construcție și exploatare — Editura Tehnică, București, 1959.
2. *Berman S. S.* — Rasciot teploobmennih apparatov turboustanovok — Gosenergoizdat, Moskva, 1962.
3. * * * Heat Exchange Institute — Standards for Steam Surface Condensers — 5th edition — 1965.
4. *Agafonov V. A., Ermilov V. G., Pankov B. V.* — Sudovie kondensaționnie ustanovki — Sudpromghiz, Leningrad, 1963.
5. *Șklover G. G., Grigoriev V. G.* — K rasciotu koeffițenta teploperedaci v kondensatorah parovih turbin — „Teploenerghetika", (1973), Nr. 1.
6. * * * *VDI* — Wärmeatlas. Berechnungsblätter für den Wärmeübergang — 2. Auflage — VDI-Verlag, Düsseldorf, 1974.

Observație. Pentru ușurința comparării cu alte metode s-a utilizat sistemul tehnic de unități. Aplicarea metodei se va face în SI.

7. *Gregorig R.* — Wärmeausrtausch und Wärmeaustauscher — 2. Auflage — Verlag Sauerlënder, Aarau/Frankfurt a. Mein, 1973
8. *Şklover G. G., Grigoriev V. G.* — K voprosu o kondensaţii para v gorizontalnih trubnih pucikah kondensatorov parovih turbin KTZ — „Teploenerghetika", (1971), Nr. 2.

Метод расчета теплопередачи в конденсаторах паровых турбин тепловых и атомных электростанций.

Предложен новый метод расчета теплопередачи в конденсаторах паровых турбин тепловых и атомных электростанций.

Сравнивая результаты полученные на основании нового метода с опытными данными следует что метод авторов более точный чем другие используемые методы.

7. Стерлинг Я. — Wärmeübertragung und Wärmeausnutzung. — Z. Antrage — Verlag Sauerländer, Aarau, Frankfurt a. Main, 1973.
8. Шнеер Б. Е., Стерлинг Я. С. — К теории и конденсатов рата и вертикальных трубок конденсаторов ротовых турбин КТЗ — „Теплоэнергетика", (1971), № 2.

Метод расчета теплообменников и конденсаторов паровых турбин тепловых и атомных электростанций.

Предложен новый метод расчета теплообменников и конденсаторов паровых турбин тепловых и атомных электростанций.

Сравнение результатов полученные на основании нового метода с опытными данными следует что метод авторов более точный чем другие используемые методы.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XXXIX — 1977, Numărul 3

TRANSPORTURI

ASUPRA UNOR ASPECTE ALE FUNCȚIONĂRII ÎN COMUN A ELEMENTELOR SISTEMULUI DE TRANSMITERE A PUTERII ÎN CURENT ALTERNATIV AL UNEI LOCOMOTIVE CU TURBINA CU GAZE*

ION SEBEȘAN

Lucrarea are drept scop de a stabili condițiile ce trebuiesc îndeplinite de elementele transmisiei în curent alternativ ale unei locomotive cu turbină cu gaze pentru o funcționare optimă în condițiile tracțiunii feroviare.

În urma studiului funcționării în comun a turbinei cu gaze cu elementele componente ale transmisiei se trag concluziile necesare proiectării acesti sistem de transmitere a puterii.

Transmisia electrică în curent alternativ aplicată pe locomotive a fost impusă de creșterea puterii peste limitele admise de transmisia electrică în curent continuu.

Una dintre condițiile care se impun sistemelor de transmitere a puterii în curent alternativ este aceea a realizării unei forțe de tracțiune maxime și aproximativ constante, în perioada demarajului aproape de valoarea limitată de aderență. Această condiție este legată de problema determinării unei valori optime a frecvenței tensiunii de alimentatare motoarelor de tracțiune asincrone în funcție de parametrii elementelor de bază ale transmisiei unei locomotive cu turbină cu gaze. Acest tip de transmisie este prevăzut cu o turbină care nu are legături cinematice cu compresorul și care poate fi utilizată pentru antrenarea generatorului sincron, prin intermediul unui reductor de turație, la care sînt conectate în paralel motoarele de tracțiune asincrone.

În fig. I sînt reprezentate caracteristicile cuplului $C_t(\omega_t)$ ale turbinei de tracțiune în funcție de viteza unghiulară ω_t a turbinei la diferite turații n_{ci} ale turbocompresorului și caracteristicile cuplului rezistent al generatorului sincron la diferite viteze unghiulare Ω ale motoarelor asincrone.

La deconectarea excitației generatorului, turbina se rotește cu viteza unghiulară de mers în gol $\omega_{tg} = (0{,}4 - 0{,}6)\omega_{t\max}$ unde $\omega_{t\max}$ este viteza unghiulară maximă de lucru a turbinei de tracțiune. După conectarea excitației, cuplul rezistent al generatorului crește iar viteza unghiulară a turbinei scade pînă la valoarea ω_{t0} corespunzătoare punctului A_0 în care avem egalitate între cuplurile turbinei și generatorului sincron. Deoarece cuplul motoarelor de tracțiune în acest caz este insuficient pentru realizarea forței de tracțiune necesare demarajului, se mărește

*Manuscris predat redacției la data de 30 decembrie 1975

turația turbocompresorului și cantitatea de combustibil, prin aceasta crește cuplul turbinei pînă la o nouă valoare dată de punctul A_i în care se restabilește egalitatea cuplurilor și pentru care corespunde o viteză

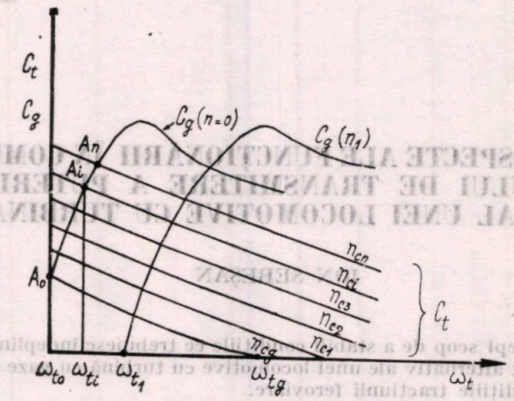


Fig. 1

unghiulară ω_{ti} deci o frecvență f_i a tensiunii de alimentare a motoarelor asincrone de tracțiune. La turația n_{cn} a turbocompresorului și la debitul nominal de combustibil, funcționarea în comun se realizează în punctul A_n. Pentru realizarea unei forțe de tracțiune cît mai mari la pornire este de dorit ca cuplul în punctul A_n să fie aproape de valoarea maximă, poziția acestui punct pe caracteristica motorului asincron de tracțiune depinzînd, așa cum se va arăta de coeficientul de suprasarcină k_c.

Deasemenea în perioada demarajului pentru realizarea unei forțe de tracțiune aproximativ constante va trebui ca $Uf = ct$, U fiind tensiunea pe fază a statorului motorului.

Se pune problema de a determina pe cale analitică valorile f ale frecvenței în funcție de rezistențele la pornire totale ale trenului și de parametrii elementelor componente ale transmisiei ; de asemenea valoarea f_0 pentru care cuplul motorului asincron de tracțiune ia valoarea maximă admisă.

Pornind de la bilanțul de puteri în transmisie se determină cuplul la arborele turbinei cu gaze :

$$C_{ti} = \frac{P_j + P_{em} + P}{\omega_{ti}} \qquad (1)$$

în care : P_J — pierderile în înfășurările statorică și rotorică ale generatorului sincron și motoarelor asincrone de tracțiune
P_{em} — puterea electromagnetică a motoarelor electrice.
P — suma pierderilor în fier, mecanice și suplimentare ale generatorului sincron și motoarelor electrice de tracțiune.

Exprimarea pierderilor P și a puterii electromagnetice P_{em} se face pornind de la schema echivalentă normală a motorului asincron (fig. 2).

Pentru a pune în evidență influența modificării frecvenței din stator și a tensiunii de alimentare a motorului se adoptă notațiile :

$$\alpha = \frac{f_1}{f_{1n}} = \frac{\omega_1}{\omega_{1n}} \quad \text{— valoarea relativă a frecvenței.} \tag{2}$$

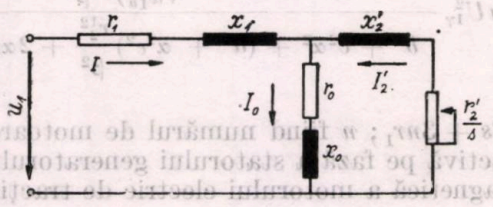


Fig. 2

$$\beta = \frac{\omega_1 - \Omega}{\omega_1} \quad \text{— alunecarea absolută.}$$

în care : f_1, f_{1n} — frecvența tensiunii de alimentare a motorului respectiv valoarea nominală a frecvenței
ω_1, ω_1 — pulsațiile corespunzătoare ale tensiunii
Ω — viteza unghiulară a rotorului.

Expresiile impedanțelor corespunzătoare unei frecvențe a tensiunii de alimentare f_1(diferită de f_{1n}) vor fi $x_{1\alpha} = \alpha x_{1n}$ și $x'_{2\alpha} = \alpha x'_{2n}$, de asemenea $r_0 = \alpha r_{0n}$ și $x_0 = \alpha x_{0n}$.

Ținîndu-se seama de faptul că odată cu frecvența este necesar să se modifice și tensiunea de alimentare a motorului se introduce parametrul de tensiune

(3) $\gamma = \frac{u_{1\gamma}}{u_{1n}}$; în care $u_{1\delta}$ reprezintă tensiunea modificată pe o fază a statorului și u_{1n} valoarea nominală a tensiunii. Pentru simplificare se mai fac notațiile :

$$b = r_1(1 + \tau_2)\,;\quad c = x_{0n}\,\tau\,;\quad d = \frac{r_1}{x_{0n}} \text{ și } e = 1 + \tau_1 \tag{4}$$

în care : $\tau_1 = \frac{x_{1n}}{x_{0n}}$; $\tau_2 = \frac{x'_{2n}}{x_{0n}}$; $\tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_1\tau_2$

Dacă se neglijează pierderile în fier, adică dacă se consideră $P = 0$ valoarea efectivă a curentului statoric I va fi :

$$I = U_{1\gamma}\sqrt{\frac{(1+\tau_2)^2 + \left(\frac{\tau_1}{x_{1n}}\right)^2 \frac{r'^2_2}{\beta_2}}{b^2 + \alpha^2c^2 + (d^2 + \alpha^2e^2)\frac{r'^2_2}{\beta^2} + 2\,\alpha r_1 \frac{r'_2}{\beta}}} \tag{5}$$

Pierderile în înfăşurările motorului electric de tracţiune şi generator sînt date de relaţia :

$$P_J = aU_{1Y}^2 \frac{1 + \tau_2)^2 + \left(\frac{\tau_1}{x_{1n}}\right)^2 \frac{r_2'^2}{\beta^2}}{b^2 + c^2\alpha^2 + (d^2 + \alpha^2 e^2)\frac{r_2'^2}{\beta^2} + 2\alpha r_1 \frac{r_2^2}{\beta}} \tag{6}$$

în care $a = 3n^2 Rs + 3nr_1$; n fiind numărul de motoare legate în paralel şi R_s rezistenţa activă pe fază a statorului generatorului sincron.
Puterea electromagnetică a motorului electric de tracţiune va fi :

$$P_{em} = \frac{3\alpha U_{1Y}^2 \frac{\beta}{r_2'} n}{b^2 + c^2\alpha^2 + (d^2 + e^2\alpha^2)\frac{r_2'^2}{\beta^2} + 2\alpha r_1 \frac{r_2'}{\beta}} \tag{7}$$

Înlocuind (6) şi (7) în (1) şi ţinînd seama că $\omega = \frac{p}{m}\omega_{Yi}$ rezultă cuplul a arborele turbinei cu gaze :

$$C_{ti} = \frac{paU_{1Y}^2}{2\pi fu} \frac{(1 + \tau_2)^2 + \left(\frac{\tau_1}{x_{1n}}\right)^2 \frac{r_2'^2}{\beta^2}}{b^2 + c^2\alpha^2 + (d^2 + \alpha^2 e^2)\frac{r_2'^2}{\beta^2} + 2\alpha r_1 \frac{r_2'}{\beta}} + \frac{3\alpha\beta npU_{1Y}^2}{2\pi fur_2'} \frac{1}{b + c^2\alpha^2 + (d^2 + \alpha^2 e^2)\frac{r_2'^2}{\beta^2} + 2\alpha r_1 \frac{r_2'}{\beta}} + \frac{P}{\omega_{ti}} \tag{8}$$

în care u este raportul de transmitere al demultiplicatorului de turaţie care se cuplează între turbină şi generatorul sincron. Avînd în vedere faptul că la pornire $\alpha = \beta$ şi raportul $\frac{U}{f}$ = constant relaţia (8) se va scrie :

$$C_{tn} = \frac{C_{em}}{u}\left\{1 + \frac{uR_s + r_1}{r_2'}\left[(1 + \tau_2)^2 + \left(\frac{\tau_1}{x_1}\right)^2 \frac{r_2'^2}{\beta^2}\right]\right\} + \frac{P}{\omega_{ti}} \tag{9}$$

unde $C_{em} = \frac{P_{em}}{\omega}$ este cuplul electromagnetic al motorului electric de tracţiune. Din (9) prin neglijarea pierderilor P rezultă :

$$C_{em} = \frac{uC_{ti}}{1 + \frac{nR_s + r_1}{r_2'}\left[(1 + \tau_2)^2 + \left(\frac{\tau_1}{x_{1n}}\right)^2 \frac{r_2'^2}{\beta^2}\right]} \tag{10}$$

Avînd în vedere specificul exploatării feroviare, instalația de turbină cu gaze trebuie să realizeze caracteristicile de tracțiune cerute de exploatarea feroviară. Astfel pentru transmisia electrică în curent alternativ fără convertizor de frecvență s-a adoptat instalația de turbină cu gaze cu doi arbori. Aceasta are montat pe primul arbore compresorul și turbina de înaltă presiune care lucrează economic numai la sarcină și turație nominală constantă, iar pe al doilea arbore turbina de tracțiune de joasă presiune, care poate lucra cu același randament la sarcini și turații variabile; turbina de tracțiune, dezvoltînd cuplul motor maxim la turația zero se pretează la serviciul de tracțiune.

Caracteristica externă a turbinei poate fi exprimată prin relația liniară:

$$C_{ti}(\omega) = C_{t\max} - k\omega_t \tag{11}$$

Înlocuind (11) în (10) și exprimînd parametri transmisiei în funcție de frecvența f rezultă:

$$C_{em} = \frac{uC_{t\max} - k_f \cdot f}{1 + \frac{nR_s + r_1}{r_1'}\left[(1 + \tau_2) + \left(\frac{\tau_1}{x_{1n}}\right)^2 \frac{r_2'^2 f_{1n}^2}{f^2}\right]} \tag{12}$$

în care

$$k_f = \frac{2\pi}{p}$$

Forța de tracțiune la periferia roților unei osii motoare în funcție de cuplul motorului, prin neglijarea pierderilor prin frecare va fi:

$$F_0 = \frac{C_{em} \cdot u_a}{n \cdot R} \tag{13}$$

unde u_a este raportul de transmitere al angrenajului de tracțiune și R raza cercului efectiv de rulare al roții motoare.

Pentru sporirea productivității locomotivelor îndeosebi în cazul opririlor dese, este important să se obțină forța de tracțiune maximă, apropiată de forța de tracțiune limitată de aderență. În condiții de exploatare diferite, coeficientul de aderență dintre roți și șine nu are o valoare constantă Caracteristica de pornire pentru cele mai mari valori ale forței de tracțiune, trebuie să corespundă coeficientului maxim de aderență. Trebuie însă prevăzute de asemenea, o serie de caracteristici pentru pornirea cu forțe de tracțiune mici (pornirea izolată a locomotivei sau cu cîteva vagoane, pornirea cu accelerații mici în regimul de manevră). Practic este suficient a avea 8 — 12 caracteristici de pornire, valoarea inferioară a forței de tracțiune corespunzînd pornirii locomotivei fără tren în alianiament și palier.

Valoarea f_0 a frecvenței tensiunii de alimentare a motoarelor asincrone

de tracțiune corespunzătoare cuplului maxim se obține din condiția $\frac{\partial C_{em}}{\partial_f} = 0$:

$$f_0 = \sqrt{\frac{2u\, C_{t\max}\left(\frac{\tau_1}{x_{1n}} r_2' f_{1n}\right)^2 \frac{nR_s + r_1}{r_2'}}{k_f \left[1 + \frac{nR_s + r_1}{r_2}(1+\tau_2)^2\right]}} \qquad (14)$$

În anumite situații la pornirea locomotivei datorită depășirii forței limitate de aderență de către forța de tracțiune a locomotivei este posibilă apariția fenomenului de stick-slip, problemă tratată pe larg în lucrarea [3], care duce la suprasarcini ale motorului electric de tracțiune și la creșterea cuplului peste valoarea sa critică.
Pentru a evita funcționarea în zona nestabilă a caracteristicii motorului, acesta se proiectează astfel ca cuplul la pornire să fie $C_p = k_c C_{em}(f)$; k_c, fiind un coeficient de suprasarcină. Rezultă deci că pentru realizarea unei astfel de transmisii a puterii parametrii sistemului trebuie să îndeplinească condiția:

$$\frac{u_a}{n \cdot R} \frac{uC_{s\max} - k_f \cdot f_0}{1 + \frac{nR_s + r_1}{r_2'}\left[(1+\tau_2)^2 + \left(\frac{\tau_1}{x_{1n}}\right)^2 \frac{r_2'^2 f_{1n}^2}{f_0}\right]} - \Psi Q = 0 \qquad (15)$$

Ψ fiind coeficientul de aderență și Q sarcina pe osie.
Considerînd relația (15) îndeplinită, frecvența tensiunii de alimentare a motorului electric de tracțiune la pornire în funcție de tonajul trenului pentru diverse valori n_{ci} ale turației turbocompresorului va fi:

$$\frac{k_f}{1 + \frac{nR_s + r_1}{r_2'}(1+\tau_2)^2} f^3 + \left[C_{em} - \frac{C_{ti\max}}{1 + \frac{nR_s + r_1}{r_2'}(1+\tau_2)^2}\right] f^2 + \frac{C_{em} f_{1n}^2 \frac{\tau_1^2 r_2'}{x_{1n}^2}(nR_s + r_1)}{1 + \frac{nR_s + r_1}{r_2'}(1+\tau_2)^2} = 0 \qquad (16)$$

în care cuplul $C_{ti\max}$ al turbinei cu gaze depinde așa cum se poate vedea în fig. 1 de turația n_{ci} a turbocompresorului. Cuplul electromagnetic C_{em} al motorului electric de tracțiunes e exprimă în funcție de rezistențele totale ale trenului prin relația:

$$C_{em} = \frac{nR}{u_a}\left\{R_m + \frac{a}{h}\left[(1+\gamma_L)G_L + (1+\gamma_V)G_V\right]\right\} \qquad (17)$$

în care γ_L, γ_V vor fi coeficienții de inerție ai părților în mișcare de rotație ale trenului, R_m rezistența la mers, g accelerația gravitațională, G_L și G_V fiind greutatea locomotivei respectiv greutatea convoiului de vagoane și „a" accelerația trenului la demaraj.

Concluzii

Pornirea locomotivei cu turbină cu gaze se realizează prin aducerea generatorului sincron la frecvența minimă. Analiza condițiilor de pornire și a caracteristicilor locomotivei s-a făcut prin studiul funcționării în comun a motorului asincron de tracțiune cu generatorul sincron și turbina de tracțiune. A rezultat în felul acesta dependența frecvenței tensiunii de alimentare a motorului în funcție de rezistențele la pornire totale ale trenului și de parametrii transmisiei precum și frecvența optimă pentru care se obține o forță de tracțiune maximă la periferia roților motoare. Condiția ce trebuie îndeplinită de parametrii transmisiei dată de relația (14) servește ca un element de bază la proiectarea locomotivelor cu turbină cu gaze.

Catedra de material rulant
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *I. Zăgănescu*, Locomotive și automotoare cu motoare termice Ed. Didactică și pedagogică, București, 1972.
2. *N. Boțan*, Reglarea sistemelor de acționare electrică. Ed. Tehnică, București, 1974.
3. *I. Sebeșan*, Influența fenomenului de stick-slip asupra parametrilor sistemului de antrenare al vehiculului de tracțiune; Buletinul IPB, nr. 1, 1976.

Über linige Formen der Zusammenfunktionierung der Systemelementen für Über, tragung der Kraft dürch Drehstrom einer Gasturbinelocomotive

Die Arbeit hat zu Ziel die Beständigkeit der Konditionen durch Drehstrom, der Kraftubertragungelementen der Gasturbinelo-omotive um eine Optimalfunktionierung in Bedingungs des Eisenbahnantirebs, zu haben.

Nach der Zusammenfunktionierung der Gasturbine die Zusammensetzendelelemenien der Kraftubertragung, zeiht man die Folgenden notigen Konklusionen die bei der Proiektion diesses Systems der Ubertragung der Kraft notig sind.

în care γ_L, γ_P vor fi coeficienții de inerție ai părților în mișcare de rotație ale trenului, R_m rezistența la mers, g accelerația gravitațională, G_L și G_P fiind greutatea locomotivei respectiv greutatea convoiului de vagoane și „a" accelerația trenului la demaraj.

Concluzii

Pornirea locomotivei cu turbină cu gaze se realizează prin aducerea generatorului sincron la frecvența minimă. Analiza condițiilor de pornire și a caracteristicilor locomotivei s-a făcut prin studiul funcționării în comun a motorului asincron de tracțiune cu generatorul sincron și turbina de tracțiune. A rezultat în felul acesta dependența frecvenței tensiunii de alimentare a motorului în funcție de rezistențele la pornire totale ale trenului și de parametrii transmisiei precum și frecvența optimă pentru care se obține o forță de tracțiune maximă la periferia roților motoare. Condiția ce trebuie îndeplinită de parametrii transmisiei dată de relația (14) servește ca un element de bază la proiectarea locomotivelor cu turbină cu gaze.

Catedra de material rulant
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *J. Zăgănescu*, Locomotive și automotoare cu motoare termice Ed. Didactică și pedagogică, București, 1972.
2. *N. Bojan*, Reglarea sistemelor de acționare electrică, Ed. Tehnică, București, 1974.
3. *I. Sebesan*, Influența fenomenului de stick-slip asupra parametrilor sistemului de antrenare al vehiculului de tracțiune; Buletinul IPB, nr. 1, 1976.

Über einige Formen der Zusammenfunktionierung der Systemelementen für Übertragung der Kraft dürch Drehstrom einer Gasturbinelocomotive

Die Arbeit hat zu Ziel die Beständigkeit der Konditionen durch Drehstrom, der Kraftubertragungelementen der Gasturbinelo-omotive um eine Optimalfunktionierung in Bedingungs des Eisenbahnantirebs, zu haben.

Nach der Zusammenfunktionierung der Gasturbine die Zusammensetzendelelementen der Kraftubertragung, zeiht man die Folgenden notigen Konklusionen die bei der Projektion diesses Systems der Übertragung der Kraft notig sind.

I. P. Informația c. 7380

40 480

10 480

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
SERIA MECANICĂ

apare trimestrial, în continuarea vechilor periodice ştiinţifice : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et apliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" şi Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti.

Organizat pe baze noi, el reflectă în primul rînd activitatea ştiinţifică a corpului didactic din institut. În limita spaţiului disponibil, se pot publica şi lucrări ştiinţifice ale colaboratorilor din afara institutului.

Corespondenţa privind articolele, schimburile de publicaţii şi abonamentele se fac pe adresa institutului.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
РАЗДЕЛ МЕХАНИКИ

выходит четыре раза в год, являясь продолжением прежних научных периодических журналов „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliqués"., „Buletinul Politehnicii din Bucureşti", и Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti.

Составленный на новых основах, он отражает в первую очередь научную деятельность преподавательского состава Бухарестского политехнического института. В пределах возможностей будут публиковаться и научно-исследовательские работы специалистов извне.

Переписка обмен периодическими изданиями и подписка производятся по адресу института.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
SERIES OF MECHANICS

The Bulletin is issued quarterly, continuing the old scientific periodicals : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" and Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti.

Organized on a new basis, it primarily reflects the scientific activity of the academic staff from Institute. Researchers from ontside the institute can also publish their papers within the available space.

The correspondance regarding the articles, change of publications and subscriptions are sent to the folwing address.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
SÉRIE MECANIQUE

paraît tous les trois mois, continuant les anciens periodiques scientifiques : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliqueés", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" et Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti.

Organisé sur de nouveaux principes il reflète tout d'abord l'activité scientifique du corps enseignant de l'Institut. Dans la limite de l'espace disponible on peut y publier aussi les travaux scientifiques des collaborateurs de l'extérieur.

L'adresse pour la correspondance concernant les articles, les échanges de publications et les abonnamants se trouve ci-dessous :

Adresa :

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
ROMÂNIA
Splaiul Independenţei nr. 313
Căsuţa Poştală nr. 2356
(pentru Buletinul Institutului)
Seria Mecanică

1978 APR 7

Lei 20

F 1130/3

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

SERIA MECANICĂ

TOMUL XXXIX NUMĂRUL 4 ANUL 1977,
OCTOMBRIE—DECEMBRIE

COMITETUL DE REDACȚIE

REDACTOR RESPONSABIL : Academician *Radu Voinea*

MEMBRII : Prof. dr. ing. *Constantin Bălă* (redactor responsabil adjunct) ; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Buzdugan*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Cartianu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. dr. docent ing. *Virgil Constantinescu* : Prof. dr. ing. *Alexandru Dănescu* ; Prof. dr. ing. *Gleb Drăgan* ; Prof. dr. ing. *Nicolae Geru* ; Prof. dr. ing. *Berthold Grünwald* ; Prof. dr. *Ion Grădișteanu* ; Prof. dr. ing. *Gheorghe Hortopan* ; Prof. ing. *Jean Moncea* ; Academician *Ecaterina Ciorănescu Nenițescu* ; Prof. dr. ing. *Aurel Oprean* ; Prof. dr. ing. *Mircea Petrescu* ; Prof. dr. ing. *Ion Popescu* ; Prof. dr. ing. *Marcel Segărceanu* ; Prof. dr. ing. *Călin Sergiu* (secretar științific) ; Prof. dr. *Octavian Stănășilă* ; Prof. dr. docent ing. *Ion Teoreanu* ; Prof. dr. docent *Rodica Vilcu*.

Editor : Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Splaiul Independenței 313. Cod. 77206 Tel. 31.40.10. România, Căsuța poștală 2356 TELEX : 10.490 PIBUH

Readers from abroad can get subscriptions for this rewspaper trough ILEXIM **import-export press,** 13 Decembrie St. Nr. 3, P.O.B. 2001, telex 011226, Bucharest ROMÂNIA

GÉPIPARI MŰSZAKI KÖNYVTÁR DOKUMENTÁCIÓS KÖZPONTI 1883
1978 MÁR 29

Sumar

MATEMATICA

C. D. Bucur
Asupra unor probabilităţi geometrice în planul Euclidian 3

Elena Tănăsescu
Studies in Non-gray Stellar Atmospheres on the Convective Transport of Energy 9

MECANICA

D. Voiculescu, N. Pandrea Fl. Simion . . . . . .
Determinarea grafică şi analitică a profilului camei pentru rectificarea plăcuţelor din carburi metalice pe un contur dat 17

TERMOTEHNICA

S. Dimitriu, Vs. Radcenco
Consideraţii cu privire la îmbunătăţirea economicităţii funcţionării instalaţiei frigorifice cu comprimare de aer, cu regenerare II 25

MOTOARE CU ARDERE INTERNĂ

Gh. Borilă
Impactul jet-perete controlat- un nou procedeu de îmbunătăţire a arderii la motorul diesel rapid cu injecţie directă 33

REZISTENŢA MATERIALELOR

Corina Voicu, D. Golumbovici, I. Constantinescu
Unele aspecte ale calculului dinamic al grinzilor continui 47

TEHNOLOGIA CONSTRUCŢIEI DE MAŞINI

V. Tache, A. Vlase
Determinarea influenţei unor parametri geometrici ai sculei aşchietoare asupra rugozităţii suprafeţelor la prelucrarea oţelurilor inoxidabile . . . 53

Gh. Calea. C. Dumitraş
Profilarea evolventică a discurilor abrazive 59

Gh. Bădescu, C. Neagu, I. Luncas
Măsurarea şi controlul pieselor sferice pe maşina de măsurat lungimi de 450 mm ZEISS 65

MAŞINI, UNELTE ŞI SCULE

C. Minciu,
Contribuţii la calculul, construcţia şi proiectarea cuţitelor profilate spirale. 71

TEHNOLOGIA METALELOR

Fl. Dumitrache, D. Drimer, S. Ionescu
Contribuţii la sudarea prin puncte cu ultrasunete a tablelor de cupru . . . 77

P. Gladcov
Cercetări privind metodele de măsurare a uzurii sculelor aşchietoare . . . 83

ENERGETICA

V. Panaitescu
Le calcul du coefficient de résistance hydraulique dans les conduites rugueuses 91

Gh. Zidaru
Contribuţii la rezolvarea unor probleme de mecanica fluidelor 97

Sumar

MATEMATICA

C. D. Bucur
Asupra unor probabilităţi geometrice în planul Euclidian 3

Elena Tănăsescu
Studies in Non-gray Stellar Atmospheres on the Convective Transport of Energy 9

MECANICA

D. Voiculescu, N. Pandrea Fl. Simion . . . . . .
Determinarea grafică şi analitică a profilului camei pentru rectificarea plăcuţelor din carburi metalice pe un contur dat 17

TERMOTEHNICA

S. Dimitriu, Vs. Radcenco
Considerații cu privire la îmbunătățirea economicității funcționării instalației frigorifice cu comprimare de aer, cu regenerare II 25

MOTOARE CU ARDERE INTERNĂ

Gh. Borilă
Impactul jet-perete controlat- un nou proceden de îmbunătățire a arderii la motorul diesel rapid cu injecție directă 33

REZISTENȚA MATERIALELOR

Corina Voicu, D. Golumbovici, I. Constantinescu
Unele aspecte ale calculului dinamic al grinzilor continui 47

TEHNOLOGIA CONSTRUCȚIEI DE MAȘINI

V. Tache, A. Vlase
Determinarea influenței unor parametri geometrici ai sculei așchietoare asupra rugozității suprafețelor la prelucrarea oțelurilor inoxidabile . . . 53

Gh. Calea, C. Dumitraș
Profilarea evolventică a discurilor abrazive 59

Gh. Bădescu, C. Neagu, I. Luncas
Măsurarea și controlul pieselor sferice pe mașina de măsurat lungimi de 450 mm ZEISS 65

MAȘINI, UNELTE ȘI SCULE

C. Mincin
Contribuții la calculul, construcția și proiectarea cuțitelor profilate spirale . . . 71

TEHNOLOGIA METALELOR

Fl. Dumitrache, D. Drimer, S. Ionescu
Contribuții la sudarea prin puncte cu ultrasunete a tablelor de cupru 77

P. Gladcov
Cercetări privind metodele de măsurare a uzurii sculelor așchietoare 83

ENERGETICA

V. Panaitescu
Le calcul du coefficient de résistance hydraulique dans les conduites rugueuses . . . 91

Gh. Zidaru
Contribuții la rezolvarea unor probleme de mecanica fluidelor 97

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XXXIX — 1977, Numărul 4

MATEMATICĂ

C.Z.: 513.811:519.2

ASUPRA UNOR PROBABILITĂȚI GEOMETRICE ÎN PLANUL EUCLIDIAN

CONSTANTIN D. BUCUR

Fie în planul euclidian o rețea $\mathfrak{R}$ formată din triunghiuri isoscele de baza a a căror unghiu de la bază este $\alpha \leqslant \frac{\pi}{3}$ și m segmente aleatoare independente uniform repartizate în plan, de lungimi

$$l_k < \frac{a}{2} \operatorname{tg} \alpha, \qquad k = 1, 2. \ldots m$$

Ținînd seama că probabilitatea p, ca un segment, de lungime l să taie frontiera rețelei este dată de $p = 1 - \frac{\mu(\mathfrak{R})}{\mu(\mathfrak{M})}$ unde $\mu(\mathfrak{M})$ este măsura mulțimii $\mathfrak{M}$ de segmente a căror mijloc este în interiorul unui triunghi d_0 și $\mathfrak{R}$, mulțimea de segmente a căror mijloc este în interiorul triunghiului dar nu taie frontera sa $Fr\,d_0$, se stabilește probabilitatea (6) ca n segmente ($n \leqslant m$) să intersecteze rețeaua și $m - n$ să nu o intersecteze

Considerăm un șir de domenii, $\{d_n\}$, $n = 0, 1, 2, \ldots$ $d_n \subset E^2$, cu condițiile :

$\bigcup_{n=1}^{\infty} d_n = E^2$, $d_i \cap d_j = \emptyset$ $\forall i \neq j$ iar domeniile d_i, congruente între ele.

O asemenea mulțime, o numim rețea de domenii fundamentale iar d_0, celula fundamentală (7, pag. 42).

Vom admite că d_0 este un domeniu convex și notăm

$\delta_0 = \min_{A,B \in Frd_0} |\overline{AB}|$, unde Frd_0 este frontiera lui d_0.

Probabilitatea ca un segment aleator de lungime $l < \delta_0$ să intersecteze laturile rețelei fiind p, rezultă că p este probabilitatea ca un segment aleator, de lungime $l < \delta_0$, uniform repartizat în E^2, a cărui mijloc P_m se află în interiorul domeniului d_0, să intersecteze frontiera sa.

Fie

— $\mathfrak{M}$, mulțimea segmentelor care au proprietatea că mijlocul lor P_m se află în interiorul lui d_0 iar $\mu(\mathfrak{M})$ măsura acestei mulțimi, invariantă la mișcările euclidiene (măsura cinematică) ([15] cap. X și [6] pag. 126).

* Manuscris predat redacției la data de 1 iulie 1977

— $\mathfrak{M}$, mulțimea segmentelor care au mijlocul în interiorul lui d_0, dar nu intersectează frontiera sa iar $\mu(\mathfrak{M})$ măsura acestei mulțimi.

Avem

$$p = 1 - \frac{\mu(\mathfrak{M})}{\mu(\mathfrak{M})} \tag{1}$$

Dacă $dP = dx \wedge dy$, este elementul de arie din plan, iar φ unghiul de rotație, atunci măsura elementară cinematică în E^2 este

$$dk = dP \wedge d\varphi$$

Nijlocul segmentului aleator fiind P_m și $\varphi \leqslant \pi$, fiind unghiul pe care-l care-l face direcția segmentului aleator cu axa Ox, rezultă

$$\mu(\mathfrak{M}) = \int_0^{\pi} d\varphi \int_{P_m \in d_0} dP_m = \pi\, s_0$$

unde s_0 este aria domeniului d_0.

Astfel, putem scrie

$$p = 1 - \frac{\mu(\mathfrak{M})}{\mu(\mathfrak{M})} = 1 - \frac{\mu(\mathfrak{M})}{\pi\, s_0} \tag{2}$$

Dacă $d_0 = \left\{(x, y) \,\middle|\, \begin{matrix} x \in \mathbb{R} \\ 0 \leqslant y \leqslant h \end{matrix}\right\}$, cu condiția $l<h$, se obține probabilitatea problemei clasice a lui Buffon [1] iar dacă d_0 este dreptunghiul $[0, a] \times [0, h]$, cu condiția $l < \min(a, h)$, se obține probabilitatea lui Deltheil [4, pag. 67]:

$$p = \frac{2(a + h)l - l^2}{\pi ah} \tag{3}$$

Cazul d_0 = triunghi echilateral a fost rezolvat [3] și [8].

Obiectul lucrării de față este determinarea probabilității p în cazul în care în plan se consideră o infinitate de triunghiuri isoscele, astfel ca suprafețele lor să acopere planul iar un segment aleator, intersectează frontiera rețelei triunghiulare.

Se consideră triunghiurile isoscele, cu baza a și unghiul de la bază $\alpha \leqslant \frac{\pi}{3}$.

Fie deci T un asemenea triunghi isoscel care are vîrfurile

$$A\left(0, \frac{a}{2}\operatorname{tg}\alpha\right), \quad B\left(-\frac{a}{2}, 0\right), \quad C\left(\frac{a}{2}, 0\right).$$

Dacă $0 < \varphi < \alpha$, pentru ca segmentul de lungime $l < \frac{a}{2}\operatorname{tg}\alpha$ să fie în interiorul lui T, trebuie și este de ajuns ca punctul P_m să fie în in-

teriorul triunghiului T' a cărui vîrfuri sînt :

$$A'\left(-\frac{l}{2}\operatorname{ctg}\alpha\,\sin\varphi,\quad \operatorname{tg}\alpha\,\frac{a-l\cos\varphi}{2}\right)$$

$$B'\left(-\frac{a}{2}+\frac{l}{2}\cos\varphi,\quad \frac{l}{2}\sin\varphi\right)$$

$$C'\left(\frac{a}{2}-\frac{l}{2}\cos\varphi-l\operatorname{ctg}\alpha\,\sin\varphi,\quad \frac{l}{2}\sin\varphi\right)$$

Dacă $\alpha<\varphi<\pi-\alpha$, pentru ca segmentul să fie în interiorul triunghiului T este necesar și suficient ca punctul P_m să fie interior triunghiului T'' care are vîrfurile :

$$A''\left(-\frac{l}{2}\cos\varphi;\ \frac{a}{2}\operatorname{tg}\alpha-\frac{l}{2}\sin\varphi\right);\ B''\left(-\frac{a}{2}-\frac{l}{2}\cos\varphi+l\operatorname{ctg}\alpha\,\sin\varphi;\right.$$

$$\left.\frac{l}{2}\sin\varphi\right)\ C''\left(\frac{a}{2}-\frac{l}{2}\cos\varphi-l\operatorname{ctg}\alpha\,\sin\varphi,\ \frac{l}{2}\sin\varphi\right).$$

Dacă $\pi-\alpha<\varphi<\pi$, segmentul este în interiorul triunghiului T, dacă și numai dacă, P_m este în interiorul triunghiului T''' care are vîrfurile :

$$A'''\left(\frac{l}{2}\operatorname{ctg}\alpha\,\sin\varphi,\ \operatorname{tg}\alpha\,\frac{a+l\cos\varphi}{2}\right);\ B'''\left(-\frac{a}{2}-\frac{l}{2}\cos\varphi+l\operatorname{ctg}\alpha\,\sin\varphi;\right.$$

$$\left.\frac{l}{2}\sin\varphi\right)\ C'''\left(\frac{a}{2}+\frac{l}{2}\cos\varphi,\ \frac{l}{2}\sin\varphi\right).$$

Rezultă că măsura mulțimii $\mathcal{N}$ este :

$$\mu(\mathcal{N})=\int_0^{\alpha}d\varphi\int_{\{P_m\in T'\}}dP_m+\int_{\alpha}^{\pi-\alpha}d\varphi\int_{\{P_m\in T''\}}dP_m+\int_{\pi-\alpha}^{\pi}d\varphi\int_{\{P_m\in T'''\}}dP_m=$$

$$=a^2\frac{\pi\operatorname{tg}\alpha}{4}-\frac{1+\cos\alpha}{\cos\alpha}\,al+\frac{\alpha+2(\pi-2\alpha)\cos^2\alpha+3\sin\alpha\,\cos\alpha}{4\,\sin\alpha\,\cos\alpha}\,l^2$$

Ținînd cont că în acest caz, $s_0=\dfrac{a^2\operatorname{tg}\alpha}{4}$, formula (2) ne dă :

$$p=\frac{4(1+\cos\alpha)}{\pi\,\sin\alpha}\cdot\frac{l}{a}-\frac{\alpha+2(\pi-2\alpha)\,\cos^2\alpha+3\,\sin\alpha\,\cos\alpha}{\pi\sin^2\alpha}\left(\frac{l}{a}\right)^2 \quad (4)$$

Avem deci următoarea teoremă :

Fie în planul euclidian, o rețea $\mathcal{R}$, formată din triunghiuri isoscele de bază a și cu unghiurile de la bază α. Atunci, probabilitatea ca un segment aleator de lungime $l < \delta_0$, uniform repartizat în plan, să intersecteze laturile rețelei, este dată de (4).

Dacă $\alpha = \frac{\pi}{3}$, regăsim

$$p = \frac{4\sqrt{3}}{\pi}\frac{l}{a} - \left(\frac{\sqrt{3}}{\pi} + \frac{2}{3}\right)\cdot\left(\frac{l}{a}\right)^2$$

determinată în lucrări anterioare [3] și [8].

Fie acum, în planul euclidian, o rețea $\mathcal{R}$ formată din triunghiuri isoscele de baze a și m segmente aleatoare $s_1, s_2, \ldots s_m$ independente, uniform repartizate în plan, de lungimi respectiv $l_k (k = 1 \ldots m)$, $l_k < \delta_0$. Atunci probabilitatea ca $n (n < m)$ segmente să intersecteze rețeaua și $m-n$ să nu o intersecteze, este :

$$p_n = P(s_1,\ s_2, \ldots, s_n \cap \mathcal{R} \neq \emptyset,\ s_{n+1}, s_{n+2}, \ldots, s_m \cap \mathcal{R} = \emptyset) =$$

$$= P(s_1 \cap \mathcal{R} = \emptyset) \ldots P(s_n \cap \mathcal{R} \neq \emptyset)\cdot P(s_{n+1} \cap \mathcal{R} \neq \emptyset) \ldots P(s_m \cap \mathcal{R} = \emptyset)$$

deoarece segmentele s_k sînt idependente.

Deci probabilitatea căutată este

$$p_n = C_m^n \prod_{i=1}^{n} P(s_i \cap \mathcal{R} \neq \emptyset)\cdot \prod_{j=n+1}^{m} P(s_j \cap \mathcal{R} = \emptyset) \tag{5}$$

Sau, ținînd seama de formula (4), (5) devine

$$p_n = \frac{C_m^n}{[\pi \sin^2\alpha]^m} \prod_{i=1}^{n} \{4 \sin\alpha\,(1 + \cos\alpha)\, a l_i - [\alpha + 2(\pi - 2\alpha)\ \cos^2\alpha +$$

$$+ 3 \sin\alpha \cos\alpha]\, l_i^2\} \cdot \prod_{j=n+1}^{m} \{\pi a^2 \sin^2\alpha - 4 \sin\alpha\,(1 + \cos\alpha)\ a l_j +$$

$$+ [\alpha + 2(\pi - 2\alpha)\cos^2\alpha + 3 \sin\alpha\ \cos\alpha]\, l_j\} \tag{6}$$

Rezultă teorema :

Fie $s_1 \ldots s_m$, m segmentele aleatoare de lungimi respectiv $l_k (k = 1, \ldots, m)$, $l_k < \delta_0$ aruncate pe o rețea $\mathcal{R}$ de triunghiuri isoscele de baze a și avînd unghiul de la baze α.

Atunci probabilitatea ca n segmente $(n < m)$ să intersecteze și $m-n$ să nu intersecteze rețeaua $\mathcal{R}$, este dată de formula (6).

Catedra de matematici I

Insitutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București.

BIBLIOGRAFIE

1. *Barbier E.* Note sur le problème de l'aiguille et le jeu du joint couvert, J. de Math.pure et appl. 1860.
2. *Bucur C. D.* Bull. Cl. Sci. Acad. R. de Belgique, t. LX 1974 nr. 10.
3. *Buniakowski F.* Memoires de l'Acad. d. Sciences de St. Petersburg VI-serie Sci. Math. Fhiz. III.
4. *Deltheil R.* Probabilités géometriques, Gauthier-Villars, Paris, 1926.
5. *Onicescu O.* Calcolo delle probabilita ed applicazioni, Veschi editore — Roma 1969.
6. *Poincaré H.* Calcul des probabilités ed. Carré, Paris 1912.
7. *Santalo L. A.* Introduction to integral geometry, Act. Sci. et ind. nr. 1198, Herman, Paris 1953.
8. *Stoka M. I.* Probabilités géométriques de type ,,Buffon'' dans le plan euclidien, Atti dela Ac. Sci. Torino vol. 110, 1975—1976.

Sur quelques probabilités géométriques dans le plan euclidien

Soient dans le plan euclidien un réseau $\mathfrak{R}$ formé par de triangles isocèles de base a dont l'angle de la base est $\alpha \leqslant \frac{\pi}{3}$ et m aiguilles aléatoires indépendantes uniformément reparties dans le plan, de longueurs $l_k < \frac{a}{2} \operatorname{tg} \alpha$, $k = 1, 2, \ldots, m$.

Compte tenu que la probabilité p qu-une aiguille, de longueur l, coupe la frontiere de réseau est donné par

$$p = 1 - \frac{\mu(\mathfrak{N})}{\mu(\mathfrak{M})}$$

ou $\mu(\mathfrak{M})$ est la mesure de lensemble $\mathfrak{M}$ des segments dont le milieu est à l'intérieur du triangle do et $\mathfrak{N}$, l'ensemble de segments dont le milieu est a l'intérieur du triangle mais ne coup pas $Fr\ d_0$, on etabli la probabilité (6) pour que n aiguilles rencontre le réseau et $m - n$, ne le rencontrent pas.

BIBLIOGRAFIE

1. Barbier E., Note sur le problème de l'aiguille et le jeu du joint couvert, J. de Math. pure et appl. 1860.
2. Buffon C. D. Hist. Cl. Sci. Acad. R. de Belgique, t. IX 1974 nr. 10.
3. Dimitrakopoulos A., Memoires de l'Acad. d. Sciences de St. Petersburg VI-serie Sci. Math. Phis. III.
4. Deltheil R. — Probabilités géometriques, Gauthier-Villars, Paris, 1926.
5. Gnedenko G. Calcolo delle probabilità ed applicazioni, Veceli editore — Roma 1959.
6. Laplace P. Calcul des probabilités ed. Carre, Paris 1912.
7. Sandelin A. Introduction to integral geometry, Ark. Sci. et ind. nr. 1195, Herman Paris 1952.
8. Stoka M. I. Probabilités géometriques de type „Buffon" dans le plan euclidien, VIII dela Ac. Sci. Torino vol. 110, 1975–1976.

Sur quelques probabilités géométriques dans le plan euclidien

Soient dans le plan euclidien un réseau $\mathcal{R}$ formé par de triangles isocèles de base a dont l'angle de la base est $\alpha < \frac{\pi}{3}$ et m aiguilles aléatoires indépendantes uniformément repartiés dans le plan, de longueurs $l_k < \frac{a}{2} \lg \alpha$ $k = 1, 2, \ldots, m$.

Complé tenu que la probabilité p qu'une aiguille, de longueur l, coupe la frontière de réseau est donnée par

$$p = 1 - \frac{\mu(\mathcal{F})}{\mu(\mathcal{E})}$$

où $\mu(\mathcal{F})$ est la mesure de l'ensemble $\mathcal{F}$ des segments dont le milieu est à l'intérieur du triangle de el $\mathcal{T}$. L'ensemble de segments dont le milieu est a l'intérieur du triangle mais ne coup pas $\Delta\Gamma$ d_k on calcul la probabilité (fi) pour que n aiguilles rencontre le réseau et $m - n$ ne le rencontrent pas.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XXXIX — 1977, Numărul 4

C.Z.: 517.11:523.14

STUDIES IN NON-GRAY STELLAR ATMOSPHERES ON THE CONVECTIVE TRNSPORT OF ENERGY.*

ELENA TĂNĂSESCU

This paper describes the logical and mathematical basis of a versatile computer program for non-gray stellar atmosheres. The program uses the Krook-Avrett iteration procedure to correct an initial temperature distribution, achieving a flux constancy of a few tenths per cent. Also it, was calculates thermodynamic Quantities and convective flux for a star of class B with $T_e = 18.000°K$, $\log g = 4$, to obtain a temperature correction more accurate used in the calculating model non-gray stellar atmosphere.

High- speed electronic computers make possible the computation of stellar atmosphere with a completeness and generality impossible even a decade ago. This paper will describe the mathematical and logical formulation of a computer program and will include numerical results of various stellar atmosphere calculations.

The program encompasses three major logical blocks : (1) the computation of a model atmosphere based on a prescribed temperature distribution and some characteristic opacity (2) the analysis of the radiation field, and (3) a procedure for improving the temperature distribution to achieve some desired radiation flux, not necessarily independent of depth, when convection has been involved.

Models stellar atmosphere in hydrostatic equilibrium.

A model atmosphere will be specified by four parameters : T_e, the effective temperature; g the effective gravity; A, the hydrogen-to-metal abundance ratio by number; and B, the helium-to-hydrogen abundance ratio by number. Given a relation between temperature and optical depth, the march of the depth, pressure, electron pressure, ionization, opacity, and density in the atmosphere follows from : (a) the physical theory of the continuous absorption coefficient and (b) the equation of hydrostatic equilibrium.

* Manuscript received 22 June 1977

a) The Opacity.

The opacity depends on the abundances of the different atoms in the various stages of the ionization. The Saha equation, valid in thermodynamic equilibrium, gives $P_e N_i$, the product of the electron pressure and ratio of ionized to neutral atoms, as a function of temperature and the ionization potential of the atoms involved. In this program I have considered that hydrogen and a single „typical" metal extablish the electron pressure. If the pressure is known, the equation for electron pressure :

$$\mathfrak{P}_e = \mathfrak{P} \frac{(x + y/A)}{(1 + 1/A + B) + (x + y/A)} \tag{1}$$

can be solved iteratively with the Saha equations for the ratio of ionized hydrogen to all hydrogen by number of atoms (x) and the ratio of ionized metals to all metals by number of atoms (y), where A is the ratio of hydrogen to metal atoms and B is the ratio of helium to hydrogen atoms. The monochromatic opacity per gram of material, then, is

$$K_\lambda = \frac{1 - x}{(1 + 4B)\, m_H} \{a_\nu(H) + \mathfrak{P}_e a_\nu(H^-) + \dots\} \tag{2}$$

where m_H is the mass of the hydrogen atom (1.6734×10^{-24} gm), a (H) is the atomic absorption coefficient of neutral hydrogen, and $a(H^-)$ is the absorption coefficient of the negative hydrogen ion per atom of neutral hydrogen and per unit electron pressure. The dots refer to possible additional sources of opacity, such as $a(H_2)$ and $a(H_2^+)$, and to Rayleich scattering.

In computing a model atmosphere in hydrostatic equilibrium, some single representative value k must replace k_ν at each depth. In my computations, I have used $a_\nu\,(H)$ and $a\,(H^-)$ for $\lambda = 5000A$ to compute k. Therefore, in place of a mean opacity and, later, a mean optical depth, I shall always refer to the analogous quantities characteristic opacity and characteristic optical depth. The absorption coefficients for neutral hydrogen were computed directly from the theory of Menzel and Pekeris (1945), and for the H^- ion from approximation polynomials derived for this program (Gingerich 1961).

b) *The Equation of Hydrostatic Equilibrium.*

From the equation of hydrostatic equilibrium we can find an integral for $\mathfrak{P}$ as a function of optical depth,

$$\mathfrak{P}(\tau) = y \int_0^\tau \frac{\mathrm{d}\tau}{K(\mathfrak{P}_e, \mathfrak{T})} \tag{3}$$

Given the value of k at a number of points, the pressure can be calculated by quadratures. Since k itself is ultimately dependent on pressure, *I* have adopted an interative procedure to obtain a self-consistent set of values for $\mathfrak{L}$ $\mathfrak{L}_e$, x, y, and k at each optical depth chosen.

The optical depth grid is chosen in geometrically incresing steps, with a constant Q such that $Q = \tau_{n+1}/\tau_n$ An appropriate and convenient value of Q is $\sqrt[20]{10}$, which produces exactly 120 steps between $\tau = 0.0001$ and $\tau = 100$. Thus the integration for pressure does not actually begin at $\tau = 0$. Comparison of various models indicates that this optical depth grid is satisfactorily fine.

Originally, *I* attempted to integrate for pressure with a generalized Simpson's quadrature, which is notoriously unstable. Stability was achieved at some loss of accuracy by restricting the generality of the quadrature rule. However, *I* have recently adopted an unusually satisfactory predictor-corrector method owing to Hamming (1959), which combines accurycy, stability, and speed, so that in this application an iteration for $\mathfrak{L}$ is generally not required.

The use of Hamming's methods requires the values of $\mathfrak{L}$ and k for the three preceding steps; conseuqnetly, the three initial steps must be treated in a special way, as follows.

In order to begin the iteration for the first step, assume that the hydrogen is completely neutral and that the opacity of neutral hydrogen is negligible compared with H^-. The pressure, then, is

$$\mathfrak{L}_1 = \left[\frac{2gm_H\,(1 + 4B)\,A(1 + B)}{y\,a\,(H^-)}\,\tau_1 \right]^{1/2} \tag{4}$$

where electron pressure is

$$\mathfrak{L}_e = \frac{1}{2}\,S\,(T) \left[\frac{1 + 4P}{A(1 + B)\,S(T)} - 1 \right]^{1/2} \tag{5}$$

$$S(T) = -\frac{5}{2}\log\theta - \chi_\theta + 8.779 + \log\frac{2B_1(\theta)}{B_0(\theta)}$$

It is necessary to set $y = 1$ in the first trial only. After the electron pressure is known, are available from the Saha equation, and a less restrictive equation for the pressure is possible:

$$\mathfrak{L}_1 = \left[2\;gm_H\,(1 + 4B)\,\frac{(1 + x + B)\,\tau_1}{(x + y/A)\,a\,(H^-)} \right]^{1/2} \tag{6}$$

This value of the pressure is averaged with the earlier one, the electron pressure is recalculated, and so on. In a similar manner the second and third steps can be computed.

These values of the opacity and electron pressure for succeeding steps are found by linear extrapolation from the two preceding levels.

Analysis of the radiation field.

Integrated values of the flux and mean intesity at various optical depths in a model stellar atmosphere are found from the weighted sums of a properly selected group of monochromatic fluxes and mean intensities. Therefore, a (τ, τ_ν) — table must be established for each frequency considered. Such a table, relating the monochromatic optical to the characteristic optical depth, is built up by integrating

$$d\tau_\nu = \frac{k_\nu(\tau)}{k(\tau)} \cdot d\tau \tag{7}$$

where monochromatic flux at the characteristic optical depth is given by

$$F_\nu = 2\int_{\tau_\nu}^{\infty} B_\nu\,[T(t)]\,E_2(t_\nu - \tau_\nu)\;\mathrm{d}\tau_\nu - 2\int_0^{\tau_\nu} B_\nu[T(t)]\,E_2(\tau_\nu - t_\nu)\;\mathrm{d}t_\nu$$

B_ν is the Plack function, E_2, is the second exponential integral function, and t are the running variables of integration; a similar formula expresses the monochromatic mean intensity. Note that the integration is carried out with the monochromatic optical depths, which enter as the argument of E_2. The corresponding characteristic optical depth, found from the (τ, τ_ν) — table, determines the temperature that enters as the argument of B_ν.

Consider a thin layer of the atmosphere with optical thickness 2Δ, centered at distance t_j from the level at which the flux is being determined. If the monochromatic source function B_ν, can be represented within the layer by a + bt, where $t = 0$ at the center of the layer, then the contribution to the monochromaric flux from the thin layer is found by:

$$\int_{-\Delta}^{\Delta}(a + bt)\,E_2(t_j + t)\;\mathrm{d}t = a\{E_3(t_j - \Delta) - E_3(t_j + \Delta)\} + b\{-\Delta[E_3(t_j +$$

$$+ \Delta) + E_3(t_j - \Delta)] - E_4(t_j + \Delta) + E_4(t_j - \Delta)\} = \mathrm{a}\;\mathfrak{U}\;(t_j) + b\,\mathfrak{V}\,(t_j)$$

Unfortunately, the expression for $\mathfrak{V}(t_j)$ retaines virtually no significant part after the addition of the four terms. Use of a Taylor expansion fails because some values of will be larger than unity. A satisfactory alternative semiempirical expression is given by

$$\mathfrak{V}(t_j) = \frac{\Delta}{3}\,[\mathfrak{U}(t_j) - 2\Delta E_2(t_j - \Delta)] \tag{9}$$

The expressions $\mathfrak{U}(t_j)$ and $\mathfrak{V}(t_j)$ can be precomputed for n standard values of t_j. The t_j's are used as monochromatic optical depths and might be more properly designated as $t_{\nu j}$, j, even though the same set applies for all frequencies. The corresponding running values of the characte

ristic optical depth must be calculated anew for each frequency ; however, they are readily found by means of the $(\tau,\ \tau_\nu)$-table.

The flux integral can thus be aproximated by the following summations :

$$F_\nu(\tau) = 2\sum_{j=1}^{n} B_\nu\,[T(\tau + t_j)]\,\mathfrak{A}(t_{\nu j}) + 2\sum_{j=1}^{n}\frac{dB_\nu}{dt}\,\mathfrak{B}(t_{\nu j}) - \tag{10}$$

$$- 2\sum_{j=1}^{*} B_\nu[T(\tau - t_j)]\,\mathfrak{A}(t_{\nu j}) + 2\sum_{j=1}^{*}\frac{dB_\nu}{dt}\,\mathfrak{B}(t_{\nu j}) \tag{10}$$

where an asterisk indicates that the series is truncated, as $(\tau - t_j)$ becomes negative. A small term can be addes to account for the incompatibility at the surface.

Similary, quantities can be precomputed for the standard set of t-values in order to approximate the mean intensity integral by summations analogous to those used for the flux. Finally, an approximation, for the limb-darkening integral can be derived with μt_j as the argument. where μ is the limb-darkening cosine function, defined in the usual manner Thus a single group of precomputed quantities can be used for any value of μ.

In my owen compuation, I have divided the entire interval into 200 regions of t such that the resulting values of $\mathfrak{A}$ are equal; for the 199 th interval, $t \approx 3.8$, and several irregular values are included to extetnd t to 20.

Some error is introduced into the integration by the interpolation of the temperature to match the pretabulated optical depth.A quadratic interpolation from three nearby temperature points is satisfactory.

The convective transport of energy.

In a stellar atmosphere, radiation is the most important means, but not the only available for transporting energy through the atmosphere. If the gradient (dT/dx) is greater than the adiabatic gradient $(-dT/dx)_A$, the gas is convectively unstable and convection can carry energy by moving hot gas elements into cooler regions. In this paper, I present some results from the calculating of the convective flux by the mixing-length theory. The ratio of mixing length to scale height $1/h$ is prescribed as a constant, in our computations it is 1.5.

Using mixing — lentgth theory, Robert Kurucz has found a simple expression for the convetive velocity of convective bubbles in motion.

$$V_{\text{conv}} = B\,(\bar{V} - \bar{V}_R)^{1/2}$$

with

$$B = \left[-1/8\ gh\ (l/h)^2\left(\frac{\partial \ln \rho}{\partial \ln T}\right)_P\right]^{1/2} \tag{11}$$

and for the convective flux :

$$F_{\text{conv}} = \frac{1}{4}(l/h)\ C_P \cdot T \cdot V_{\text{conv}}\ (\nabla - \nabla_R) \tag{12}$$

where $\nabla - \nabla_R$ is bubble gradient calculated from :

$$\nabla - \nabla_R = D + (\nabla - \nabla_A) - (D^2 + 2(\nabla - \nabla_A))^{1/2}$$

with :

$$D = \frac{1}{2}\left[\frac{32\sqrt{2}\ T^3}{k_{\text{Ross}}\ \rho^2 \cdot h \cdot c_P \cdot B}\right]^2$$

C_P is specific heat keeping the constant pressure P, $\rho = n \cdot \mu M$ density, T temperature, g gravity, n_{Atom}, the total number of atoms calculated from the Saha equations and the abundances equations. K_{Ross} is the Rosseland opacity calculated in our starting model from a table as a function of logT and logP while in the final model after eight iterations the osseland opacity is calculated, from the monochromatic opacities and e radiation field.

In the calculatios, ionizations has been involved for the all species that contribute a significant number of electrons and that affect opacities.

Using a trial temperature distribution based on the known gray temperature distribution :

$$T^4 = \frac{3}{4} T_e^4 [\tau + q(\tau)] \tag{13}$$

where

$$q(\tau) = 0.7104 - 0.2830\ E_2(\tau) + 0.5797\ E_3(\tau)$$

fluxes and mean intensities obtained from calculations will not have produced the desired total flux

$$F = F(\tau) = \int_0^\infty F_\nu(\tau)\, d\nu = \sigma\, T_e^4 = 0.4736 \cdot 10^{12}$$

so will be a flux error

$$F = F_{\text{total}} - \int_0^\infty F_\nu\, d\nu - F_{\text{conv}} \tag{14}$$

that we attempt to reduce by modifying the temperature distribution.

The fluxes and mean intensities obtained from the preceding calculations can be used in the departures from radiative equilibrium by means

of the two well-known forms of the condition :

$$F = F(\tau) = \int_0^\infty F_\nu(\tau)\, d\nu$$

and for the flux gradient :

$$\frac{dF}{d\tau} = \int_0^\infty K_\nu(\tau)\,\{J_\nu(\tau) - B_\nu(\tau)\}\, d\nu = 0 \qquad (15)$$

If convection is included, the flux error is down to 1% and the temperature correction is on the order of 30°K.

Table 1 ilustrates the results of our computations for a star of class B, in which have been determined the temperature distribution for 30τ's, beginning with log $\tau_{\text{ROSS}} = -4$, in steps of 1/4.

Freyuency integrals use 78 frequencies.

Table 1 proves the appearance of convective flux approximately at $\tau = 0.4$, while for the solar atmosphere, Bohm—Vitense has established that the convection oneself settles at $\tau = 1.4$.

Chair of mathematics I
Polytechnical Institute ,,Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucharest

Table 1

τ	T	ρ	P total	N total	V conv	F conv
0.10	15799.4	0.3546	9.822	0.1605	0.	0.
0.15	16339.0	0.4567	1.35110^{3}	0.2066	0.111210^{-1}	0.276410^{-14}
0.25	17054.1	0.5829	1.889	0.2638	0.113210^{1}	0.382610^{-11}
0.39	17974.7	0.7374	2.688	0.3337	0.4357	0.284310^{-7}
0.63	19143.3	0.2904	3.906	0.4165	0.122310^{1}	0.807610^{-6}
1.00	20615.9	0.112510^{-8}	5.0803	0.5090	0.2685	0.106010^{-5}
1.58	22442.1	0.1325	8.760	0.5993	0.4685	0.556610^{-4}
2.51	24652.2	0.1446	1.332	0.6543	0.6595	0.198410^{-3}
3.98	27265.6	0.2347	2.021	0.7096	0.8297	0.416010^{-3}
6.31	30302.9	0.3450	3.051	0.8556	0.679410^{2}	0.560910^{-2}
10.0	33790.5	0.7859	4.631	0.9768	0.132510^{3}	0.582910^{-1}
15.8	37762.7	0.8821	7.096	0.156110^{15}	0.3109	0.122210
25.1	42262.6	0.185010^{-7}	1.09210^{4}	0.3992	0.111110^{2}	0.117510^{3}
39.0	45342.6	0.2312	0.2312	1.683	0.4370	0.499110^{4}
63.1	47893.4	0.3535	2.051	0.6251	0.3234	0.595210^{4}

REFERENCES

1. *Cox, J. P. Giulli, R. T.* Gordon and Breach, New-York, 1327 pag.
2. *L. H. Aller*, The Atmospheres of the Sun and Stars, ed. 2, New-York, Ronald Press Camp 1963 cap. 5.
3. *R. L. Kurucz*, „A Computer Program for Calculating Model Stellar Atmospheres". Special Rapport 309. 1969 Smithsonian Astropyisical Observatory.
4. *Bohm-Vitense*, In Proceedings Frist Harvard-Smithsonian Conference on Stellar Atmosphers, No. 167. 1970
5. *Elena Tănăsescu*, Teză de doctorat 1975. Cap. 5.

Studii în atmosfere stelare non-gri. Asupra transportului convectiv al energiei

Această lucrare descrie baza matematică și logică a unui program de calul pentru armosfere stelare non-gri. Programul folosește procedeul de iterație Krook — Avrett pentru a corecta o distribuție inițială de temperatură atingînd un flux constant abstracție făcindu-se de o eroare de valoare redusă.

De asemenea, sînt calculate cantitățile termodinamice și fluxul convectiv pentru o stea de clasă B cu $T_e = 18000°K$, $\log g = 4$, pentru a obține o corecție de temperatură mai bună folosită în calcularea modelelor de atmosfere stelare ne-gri.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XXXIX — 1977, Numărul 4

MECANICĂ

C.Z.: 62–233.5

DETERMINAREA GRAFICĂ ȘI ANALITICĂ A PROFILULUI CAMEI PENTRU RECTIFICAREA PLĂCUȚEZOR DIN CARBURI METALICE PE UN CONTUR DAT*.

D. VOICULESCU, N. PANDREA, FL. SIMION

În lucrare se prezintă un dispozitiv adaptat mașinilor de rectificat cu scule diamantate care prelucrează plăcuțe din carburi metalice pe contur poligonal și în special la calculul și trasarea profilului camei.

Introducere.

Dispozitivul pentru rectificat plăcuțe din carburi metalice adaptat mașinilor de rectificat universale, funcționează în principiu prin compunerea mișcării de rotație a plăcuței cu mișcarea de translație a întregului ansamblu, dispozitiv-piesă (fig. 1).

Precizia rectificării plăcuței este determinată de forma și de precizia conturului camei, problemă care face obiectul lucrării de față. În cele ce urmează vom trata această problemă atît pe cale grafică, cît și analitic.

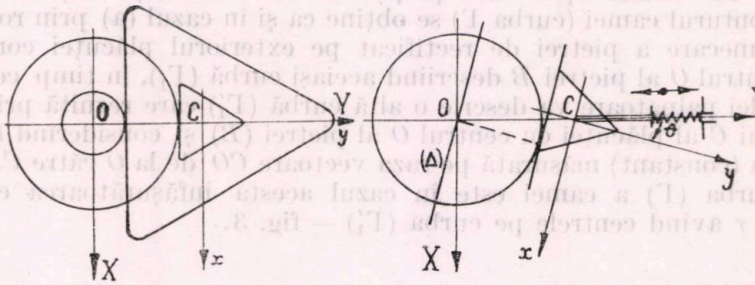


Fig. 1

1. Soluții grafice

În rezolvarea grafică a acestei probleme vom considera două cazuri:

a) Cazul în care centrul rolei palpatoare O_1 este identic cu centrul pietrei de rectificat O (fig. 2).

* Manuscris predat redacției la data de 10 iunie 1977.

Conturul camei (curba Γ) se obține în felul următor : se consideră plăcuța (A) fixă și se presupune că piatra de rectificat (B) se rostogolește fără să lunece pe exteriorul plăcuței. În acest caz centrul O al pietrei-identic cu al rolei — va descrie curba (Γ_1). În această situație rola palpatoare va urma de asemeni o mișcare de rostogolire fără alunecare pe o altă curbă (Γ), carre reprezintă înfășurătoarea cercurilor de rază r cu centrele pe curba (Γ_1) și care este profilul căutat al camei (fig. 2).

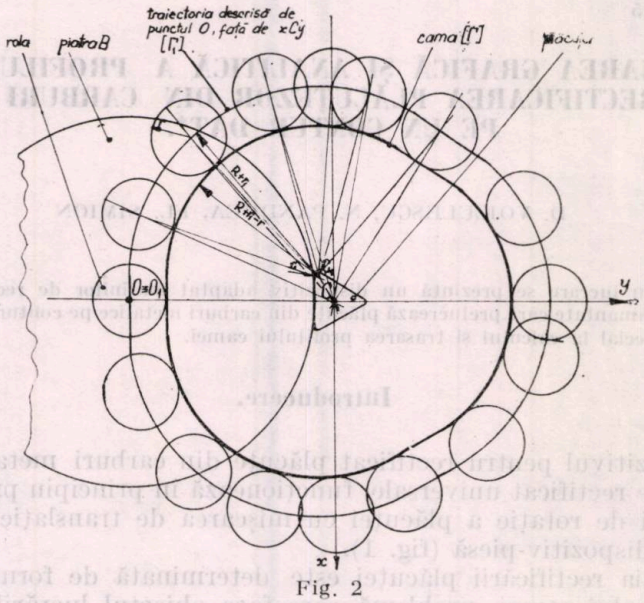


Fig. 2

b) Cazul în care centrul pietrei de rectificat O se află pe aceiași dreaptă cu centrul O_1 al rolei palpatoare la o distanță $OO_1 = a$.

Conturul camei (curba Γ) se obține ca și în cazul (a) prin rostogolire fără alunecare a pietrei de rectificat pe exteriorul plăcuței considerată fixă, centrul O al pietrei B descriind aceiași curbă (Γ_1), în timp ce centrul O_1 al rolei palpatoare va descrie o altă curbă (Γ_1') care rezultă prin unirea centrului C al plăcuței cu centrul O al pietrei (B) și considerînd lungimea $OO_1 = a$ (constant) măsurată pe raza vectoare CO de la O către C.

Curba (Γ) a camei este în cazul acesta înfășurătoarea cercurilor de rază r avînd centrele pe curba (Γ_1') — fig. 3.

2. Soluții analitice

Pentru determinarea pe cale analitică a curbei-probfil a camei se consideră că sistemul de referință (x, C, y) — solidar cu plăcuța — este fix (care în realitate este un sistem mobil), iar sistemul de referință (X, C, Y) (în realitate fix) avînd drept axă CY dreapta ce unește centrul rolei palpatoare O_1 cu centrul pietrei de rectificat 0, ar fi un sistem de referință mobil, ambele sisteme avînd origina axelor în același punct C.

Se notează cu θ unghiul dintre axele Cy și CY (fig. 4). Calculul curbei (Γ) se face pe două porțiuni în funcție de unghiul θ:

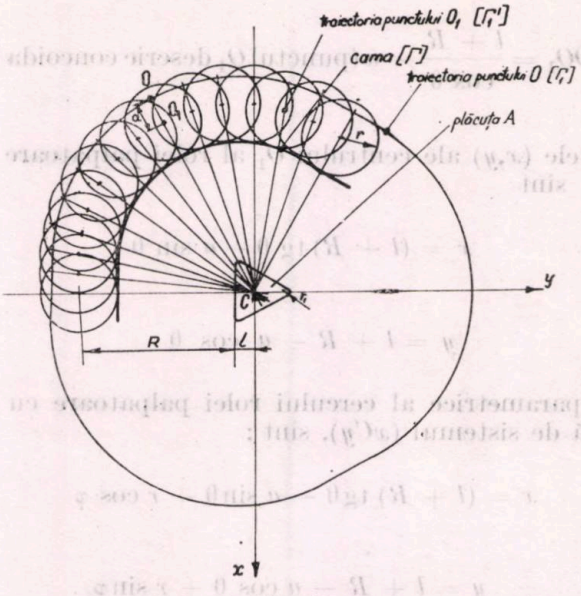


Fig. 3

a) cazul $0 \leqslant \theta \leqslant \theta_1$, unde θ_1, este valoarea unghiului θ cînd axa CY trece prin punctul N obținut prin paralela dusă prin punctul C_1 al plăcuței la axa Cy (fig. 4).

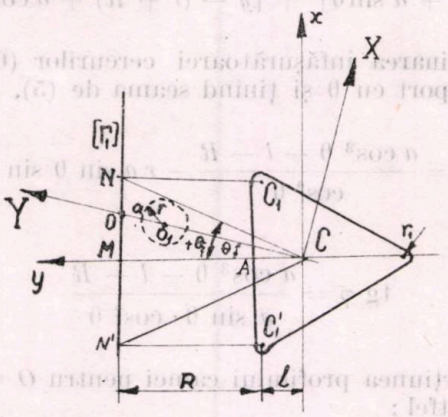


Fig. 4

Cu notațiile: $CA = l$; $AM = R$; $OO_1 = a$, r_1 = raza de racordare a colțurilor plăcuței, rezultă:

$$\operatorname{tg} \theta_1 = \frac{MN}{CM} = \frac{2\sqrt{3}\, l - r_1}{l + R} \tag{1}$$

$$CO = \frac{CM}{\cos\theta} = \frac{l + R}{\cos\theta} \tag{2}$$

$$CO_1 = CO - OO_1 = \frac{l + R}{\cos\theta} - a \text{ (punctul } O_1 \text{ descrie concoida lui Nicomide).} \tag{3}$$

Coordonatele (x,y) ale centrului O_1 al rolei palpatoare față de sistemul fix (xCy), sînt

$$\begin{aligned} x &= (l + R)\operatorname{tg}\theta - a\sin\theta \\ y &= l + R - a\cos\theta \end{aligned} \tag{4}$$

Ecuațiile parametrice al cercului rolei palpatoare cu centrul în O_1 și de rază r față de sistemul (xCy), sînt :

$$\begin{aligned} x &= (l + R)\operatorname{tg}\theta - a\sin\theta + r\cos\varphi \\ y &= l + R - a\cos\theta + r\sin\varphi \end{aligned} \tag{5}$$

Eliminînd parametrul φ între ecuațiile (5), se deduce ecuația implicită a cercului rolei :

$$[x - (l + R)\operatorname{tg}\theta + a\sin\theta]^2 + [y - (l + R) + a\cos\theta]^2 - r^2 = 0 \tag{6}$$

Pentru determinarea înfășurătoarei cercurilor (6) vom deriva mai întîi relația (6) în raport cu θ și ținînd seama de (5), se deduce :

$$r\cos\varphi = \frac{a\cos^3\theta - l - R}{\cos^2\theta} - r\,a\sin\theta\sin\varphi = 0 \tag{7}$$

de unde

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{a\cos^3\theta - l - R}{a\sin\theta\cdot\cos^2\theta} \tag{8}$$

Ca urmare, porțiunea profilului camei pentru $O \leqslant \theta \leqslant \theta_1$, se determină prin puncte astfel :

— se alege unghiul θ

— se calculează unghiul φ din rel. (8)

— se calculează coordonatele (x,y) ale unui punct al curbei (Γ) din relațiile (5).

Rezultă astfel un punct al curbei (Γ). Alegînd un pas pentru unghiul θ se repetă calculul de mai sus obținîndu-se punctele curbei (Γ) pe această porțiune.

b) Cazul $\theta_1 \leqslant \theta \leqslant \frac{2\pi}{3} - \theta_1$ (fig. 5). Se procedează după cum urmează:

$$CO' = \rho = CC_1 \cos\left(\frac{\pi}{3} - \theta\right) + C_1O' \cos\alpha \tag{9}$$

unde O' este de asemeni centrul cercului pietrei de rectificat în noua poziţie, iar α este unghiul dintre CY şi C_1O'.

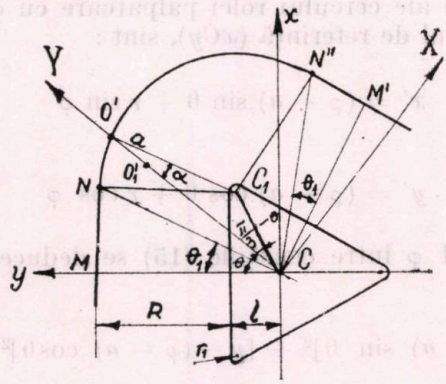


Fig. 5

Aplicînd teorema sinsurilor în triunghiul CC_1O', rezultă:

$$(R + r_1) \sin\alpha) = 2(l - r_1) \sin\left(\frac{\pi}{3} - \theta\right) \tag{10}$$

de unde se deduce:

$$\cos\alpha = \sqrt{1 - \frac{4(l - r_1)^2 \sin^2\left(\frac{\pi}{3} - \theta\right)}{(R + r_1)^2}} \tag{11}$$

Ducînd această valoare (11) în (9), se obţine pentru raza vectoare a punctului O' expresia:

$$\rho = 2(l - r_1) \cos\left(\frac{\pi}{3} - \theta\right) + \sqrt{(R + r_1)^2 - 4(l - r_1)^2 \sin^2\left(\frac{\pi}{3} - \theta\right)} \tag{12}$$

Derivînd relaţia (12) în raport cu θ se găseşte:

$$\frac{d\rho}{d\theta} = 2(l - r_1) \sin\left(\frac{\pi}{3} - \theta\right) + \frac{4(l - r_1)^2 \sin\left(\frac{2\pi}{3} - 2\theta\right)}{2\sqrt{(R + r_1)^2 - 4(l - r_1)^2 \sin^2\left(\frac{\pi}{3} - \theta\right)}} \tag{13}$$

Cum $CO_1' = CO' - O'O_1' = \rho - a$, coordonatele (x', y') ale centrului rolei palpatoare O_1' în raport de sistemul (xCy), sînt :

$$x' = (\rho - a) \sin \theta.$$
$$y' = (\rho - a) \cos \theta \tag{14}$$

Ecuaţiile parametrice ale cercului rolei palpatoare cu centrul în O_1' şi de rază r, faţă de sistemul de referinţă (xCy), sînt :

$$x' = (\rho - a) \sin \theta + r \sin \varphi$$
$$y' = (\rho - a) \cos \theta + r \cos \varphi \tag{15}$$

Eliminînd parametrul φ între ecuaţiile (15) se deduce ecuaţia implicită a cercului rolei :

$$[x' - (\rho - a) \sin \theta]^2 + [y - (\rho - a) \cos\theta]^2 - r^2 = 0 \tag{16}$$

Pentru determinarea înfăşusătoarei cercurilor (16), vom deriva relaţia (16) în raport cu θ şi ţinînd seama de (15), se obţine :

$$-r \cos \varphi \left[\frac{d\rho}{d\theta} \cos \theta - (\rho - a) \sin \theta\right] - r \sin \varphi \left[\frac{d\rho}{d\theta} \sin \theta + (\rho - a) \cos \theta\right] = 0$$

de unde

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{(\rho - a) \sin \theta - \frac{d\rho}{d\theta} \cos \theta}{(\rho - a) \cos \theta + \frac{d\rho}{d\theta} \sin \theta} \tag{17}$$

Ca urmare, porţiunea profilului camei pentru $\theta_1 \leqslant \theta \leqslant \frac{2\pi}{3} - \theta$, se determină prin puncte astfel :

— se alege unghiul θ
— se calculează raza vectoare ρ din relaţia (12)
— se calculează $\frac{d\rho}{d\theta}$ (rel. 13).
— se calculează unghiul φ (rel. 17).

— se calculează coordonatele (x', y') ale unui punct al curbei (Γ) din relațiile (15). Rezultă astfel un punct al curbei (Γ). Se repetă calculul dînd diferite valori unghiului în intervalul $\theta_1 \leqslant \theta \leqslant \frac{2\pi}{3} - \theta$.

În mod asemănător se repetă calculul pentru restul conturului curbei (Γ) al profilului camei.

Catedra de mecanică
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București.

BIBLIOGRAFIE

1. *R. Voinea, D. Voiculescu, V. Ceauşu* — Mecanica — Ed. Tehnică 1975, Bucureşti
2. *N. Manolescu, ş.a.* — Teoria Mecanismelor şi a maşinilor — Ed. Didactică şi pedagogică 1972
3. E. *Botez* — Maşini — Unelte Vol. I—III. Ed. Tehnică Bucureşti.

The Graphic and Analytic Determination of the Profile Cam for Reetifing Plates Metalic Carbides with a Determined Contour.

In thework there is presented a device adapted to rectifier machineéwith diamond tools, for procesing plates of metalic carbides with poligonal form. The present device offers the possibility of accomplishing the calculation and the trasing of profile cam.

— se calculează coordonatele (x', y') ale unui punct al curbei (T) din relațiile (15). Rezultă astfel un punct al curbei (T). Se repetă calculul dînd diferite valori unghiului în intervalul $\theta_1 \leqslant \theta \leqslant \frac{2\pi}{3} - \theta$.

În mod asemănător se repetă calculul pentru restul conturului curbei (T) al profilului camei.

Catedra de mecanică
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti.

BIBLIOGRAFIE

1. *R. Voinea, D. Voiculescu, V. Ceausu* — Mecanica — Ed. Tehnică 1975, Bucureşti.
2. *N. Manolescu, s.a.* — Teoria Mecanismelor şi a maşinilor — Ed. Didactică şi pedagogică 1972.
3. *E. Hoier* — Masini — Unelte Vol. I—III Ed. Tehnică Bucureşti.

The Graphic and Analytic Determination of the Profile Cam for Rectifing Plates Metalic Carbides with a Determined Contour.

In thework there is presented a device adapted to rectifier machineewith diamond tools, for processing plates of metalic carbides with poligonal form. The present device offers the possibility of accomplishing the calculation and the trasing of profile cam.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XXXIX — 1977, Numărul 4

TERMOTEHNICĂ

C.Z. : 621.565.9.004.18

CONSIDERAȚII CU PRIVIRE LA ÎMBUNĂTĂȚIREA ECONOMICITĂȚII FUNCȚIONĂRII INSTALAȚIEI FRIGORIFICE CU COMPRIMARE DE AER, CU REGENERARE (II)

S. DIMITRIU, Vs. RADCENCO

În acest articol este analizat modul de îmbunătățire a economicității instalației frigorifice cu comprimare de aer cu regenerare, prin reducerea pierderilor datorate ireversibilității.

Pe baza expresiilor analitice ale pierderilor, stabilite într-o lucrare anterioară, s-a întocmit un program de calcul pentru calculatorul numeric. Rezultatele obținute sînt prezentate în diagrame care ilustrează influența diverșilor factori asupra mărimii pierderilor și economicității instalației.

Îmbunătățirea economicității funcționării instalației frigorifice cu comprimare de aer este strîns legată de reducerea pierderilor provocate de ireversibilitatea internă și externă a ciclului termodinamic de funcționare al instalației.

Aplicînd teorema Gouy-Stodola care definește pierderea provocată de ireversibilitatea unui proces termodinamic, în lucrarea (1) a fost stabilită expresia bilanțului exergetic al unei instalații frigorifice cu comprimare de aer fără regenerare iar în lucrarea (2) expresia bilanțului exergetic al unei instalații frigorifice cu comprimare de aer cu regenerare.

În forma cea mai generală, aceste bilanțuri se pot exprima sub forma :

$$|l_e| = |e_f| + \pi_e + \pi_i + \pi_m \tag{1}$$

unde :

$|l_e|$ — reprezintă consumul specific de lucru mecanic efectiv (la arbore) al instalației frigorifice ;

$|e_f| = |l_{min}|$ — exergia căldurii preluate de unitatea de cantitate de agent la tempertura constantă a camerei frigorifice (lucrul mecanic minim al ciclului Carnot de referință) ;

π_e — pierderile provocate de ireversibilitatea externă a proceselor termodinamice care compun ciclul de funcționare al instalației ;

* Manuscris predat redacției la data de 13 ianuarie 1977.

π_i — pierderile provocate de ireversibilitatea internă a proceselor termodinamice care compun ciclul de funcționare al instalației;

π_m — pierderile de exergie cu caracter mecanic ale instalației.

După raportare la $|l_e|$ se obține expresia randamentului exergetic efectiv al instalației frigorifice cu comprimare de aer:

$$\eta_{Ee} = \frac{|e_f|}{|l_e|} = 1 - \Sigma\bar{\pi}_j = 1 - (\bar{\pi}_e + \bar{\pi}_i + \bar{\pi}_m) \tag{2}$$

unde:

$\bar{\pi}_j$ reprezintă ponderea unei pierderi oarecare în lucrul mecanic efectiv iar $\bar{\pi}_e$, $\bar{\pi}_i$ și $\bar{\pi}_m$ ponderile pierderilor externe, interne și mecanice în $|l_e|$.

S-a demonstrat că exergia căldurii extrase din spațiul frigorific la temperatura constantă, t_f a acestuia are expresia:

$$|e_f| = \left(\frac{T_0}{T_f} - 1\right) \cdot q_f = \frac{q_f}{T_f/(T_0 - T_f)} = |l_{\min}| \tag{3}$$

T_0 fiind temperatura mediului ambiant iar q_f căldura extrasă din spațiul frigorific de unitatea de cantitate de agent (puterea frigorifică specifică).

Observînd că eficiența frigorifică a instalației este definită de raportul

$$\varepsilon_f = \frac{q_f}{|l_e|} \tag{4}$$

a fost stabilită relația de legătură dintre η_{Ee} și ε_f:

$$\varepsilon_f = \varepsilon_C \cdot \eta_{Ee} = \varepsilon_C(1 - \Sigma\bar{\pi}_j) \tag{5}$$

unde:

ε_C este eficiența frigorifică a ciclului Carnot realizat între T_0 și T_f.

Metodica analitică de determinare a pierderilor a fost dezvoltată în lucrările (1) și (2) iar concluziile privind studiul influenței diferiților factori asupra economicității funcționării instalației frigorifice cu aer fără regenerare în lucrarea (3).

În urma unui studiu similar asupra economicității funcționării instalației frigorifice cu comprimare de aer, cu regenerare, se pot remarca următoarele.

1. Influența raportului de comprimare β_C.

Ca și la instalațiile frigorifice cu comprimare de aer fără regenerare, la instalațiile cu regenerare, raportul de creștere a presiunii în compresorul instalației este parametrul de care depinde în cea mai mare măsură economicitatea acesteia.

Studiul influenței raportului de comprimare β_C a fost efectuată în următoarele condiții : $t_0 = +15°C$, $t_f = -20°C$, $\Delta t_r = 15$ grd, $\Delta t_f = 8$ grd, $\Delta t_{rg} = 10$ grd, $\psi_r = \psi_f = 2\%$, $\eta_C = 85\ \%$, $\eta_D = 80\%$, $\eta_m = 96\%$ și $\varkappa = 1{,}41$, pentru $\beta_C = 2 \ldots 13$.

Creșterea valorii lui β_C este însoțită de mărirea temperaturii de refulare a compresorului, T_2 și de scăderea temperaturii T_4 a aerului la ieșirea din detentor. Rezultă că odată cu creșterea raportului β_C se amplifică pierderile π_{q_r} și $\pi_{\Delta T_f}$, legate de schimbul de căldură cu mediul ambiant și schimbul de căldură cu mediul din spațiul frigorific și în acelaș timp se amplifică și pierderile provocate de ireversibilitatea proceselor de comprimare și destindere, π_C și π_D [(3), (1)].

Analizînd schimburile de lucru mecanic specific în compresor și detentor, se constată o creștere mai rapidă cu β_D a lucrului mecanic consumat în compresor decît cel produs în detentor și ca urmare creșterea lucrului mecanic specific consumat în instalație (3).

Deoarece pierderile provocate de ireversibilitatea proceselor de laminare depind numai de coeficienții de reducere ai presiunii ψ, rezultă că la creșterea lui β_C, valoarea absolută a acestora rămîne neschimbată. Evident, întrucît lucrul mecanic specific consumat în ciclul instalației crește odată cu β_C, ponderea acestor pierderi în $|l_e|$ se va reduce.

În fig. 1 este arătată influența lui β_C asupra randamentului exergetic efectiv al instalației și ponderilor pierderilor cauzate de ireversibilitatea internă și externă a ciclului de funcționare.

Se observă o creștere a ponderilor pierderilor π_{q_r} și $\pi_{\Delta T_f}$ deoarece ritmul de creștere al valorilor absolute ale acestora este mai rapid decît cel al lucrului mecanic efectiv consumat al instalației.

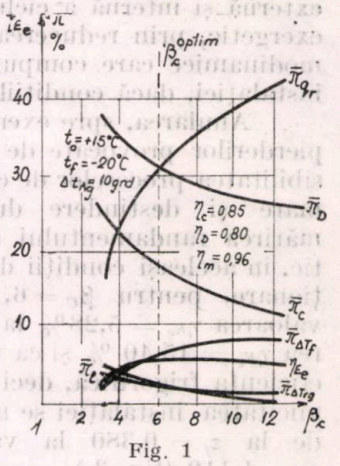


Fig. 1

În ceea ce privește ponderile pierderilor interne π_C și π_D se constată că acestea acuză o scădere la mărirea lui β_C, ceea ce se explică prin ritmul mai lent de creștere al valorilor absolute ale acestora în comparație cu cel al lucrului mecanic.

În ceea ce privește pierderea produsă de ireversibilitatea schimbului de căldură în schimbătorul regenerator, deși și aceasta, în valoare absolută, crește odată cu mărirea lui β_C (datorită măririi diferenței medii de temperatură între agentul cald și cel rece), ponderea ei în lucrul mecanic efectiv consumat de instalație se reduce la mărirea lui β_C datorită ritmului mai lent de creștere.

Ținînd seama de alura de variație a ponderilor pierderilor interne și externe se ajunge la concluzia că suma lor prezintă un minim pentru care randamentul exrgetic efectiv devine maxim.

Deoarece valorile pierderilor cauzate de ireversibilitate sînt foarte importante, se constată că, în cazul considerat $\eta_{E_e}^{max} = 5{,}28\%$, raportul optim de comprimare fiind $\beta_C^{opt} = 6$. Se constată că valoarea randamen-

tului exergetic se păstrează în jurul valorii maxime într-un interval destul de larg al valorilor pe care le ia β_C și anume : $\beta_C = 4 \ldots 9$.

După cum rezultă din fig. 2, eficiența frigorifică a ciclului de funcționare al instalației prezintă o alură asemănătoare cu cea a randamentului exergetic : pentru $\beta_C = 6$ se obține $\varepsilon_f^{max} = 0{,}380$.

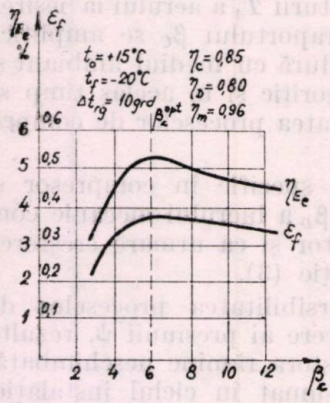


Fig. 2

Trebuie făcută observația că mărimea care exprimă economicitatea funcționării instalației este eficiența frigorifică ε_f. Valoarea maximă a acesteia indică valoarea raportului de comprimare pentru care consumul de energie este minim. Fiind o consecință a bilanțului energetic al ciclului de funcționare, eficiența frigorifică un permite corelarea economicității cu gradul de perfecțiune termodinamică a proceselor care compun ciclul de funcționare.

Acest lucru se realizează prin intermediul legăturii ce există între randamentul exergetic și eficiența frigorifică, în cadrul bilanțului exergetic al ciclului de funcționare al instalației. Este posibilă în felul aceasta o investigație amplă în ceea ce privește locul și mărimea pierderilor provocate de ireversibilitatea externă și internă a ciclului, Se poate observa că mărirea randamentului exergetic, prin reducerea gradului de ireversibilitate a unor procese termodinamice care compun ciclul, duce imediat la mărirea economicității instalației, dacă condițiile exterioare de funcționare rămîn neschimbate.

Anularea, spre exemplu, a pierderilor provocate de ireversibilitatea proceselor de comprimare și destindere duce la mărirea randamentului exergetic, în aceleași condiții de funcționare, pentru $\beta_C = 6$, de la valoarea $\eta_{E_e} = 5{,}28\,\%$ la valoarea $\eta_{E_e} = 15{,}40\,\%$ și ca urmare eficiența frigorifică, deci economicitatea instalației se mărește de la $\varepsilon_f = 0{,}380$ la valoarea $\varepsilon_f = 1{,}119$ (fig. 3.).

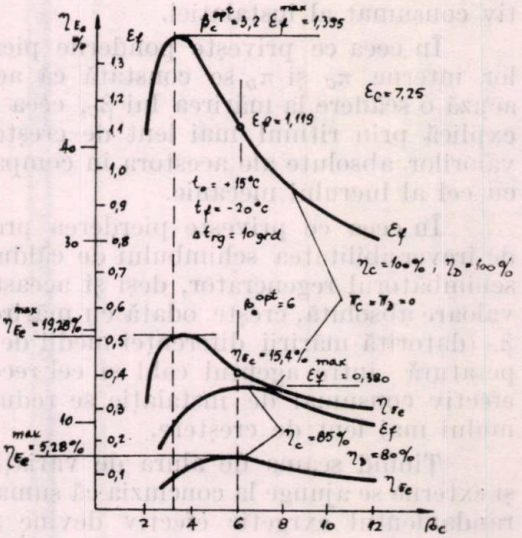


Fig. 3

Se constată că modificarea ponderilor diferitelor pierderi în lucrul mecanic efectiv consumat de instalație duce și la modificarea condițiilor optime de funcționare a instalației.

În cazul considerat, dacă $\pi_C = \pi_D = 0$, raportul optim de comprimare capătă valoarea $\beta_C^{opt} = 3{,}2$ pentru care randamentul exergetic capătă valoarea $\eta_{E_e}^{max} = 19{,}28\,\%$ iar eficiența frigorifică valoarea $\varepsilon_f^{max} = 1{,}395$.

2. Influența temperaturii spațiului frigorific t_f

Temperatura care trebuie realizată în spațiul frigorific are o influență importantă asupra economicității ciclului de funcționare al instalației (fig. 4 și 5). Păstrînd constante raportul de comprimare β_C și dife-

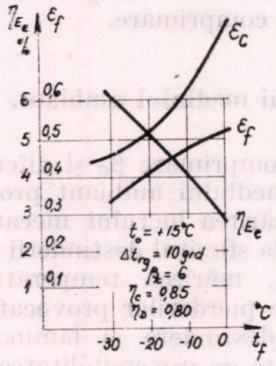
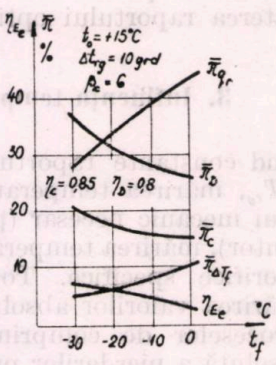


Fig. 4



Fig' 5

rența de temperatură ΔT_{rg}, reducerea temperaturii spațiului frigorific provoacă micșorarea lucrului mecanic necesar pentru comprimare, micșorarea temperaturii de refulare a compresorului și micșorarea puterii frigorifice specifice. Ca urmare, se vor reduce valorile absolute ale pierderilor provocate de ireversibilitatea schimbului de căldură cu mediul ambiant și ireversibilitatea schimbului de căldură cu mediul din camera frigorifică. Deoarece pierderile provocate de ireversibilitatea proceselor de comprimare, destindere și laminare nu se modifică ca valoare absolută, iar ritmul de scădere al lucrului mecanic de comprimare este mai mic decît cel al valorilor absolute ale pierderilor provocate de ireversibilitatea schimburilor de căldură cu mediul ambiant și cu mediul răcit, variația ponderilor diferitelor pierderi în lucrul mecanic de comprimare capătă aspectul din fig. 5.

Se constată că suma acestor pierderi se reduce atunci cînd temperatura spațiului frigorific scade, și ca urmare randamentul exergetic crește. Se poate trage așa dar concluzia că scăderea temperaturii spațiului frigorific conduce la micșorarea, pe ansamblu, a ireversibilității ciclului termodinamic.

Analizînd însă economicitatea instalației în funcție de modificarea temperaturii t_f, se constată că micșorarea acesteia înrăutățește economicitatea, ceea ce se exprimă prin micșorarea valorii eficienței frigorifice ε_f. Considerînd relația (5), acest lucru se explică prin aceea că eficiența ciclului Carnot care se desfășoară între temperaturile T_0 și T_f scade mult mai rapid odată cu micșorarea temperaturii T_f, decît suma pierderilor provocate de ireversibilitate (fig. 4).

Micșorarea temperaturii spațiului frigorific conduce prin urmare la micșorarea puterii frigorifice a instalației pentru un același consum de energie, deși randamentul exergetic se mărește.

Modificarea temperaturii spațiului frigorific impune reanalizarea condițiilor optime de funcționare ale instalației, întrucît modificarea ponderilor diferitelor pierderi în lucrul mecanic face ca valoarea raportului de comprimare pentru care suma acestora este minimă, să se modifice.

În fig. 6 este ilustrată influența pe care o are modificarea temperaturii spațiului frigorific asupra condițiilor optime de funcționare ale instalației. După cum se poate constata, reducerea temperaturii t_f este însoțită de creșterea raportului optim de comprimare.

3. Influența temperaturii mediului ambiant.

Păstrînd constante raportul de comprimare β_C și diferența de temperatură ΔT_{rg}, mărirea temperaturii mediului ambiant provoacă micșorarea lucrului mecanic necesar (prin mărirea lucrului mecanic de destindere în detentor), mărirea temperaturii la sfîrșitul destinderii și micșotrarea puterii frigorifice specifice. Totodată, mărirea temperaturii mediului provoacă mărirea valorilor absolute ale pierderilor provocate de ireversibilitatea proceselor de comprimare, destindere și laminare. Deoarece valoarea absolută a pierderilor provocate de ireversibilitatea schimburilor de căldură cu mediul ambiant și cu mediul răcit se micșorează într-un ritm mai rapid decît micșorarea lucrului mecanic consumat, variația ponderilor diferitelor pierderi cu temperatura mediului ambiant capătă aspectul din fig. 7. Se constată că suma acestora se micșorează odată

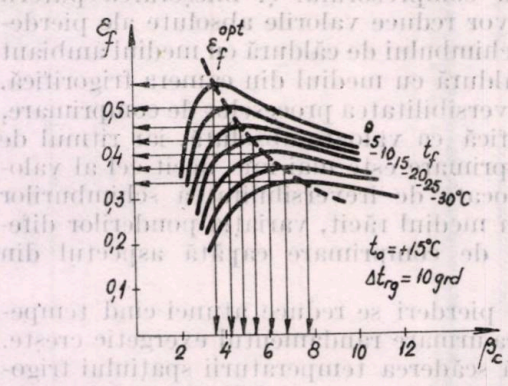


Fig. 6

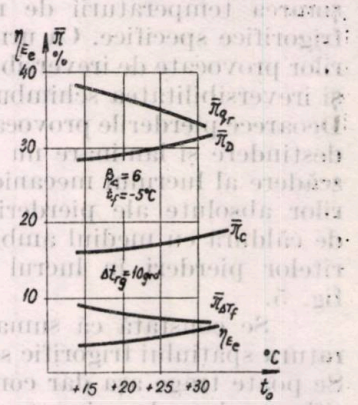


Fig. 7

cu creșterea temperaturii mediului ambiant și ca urmare randamentul exergetic se mărește. Se poate trage concluzia că mărirea temperaturii mediului ambiant, conduce la micșorarea, pe ansamblu, a ireversibilității ciclului termodinamic.

Analizînd însă economicitatea instalației funcție de modificarea temperaturii mediului ambiant, se constată că mărirea acestuia înrăutățește economicitatea, ceea ce se exprimă prin reducerea valorii eficienței frigorifice.

Considerînd relația (5), acest lucru se explică prin aceea că eficiența ciclului Carnot care se desfășoară între temperaturile T_0 și T_f se micșo-

reazâ mult mai rapid cu creșterea temperaturii mediului ambiant decît suma pierderilor provocate de ireversibilitate.

Mărirea temperaturii mediului ambiant conduce, prin urmare, la micșorarea puterii frigorifice a instalației pentru un acelaș consum de energie, deși randamentul exergetic se mărește.

Modificarea temperaturii mediului ambiant impune realizarea condițiilor optime de funcționare ale instalației, întrucît modificarea ponderilor diferitelor pierderi în lucrul mecanic consumat face ca valoarea raportului de comprimare pentru care suma acestora este minimă, să se modifice.

În fig. 9 este ilustrată influența pe care o are modificarea temperaturii mediului ambiant asupra condițiilor optime de funcționare ale instalației.

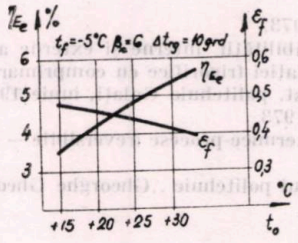


Fig. 8

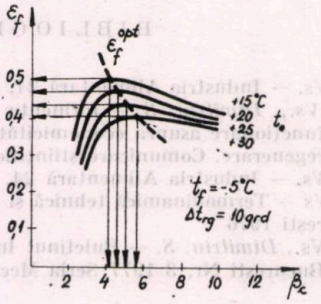


Fig. 9

După cum se poate constata, mărirea temperaturii mediului ambiant conduce la mărirea raportului optim de comprimare.

4. Influența gradului de regenerare

Mărirea diferenței de temperatură dintre intrarea și ieșirea agentului din schimbătorul regenerator, cu alte cuvinte gradul de regenerare, are o influență asupra condițiilor optime de desfășurare ale proceselor care compun ciclul de funcționare al instalației.

După cum se poate observa din figurile 10 îi 11, mărirea diferenței

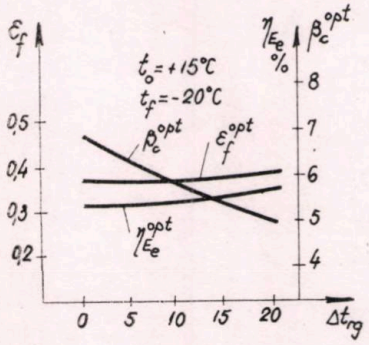


Fig. 11

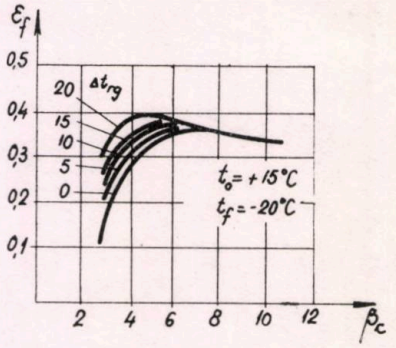


Fig. 12

de temperatură ΔT_{r_0} dintre intrarea și ieșirea agentului din regenerator, atît pe partea agentului cald cît și pe partea agentului rece duce la mărirea, întrucîtva, atît a economicității instalației cît și a randamentului exergetic al acestuia. În același timp, raportul optim de comprimare scade. Acest lucru este deosebit de avantajos în cazul instalațiilor ce deservesc tunele de congelare la temperaturi sub — 60°C. În acest caz, micșorarea raportului de comprimare ca urmare a diferenței mari de temperatură care există între intrarea și ieșirea fluidului din regenerator este favorabilă introducerii turbocompresoarelor.

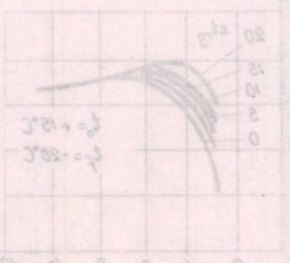
Catedra de termotehnică
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București.

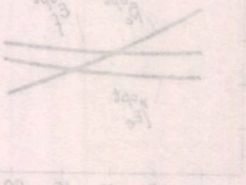
BIBLIOGRAFIE

1. *Radcenco Vs.* — Industria Alimentară 24, nr. 7, 1973.
2. *Radcenco Vs., Dimitriu S.* — Influența ireversibilității interne și externe a ciclului de funcționare asupra economicității instalației frigorifice cu comprimare de aer cu regenerare. Comunicare științifică — Inst. politehnic Galați, iunie 1974.
3. *Radcenco Vs.* — Industria Alimentară 24, nr. 8, 1973.
4. *Radcenco Vs* — Termodinamică tehnică și mașini termice-procese ireversibile — EDP București 1976
5. *Radcenco, Vs., Dimitriu, S.* — Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej", București Nr. 3 1977 Seria Mecanică.

Considerations about the Improvement of the Economicity of the Work of the Regenerating Air Compression Freezing Installation (II)

In this article is analysed the manner in wich the economicity of the regenerating air compression freezing installation can be improve, by reducing the losses caused by the irreversibility of the work cycle. Based by the analytical expressions established in a previous work, was elaborated a complete computational programe for the digital computer. The results are sawn in diagrams who illustrate the influence of the diverse working factors upon the size of the losses and the economicity of the installation.





BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XXXIX — 1977, Numărul 4

MOTOARE CU ARDERE INTERNĂ

C.Z.: 621.43.038

IMPACTUL JET-PERETE CONTROLAT — UN NOU PROCEDEU DE ÎMBUNĂTĂȚIRE A ARDERII LA MOTORUL DIESEL RAPID CU INJECȚIE DIRECTĂ*

GHEORGHE BORILĂ

Autorul a fost confruntat cu problema impactului jet-perete încă din anul 1968, cu prilejul unei activități de cercetare a unui motor diesel cu injecție directă de foarte mic alezaj [1]. Cercetările întreprinse au arătat că în afara unor consecințe nefavorabile, bine cunoscute, impactul jet-perete, în anumite condiții, are efecte pozitive asupra arderii [2]. Pornind de la această constatare, precum și de la faptul că la motoarele cu alezaje mici impactul jet-perete este inevitabil, s-a încercat să se investigheze, dacă un impact jet-perete controlat n-ar putea deveni un punct de plecare în îmbunătățirea proceselor de formare a amestecului și ardere la motoarele diesel rapide cu injecție directă în general.

Dezvoltarea motorului diesel rapid cu injecție directă.

Tendința generală în dezvoltarea motoarelor diesel și prin urmare și a acelora cu injecție directă este obținerea unor puteri cît mai mari, cu un consum de combustibil și metal cît mai redus. Aceasta se realizează, în principal, prin mărirea turației și prin aplicarea sau creșterea gradului de supraalimentare. În ambele cazuri, o condiție esențială este ca arderea să aibă o eficiență ridicată.

După cum se știe, construcția camerei de ardere determină într-o largă măsură modul de desfășurare a proceselor de formare a amestecului și ardere. Se poate aprecia că, de-a lungul timpului, s-a înfăptuit un fel de „selecție naturală" în ceea ce privește construcția camerelor de ardere. Astfel, la motoarele cu alezaje mari (mai mari de 150 mm), a rezultat o cameră deschisă (fig. 1), puțin adîncă — pentru a se evita interferența jeturilor de combustibil cu pereții spațiului de ardere — și care utilizează un injector central cu mai multe orificii de injecție, de obicei 8—10. În opoziție cu această soluție, la motoarele cu alezaje mici (mai mici de 150 mm), camera de ardere a evoluat într-o cameră cupă adîncă, de cele mai multe ori de formă toroidală (fig. 2), avînd un injector central cu un număr mic de orificii, de obicei 3—4.

Apreciind gradul înalt de dezvoltare atins de motoarele diesel rapide cu injecție directă, trebuie spus că, mai recent, se constată o oarecare

* manuscris predat redacției la data de 13 mai 1977

plafonare a performanţelor acestora, sugerînd o anumită epuizare a posibilităţilor procedeelor de formare a amestecului şi ardere folosite curent la aceste motoare. Astfel, la motoarele cu alezaje mici consumul de combustibil rămîne relativ ridicat, iar la motoarele cu alezaje mari creşterea gradului de supraalimentare este serios condiţionată, printre altele, de suprasolicitarea echipamentului de injecţie [4], [5]. Cum însă problema economiei de combustibil şi metal se pune cu tot mai multă stringenţă, găsirea unor căi noi de îmbunătăţire a proceselor de formare a amestecului şi ardere rămîne o problemă economică majoră.

La motoarele cu alezaje mici impactul jet-perete este inevitabil.

Relativ recent, cine-foto-înregistrarea rapidă a permis vizualizarea evenimentelor din cilindrul unui motor diesel real în funcţionare [4], [6]. Analizînd foto-înregistrările obţinute pe un motor diesel rapid cu injecţie directă şi alezaj redus, atrage atenţia o comportare mai deosebită a jeturilor de combustibil şi anume, faptul că acestea ajung în contact cu peretele lateral al cupei din piston (impactul jet-perete) înainte să aibă loc aprinderea combustibilului (fig. 3, preluată din [7]).

Pornind de la această constatare şi analizînd construcţia şi modul de acţionare a camerei de ardere, rezultă clar că la acest tip de cameră de ardere impactul jet-perete este inevitabil. Într-adevăr, distanţa de la injector la peretele lateral al cupei din piston este mică şi, în plus, datorită avansului la injecţie relativ mare, jetul străbate un mediu mai puţin dens. Dacă faptul acesta este evident, apare mai greu de explicat de ce impactul jet-perete nu s-a bucurat pînă foarte recent de atenţia cercetărilor [7], [8], [9]. În orice caz, se poate afirma că, în concepţia constructorului de motoare diesel, a acţionat ca un fel de „regulă de aur" luarea tuturor măsurilor pentru evitarea impactului jet-perete.

Unele consecinţe ale impactului jet-perete sînt într-adevăr obiecţionabile. Astfel, diluarea filmului de ulei de pe cămaşa cilindrului, depozite carbonoase ancrasante pe piston şi segmenţi, sînt exemple de implicaţii inacceptabile ale impactului jet-perete. În acelaşi timp, însă, istoria dezvoltării motorului diesel cunoaşte exemple de oameni de ştiinţă şi constructori care, cu ani în urmă, au sesizat şi unele consecinţe favorabile ale impactului jet-perete, în special aceea de redistribuire a combustibilului în spaţiul de ardere ca mijloc de ameliorare a proceselor de formare a amestecului şi ardere [10], [11].

Din cele menţionate rezultă că: 1) la motoarele cu alezaje mici impactul jet-perete este inevitabil; 2) practica motorului diesel cunoaşte în general consecinţele nefavorabile ale impactului jet-perete, dar şi pe cele favorabile care, însă, n-au fost tratate cu suficientă atenţie.

Ca urmare, este logic de a considera că înţelegerea mai corectă şi mai completă a modului de desfăşurare a proceselor de formare a amestecului şi ardere la motorul diesel rapid cu injecţie directă şi alezaj redus nu este posibilă fără luarea în considerare a impactului jet-perete. De asemenea, este necesară lămurirea rolului pe care-l are impactul jet-perete. Este acesta un factor prohibitiv, limitativ cum în general se crede — sau dimpotrivă are un rol salutar asupra formării amestecului şi arderii?

Dacă răspunsul la această întrebare este afirmativ, atunci impactul jet-perete poate şi trebuie să constituie o bază de restudiere a proceselor de formare a amestecului şi ardere, în toate cazurile în care impactul jet-perete ar putea conduce la îmbunătăţirea calităţii formării amestecului şi arderii.

Procedeele actuale de formare a amestecului şi ardere la motoarele diesel rapide cu injecţie directă.

La motoarele cu alezaje mari (fig. 1), amestecarea acceptabilă a combustibilului cu aer se realizează printr-o distribuire cît mai omogenă a combustibilului în spaţiul de ardere, practic, numai pe seama energiei acestuia, fără ca vreo acţiune organizată să fie întreprinsă pentru a folosi energia mişcării gazelor din cilindru.

La motoarele cu alezaje mici (fig. 2), amestecarea acceptabilă a combustibilului cu aer se realizează în special pe seama energiei gazelor,

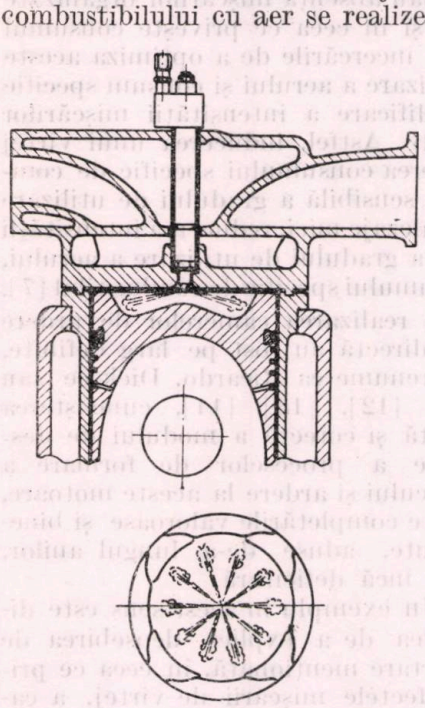


Fig. 1

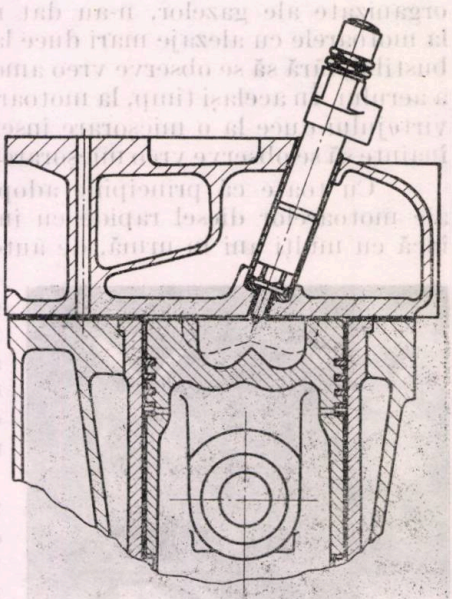


Fig. 2

prin organizarea unei mişcări de rotaţie (swirl, vîrtej) a acestora în jurul axei cilindrului. Vîrtejul este indus în cursa de admisie a pistonului şi intensificat la finele comprimării, prin forţarea intrării gazelor în cupa din piston, cînd mişcarea gazelor este intensificată suplimentar, primind o componentă radială (squish).

Compararea eficienţei celor două tipuri de camere de ardere, avînd drept criterii de comparare puterea şi consumul de combustibil nu este

acceptabilă, dat fiind diferența de mărime, turație și utilizare a motoarelor în general. Cum, însă, cantitatea de aer reținut în cilindru la finele procesului de admisie este cea care limitează puterea maximă a unui motor diesel și cum, la orice regim de funcționare a motorului, combustibilul arde cu un exces de aer, cel mai bun criteriu de comparare este : fracțiunea din aerul reținut în cilindru ce poate fi utilizată pentru arderea combustibilului fără a procduce un fum inacceptabil la evacuare. În aceste condiții, consumul specific de combustibil devine și el un criteriu valoros de comparare.

Comparate astfel, cele două tipuri de camere de ardere prezintă serioase deosebiri. Dacă la motoarele cu alezaje mari, gradul de utilizare a aerului reținut în cilindru rare ori depășește 50—55%, la motoarele cu alezaje mici el ajunge la 70—75%. În ceea ce privește consumul specific de combustibil, motoarele cu alezaje mari se dovedesc a fi mai economice. La cele două tipuri de camere de ardere există o corelație precisă între gradul de utilizare a aerului și existența sau absența mișcărilor organizate ale gazelor. Același lucru este adevărat și în ceea ce privește consumul specific de combustibil. Pe de altă parte, încercările de a optimiza aceste corelații pe un motor (grad ridicat de utilizare a aerului și consum specific de combustibil redus), prin simpla modificare a intensității mișcărilor organizate ale gazelor, n-au dat rezultate. Astfel, inducerea unui vîrtej la motoarele cu alezaje mari duce la creșterea consumului specific de combustibil, fără să se observe vreo ameliorare sensibilă a gradului de utilizare a aerului. În același timp, la motoarele cu alezaje mici, reducerea intensității vîrtejului duce la o micșorare însemnată a gradului de utilizare a aerului, înainte să se observe vreo micșorare a consumului specific de combustibil [7].

Cu toate că principiile adoptate la realizarea camerelor de ardere ale motoarelor diesel rapide cu injecție directă au fost pe larg definite, încă cu mulți ani în urmă, de autori cu renume ca Ricardo, Dicksee sau Briling [12], [13], [14], cunoașterea detaliată și corectă a modului de desfășurare a proceselor de formare a amestecului și ardere la aceste motoare, cu toate completările valoroase și binecunoscute, aduse de-a lungul anilor, rămîne încă deficitară.

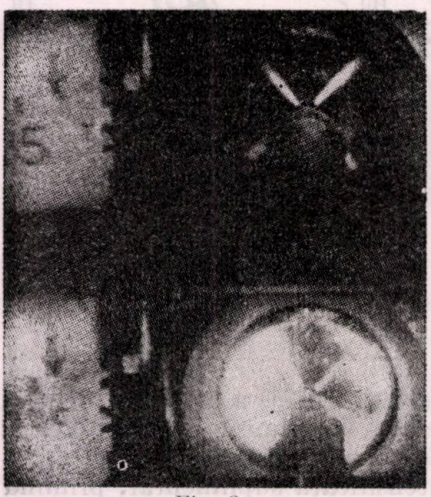


Fig. 3

Un exemplu în acest sens este dificultatea de a explica deosebirea de comportare menționată, în ceea ce privește efectele mișcării de vîrtej, a camerelor de ardere ale motoarelor cu alezaje mici și cu alezaje mari. Luarea însă în considerare a impactului jet-perete, permite o explicare logică a acestei deosebiri în comportare. Într-adevăr, în cazul motoarelor cu alezaje mari, în absența impactului jet-perete, organizarea unei mișcări de vîrtej nu poate ameliora sensibil amestecarea combustibilului cu aer, deoarece energia vîrtejului nu este suficientă pentru a „rupe" jetul [15]

și a amesteca combustibilul cu aerul cuprins între jeturi, care în acest fel rămîne în mare măsură neutilizat. În cazul motoarelor cu alezaje mici însă, la care jeturile de combustibil interacționează cu peretele lateral al cupei din piston înainte să aibă loc aprinderea, combustibilul ricoșat de la perete, care a pierdut în urma impactului o cantitate însemnată de mișcare, poate să fie transportat de vîrtej în spațiul dintre jeturi, utilizîndu-se astfel eficient aerul cuprins între acestea.

Un nou procedeu de formare a amestecului și ardere cu folosirea unui impact jet-perete controlat.

Pornind de la avantajele și dezavantajele procedeelor actuale, s-a analizat dacă n-ar fi posibil să fie conceput un nou procedeu, care să întrunească numai avantajele procedeelor curente și anume : consum specific de combustibil redus și grad ridicat de utilizare a aerului. S-a ajuns la concluzia că un astfel de procedeu trebuie să asigure o mai bună concordanță între distribuția combustibilului și cea a aerului în spațiul de ardere, dar fără organizarea mișcării de vîrtej. Ca urmare, a fost conceput un nou procedeu care are la bază ideea valorificării trăsăturii pozitive a impactului jet-perete și anume : redistribuirea combustibilului în spațiul de ardere.

În procedeul care se propune, s-a pornit de la ipoteza că, în absența unei mișcări organizate de vîrtej, ricoșarea radială a combustibilului, ca rezultat al impactului pe perete, va fi mai lungă și, prin urmare, redistribuirea acestuia în spațiul de ardere va avea o amploare mai mare. Într-adevăr, privind imaginea din fig. 4, preluată din [16] și care reprezintă un moment caracteristic, din interacțiunea unui jet de combustibil cu perete, sub acțiunea unui vîrtej, se observă că amploarea redistribuirii nu este mare. Aceasta se explică prin faptul că, pe de o parte, jetul deviat

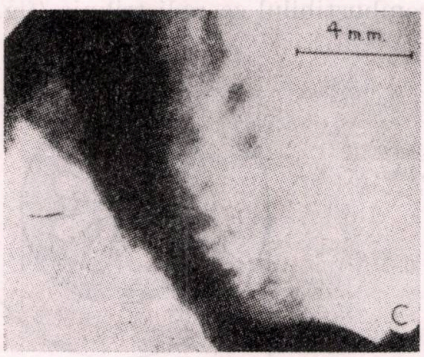


Fig. 4

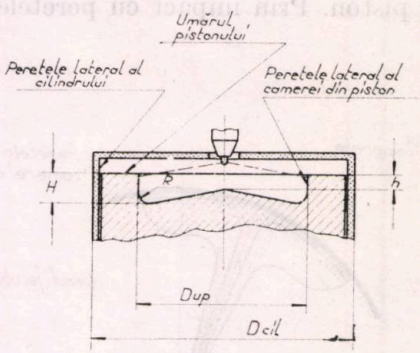


Fig. 5

de vîrtej nu sosește perpendicular pe peretele de impact, iar, pe de altă parte, vîrtejul se opune eficace unei ricoșări radiale mai prelungite a combustibilului, deoarece, prin impact cu peretele, acesta a pierdut o parte din cantitatea sa de mișcare. Ca urmare a acestor considerații, ipoteza emisă cu privire la eficiența, sub aspectul redistribuirii combustibilului, a unui impact jet-perete, în absența vîrtejului, apare justificată.

În cele ce urmează, se prezintă principiile constructive și funcționale ale procedeului de formare a amestecului și ardere elaborat.

Camera de ardere adoptată (fig. 5), este practicată în capul pistonului și este o cameră deschisă, puțin adîncă. Principalele elemente constructive se află în următorul raport cu diametrul cilindrului: $D_{up}/D_{cil} = 2/3$, $H/D_{cil} = 1/10$, $h/D_{cil} = 1/20$, astfel încît, distribuția radială a aerului cuprins în spațiul de ardere, în momentul în care pistonul se află în punctul mort interior, este cea prezentată în fig. 6. Peretele de

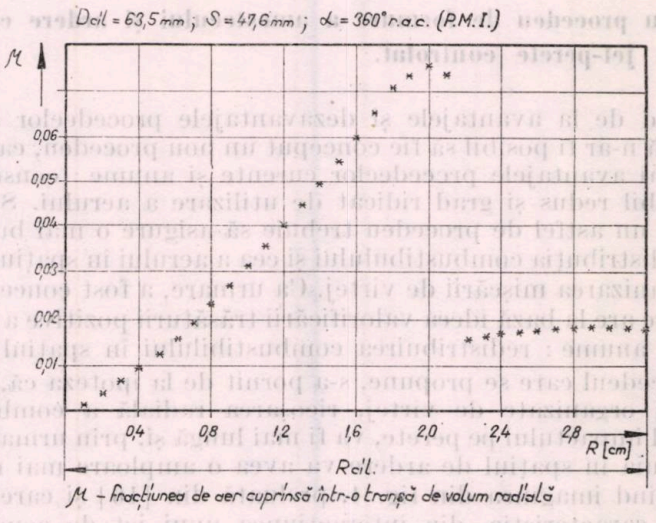


Fig. 6

impact, care trebuie să fie un perete „cald", este peretele lateral al camerei din piston. Prin impact cu peretele, combustibilul se redistribuie (fig. 7)

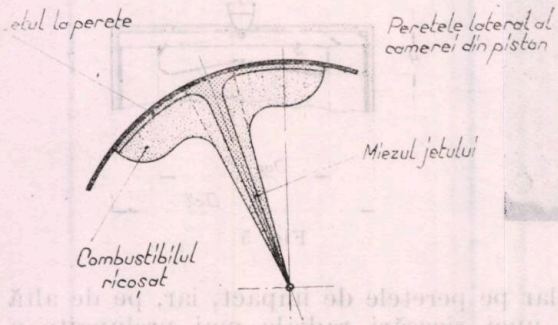


Fig. 7

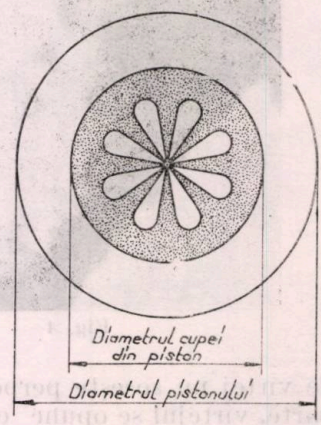


Fig. 8

atît în direcția tangențială la perete, precum și în direcția radială. Redistribuirea care se obține nu este rezultatul unei simple ricoșări, ci și acela

al interacţiunii combustibilului ricoşat cu jetul însuşi*. Distribuţia necesară a combustibilului în spaţiul de ardere se obţine după cum urmează : a) în planul perpendicular pe axa cilindrului, prin redistribuire în urma impactului şi multiplicarea numărului jeturilor astfel încît, combustibilul redistribuit din două jeturi adiacente să se întîlnească (fig. 8) înainte de aprindere ; b) în planul care conţine axa cilindrului, prin mularea suprafeţei camerei de ardere după forma jeturilor (fig. 9). Satisfacerea condiţiilor menţionate se poate obţine prin corelarea factorilor care detrmină legea de penetraţie a jeturilor de combustibil, cu elementele constructive ale spaţiului de ardere, precum şi cu durata de întîrziere la aprindere.

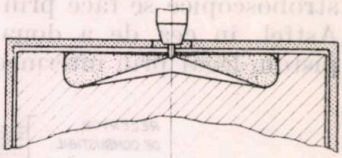


Fig. 9

Foto-înregistrarea impactului jet-perete.

Experimentele de foto-înregistrare a impactului jet-perete au fost organizate, pe de o parte, cu scopul de a verifica ipoteza cu privire la eficienţa mai ridicată a redistribuirii combustibilului prin impact pe perete, în absenţa vîrtejului, iar pe de altă parte, pentru a obţine o imagine calitativ veridică a acestui eveniment.

Evoluţia unui jet de combustibil a constituit obiectul a numeroase cercetări prin foto-înregistrare, realizate fie pe aparate [17], [18], [19], fie pe motor în funcţionare [6], [4], [20]. Avantajele foto-înregistrărilor pe motor în funcţionare nu mai necesită comentarii. Din păcate, ele sînt extrem de complexe şi costisitoare, motiv pentru care se consideră raţional ca, atunci cînd simularea pe aparate a evenimentelor care constituie obiectul investigaţiilor apare acceptabilă, să se folosească această metodă.

Foto-înregistrările obţinute de diferiţi cercetători au fost realizate fie prin cine-foto-înregistrare rapidă, fie prin foto-înregistrare cadru cu cadru. Prima metodă, cu toate avantajele pe care le prezintă, are un timp de expunere relativ lung : 25×10^{-6}s, ceea ce îi limitează posibilităţile de a investiga evenimente de foarte scurtă durată. Foto-înregistrările cadru cu cadru, în schimb, pot avea o durată de expunere de numai 10^{-6}s, în cazul iluminării cu lampa cu descărcare electrică, la tensiune înaltă, în gaz, şi de $0{,}02 \times 10^{-6}$s, în cazul iluminării cu laser [21].

În studiul de faţă, în care prin foto-înregistrari s-a urmărit obţinerea unor informaţii calitative corecte despre redistribuirea combustibilului prin impact pe perete, s-a optat pentru metoda foto-înregistrărilor cadru cu cadru pe aparate, jetul evoluînd la presiune ambiantă. Elementul original al instalaţiei realizate (fig. 10) este echipamentul pentru producerea unei injecţii izolate. Acesta are la bază principiul de funcţionare a pompei de injecţie Ganz-Jendrassik, la care injecţia se face prin acumularea energiei necesare într-un resort, armat şi declanşat de un ax cu came. La un astfel de sistem de injecţie, legea de injecţie nu depinde

* După cum se poate observa, nu se ia în discuţie dacă combustibilul se află în stare lichidă sau de vapori. Este logic să se considere că la impact pe perete participă combustibilul în ambele stări şi că din punct de vedere calitativ comportarea este asemănătoare.

de turaţia axului cu came şi, prin urmare, el poate fi folosit cu succes pentru producerea unei injecţii izolate prin acţionare manuală.

Sincronizarea momentelor din evoluţia jetului cu declanşarea lămpii stroboscopice se face prin intermediul unui dispozitiv cu contact reglabil. Astfel, în cea de a doua secţiune a pompei de injecţie s-a montat un piston, legat prin intermediul unui papuc cu pistonul de lucru; cele două

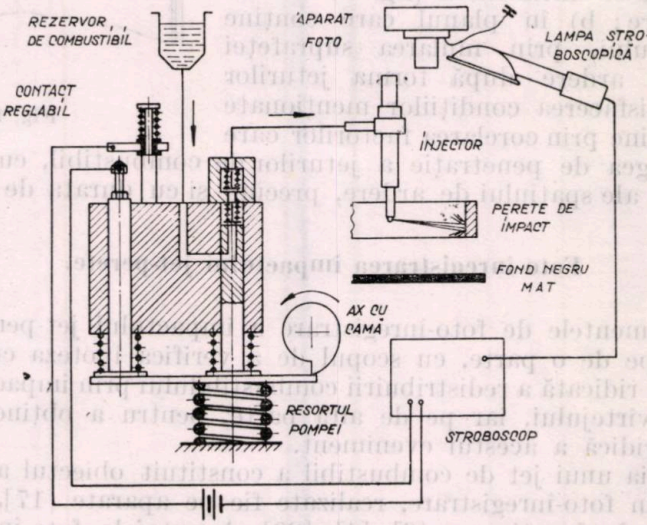


Fig. 10

pistoane deplasîndu-se simultan. În partea de sus a pistonului de sincronizare, este practicat un filet cu pas mic şi este montat un şurub cu cap argintat şi un disc divizor. Pe carcasa pompei sînt fixaţi doi stîlpi, pe care culisează o placă argintată. Cu ajutorul discului divizor, şurubul poate fi astfel reglat, încît, la declanşarea injecţiei, contactul dintre şurub şi placă să se producă în momentul dorit, obţinîndu-se semnalul electric necesar pentru declanşarea externă a stroboscopului.

Foto-înregistrarea se face în iluminat direct, pe un fond negru mat, necesar evidenţierii combustibilului. Se lucrează în întuneric, cu obiectivul foto-aparatului deschis, durata expunerii fiind durata flash-ului lămpii strooscopice. În fig. 11, se prezintă o imagine caracteristică a interacţiunii jet-perete, foto-înregistrată cu instalaţia şi după metoda prezentate. Imaginea obţinută confirmă ipoteza care stă la baza procedeului de formare a amestecului şi ardere elaborat, despre modul şi amploarea redistribuirii combustibilului în spaţiul de ardere, în absenţa mişcării de vîrtej a gazelor din cilindru.

Cercetări experimentale pe motor.

Cercetările s-au efectuat pe un motor monocilindru (fig. 12) în patru timpi, cu alejajul cilindrului de 63,5 mm şi cursa pistonului de 47,6 mm. Camera de ardere a fost realizată în conformitate cu noul pro-

cedeu de formare a amestecului și ardere care se propune. Injectorul este plasat central și are 8 orificii de injecție de 0,12 mm, unghiul de înclinație a jeturilor față de planul chiulasei fiind de 11°. Raportul de comprimare

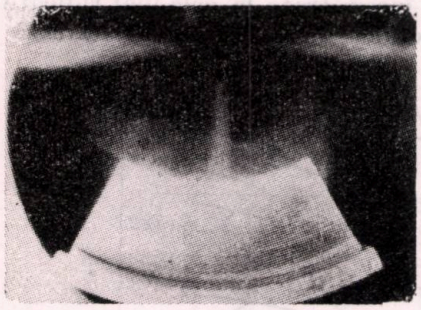


Fig. 11

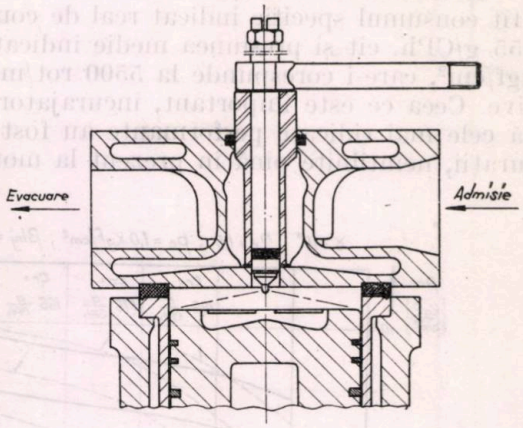


Fig. 12

este : 16,5 :1. Schimbarea gazelor se realizează prin două supape de admisie și două de evacuare.

Motorul experimental a fost testat la diverse regimuri de funcționare, într-un larg diapazon de turații și sarcini, sarcina fiind caracterizată prin raportul combustibil/aer (C/A), în unități de greutate. Pentru ca rezultatele experimentale să fie concludente în ceea ce privește aprecierea eficienței proceselor de formare a amestecului și ardere și să fie comparabile pentru diverse regimuri de funcționare ale motorului, s-au ales drept criterii de comparație următoarele mărimi caracteristice : a) presiunea medie indicată reală (p_{rc}) corectată pentru un coeficient de umplere $\eta_v = 1{,}0$ și presiunea aerului aspirat de motor $p_0 = 1{,}0$ kgf/cm²; b) consumul specific indicat real de combustibil (c_r). La fiecare regim de funcționare testat, motorul experimental a funcționat cu un avans la injecție (βopt), optim din punct de vedere al consumului specific de combustibil*. În fig. 13, se prezintă diagrama performanțelor motorului experimental.

Pentru a ilustra domeniul de sarcini investigat, trebuie menționat că între raportul combustibil/aer (C/A) și coeficientul de exces de aer (λ) există următoarea corelație : $C/A = 0{,}025$ înseamnă $\lambda = 2{,}78$; $C/A = 0{,}035$ înseamnă $\lambda = 1{,}99$; $C/A = 0{,}045$ înseamnă $\lambda = 1{,}54$ și $C/A = 0{,}055$ înseamnă $\lambda = 1{,}26$.

Interpretarea performanțelor din fig. 13 trebuie să țină seama de faptul că experimentările organizate nu și-au propus și scopul optimizării funcționării motorului la toate regimurile de funcționare — ceea ce de altfel ar fi mărit inacceptabil amploarea și complexitatea acestora — ci doar verificarea, în pimul rînd sub aspect calitativ, a teoriei cu privire la noul procedeu. În acest spirit, trebuie apreciate, în primul

* Metodica de experimentare și prelucrare a datelor experimentale a fost prezentată pe larg în]3].

rînd, performanțele mai scăzute de la turațiile joase, rezultat evident — constatat și la demontarea motorului — al unei penetrații excesive a jeturilor de combustibil. Ținînd seama de aceste precizări, precum și de dimensiunile neobișnuit de mici ale motorului, se poate aprecia că, atît consumul specific indicat real de combustibil cum ar fi, de exemplu, 155 g/CPh, cît și presiunea medie indicată reală a ciclului motor de 10,5 kgf/cm², care-i corespunde la 5500 rot/min, apar ca deosebit de competitive. Ceea ce este important, încurajator și trebuie subliniat, este faptul că cele mai ridicate performanțe au fost înregistrate la cele mai ridicate turații, neîntîlnite pînă în prezent la motoarele diesel cu injecție directă

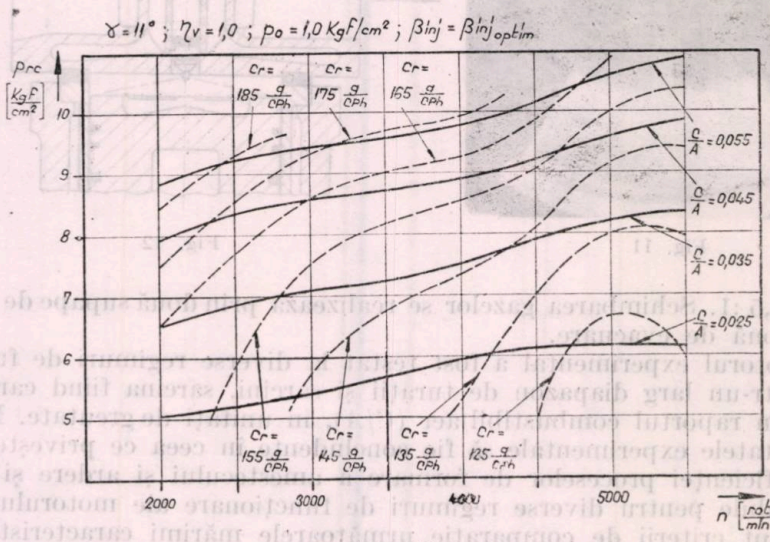


Fig. 13

În încercarea de a pune în evidență că performanțele mai reduse, obținute la turațiile joase, sînt, în primul rînd, rezultatul unei penetrații excesive a combustibilului injectat, au fost concepute și realizate supape ecranate, cu scopul inducerii unui vîrtej de intensitate relativ scăzută. Experimentarea motorului echipat cu supape ecranate, la turații joase, a scos în evidență îmbunătățirea desfășurării proceselor de formare a amestecului și ardere, confirmînd ipoteza emisă cu privire la cauza performanțelor mai scăzute înregistrate la aceste turații. Astfel, de exemplu, la regimul de 3000 rot/min și $C/A = 0{,}055$, consumul specific de combustibil s-a micșorat cu 17%, cu creșterea în consecință a presiunii medii indicate reale a ciclului motor. În plus, aceste experimentări au sugerat ideea considerării, în general, pentru cazul procedeului care se propune, a unui vîrtej de o intensitate redusă, ca mijloc de îmbunătățire a arderii, fără creșterea sensibilă a consumului de combustibil. Această posibilitate se sprijină pe faptul că în cazul folosirii unui număr mai mare de jeturi de combustibil care este și cazul considerat, eficiența proceselor de formare a amestecului și ardere poate să fie ameliorată prin inducerea

unui vîrtej de o intensitate mai redusă, fiind cunoscută corelația care există între numărul jeturilor și viteza de rotație optimă a vîrtejului.

În ceea ce privește experimentarea procedeului ce se propune pe motoare de mare alezaj, această posibilitate deocamdată nu a existat. Totuși, este logic să se considere că, și în cazul acestor motoare, aplicarea procedeului trbuie să ducă la ameliorarea eficienței arderii și la creșterea gradului de utilizare a aerului. În plus, procedeul trebuie să permită motoarelor cu alezaje mari funcționarea la presiuni medii efective ale ciclului motor mai ridicate, fără suprasolicitarea echipamentului de injecție, aflat deja la limita posibilităților [4], [5]. Într-adevăr, la motoarele de fabricație curentă, orificiile de injecție sînt relativ mici, pentru a obține o bună pulverizare a combustibilului injectat, precum și pentru a evita contactul jeturilor cu pereții laterali ai camerei din piston. Din aceste motive, injectarea unor cantități sporite de combustibil, într-o perioadă rațional de scurtă de timp, duce la o creștere inacceptabilă a presiunii de injecție, deci la suprasolicitarea echipamentului de injecție. Aplicarea procedeului care se propune, la motoarele cu alezaje mari, ar permite mărirea diametrului orificiilor de injecție, în acest caz — spre deosebire de cel curent — urmărindu-se o penetrație mai mare a combustibilului, cu scopul realizării impactului jet-perete. Prin urmare, presiunea de injecție scade sau, acceptînd aceleași presiuni, se pot injecta cantități suplimentare de combustibil fără să crească solicitarea echipamentului de injecție.

Discutarea rezultatelor și căile de continuare a cercetării.

Investigațiile experimentale organizate au confirmat ipoteza care stă la baza cercetării întreprinse și, anume, că impactul jet-perete controlat poate să fie un factor de îmbunătățire a proceselor de formare a amestecului și ardere la motoarele diesel rapide cu injecție directă. Fiind cunoscută complexitatea acestor procese în general, este evident că ea crește și mai mult în cazul în care apare și interacțiunea jeturilor de combustibil cu pereții spațiului de ardere. Din acest motiv — ca și în alte cazuri similare — continuarea cercetărilor experimentale, fără descifrarea mecanismului intim prin care impactul jet-perete influențează procesele de formare a amestecului și ardere, adică după metoda „Trial and error", este atît de laborioasă și costisitoare, încît se autoexclude fără comentarii. Apreciind drept încurajatoare rezultatele experimentale obținute, continuarea cercetării nu este posibilă fără alcătuirea unui model fizico-matematic al interacțiunii jet-perete, cu încadrarea corectă a acestuia în contextul general al evenimentelor ce au loc în spațiul de ardere. Acest model trebuie să fie suficient de complex, pentru a fi compatibil cu fenomenele reale ce au loc în spațiul de ardere, dar, în același timp, nivelul de tratare matematică trebuie să fie corelat cu utilizarea rațională a calculatorului electronic în rezolvarea numerică a problemei. De asemenea, modelul care se cere a fi elaborat trebuie să fie verificat pe cale

experimentală. Din momentul în care modelul poate să fie considerat drept acceptabil, el trebuie să permită descifrarea mecanismului intim prin care, impactul jet-perete influenţează modul de desfăşurare a proceselor de formare a amestecului şi ardere, şi, în consecinţă, să permită optimizarea acestora prin controlarea impactului.

Catedra de motoare cu ardere internă.
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti.

BIBLIOGRAFIE

1. *Borilă, Gh.*, Injecţie directă în cilindru diesel de foarte mic alezaj ; Construcţia de Maşini Nr. 7, 1972.
2. *Borilă. Gh.*, Despre întîlnirea jeturilor de combustibil cu pereţii spaţiului de ardere la motorul diesel cu injecţie directă ; Construcţia de Maşini, Nr. 7—8, 1974.
3. *Borilă, Gh.*, Contribuţii la studiul formării amestecului şi arderii la motorul rapid cu aprindere prin comprimare şi injecţie directă ; Teza de doctorat, Institutul Politehnic Bucureşti, 1975.
4. *Scott, W. M.*, Looking in on Diesel Combustion ; SAE—SP 345 —690002.
5. *Gallois, J.*, Injection directe et injection a prechambre des moteurs a 4 temps et haute suralimentation ; CIMAC, London, 1965.
6. *Alcoock, J. F., Scott, W. M.*, Some More Light on Diesel Combustion ; IME, Proceedings of the Automobile Division, Nr. 5, 1962—1963.
7. *Watts, R., Scott, W. M.*, Air Motion and Fuel Distribution Requierements in High Speed Direct Injection Diesel Engines ; IME, Diesel Engine Combustion Symposium, London, 1970.
8. *Grigg, H. C., Syed, M. H.*, The Problem of Predicting Rate of Heat Release in Diesel Engine SAE, Diesel Engine Combustion Symposium, London, 1970.
9. *Khan, I. M., Greeves, G., Wang, C. H.T.*, Factors Affecting Smoke and Gaseous Emission from Direct Injection Engines and a Method of Calculation ; SAE — 730169.
10. * * *, Sistemul de injecţie, camera de ardere Ganz-Jendrassik.
11. *Ricardo, H. R.*, Discussion ; SAE—Transactions, 1956, Pag. 268.
12. *Ricardo, H. R.*, The High Speed Internal Combustion Engine ; Blackie and Son, London and Glasgow, 1953.
13. *Dicksee, C. B.*, The High Speed Compression-Ignition Engine ; Blackie and Son, London, 1946.
14. *Briling, N. R.*, Bistrohodnie dizeli ; CNTIML, Moskva, 1951.
15. *Rothrock*, Effect of High Air Velocities on the Distribution and Penetration of Fuel Sprays ; NACA—TN 376, 1931.
16. *Khan, I. M.*, Discussion ; IME, Diesel Engime Combustion Symposium, London 1970.
17. *Schweitzer, P. H.*, Penetration of Oil Sprays in Dens Air ; Oil and Gas Power Division Meeting, Pennsylvania State College Bulletin, Nr. 46, 1937.
18. *Lişevskii*, A. S. Proţessî raspîlivania topliva dizelinîmi forsunkami ; GNITML, Moskva, 1963.
19. *Burt, R., Troth, K. A.*, Penetration and Vaporization of Diesel Fuel Sprays" ; IME, Diesel Engine Combustion Symposium, London, 1970.
20. *Taylor, D.H.C., Walshaw, B. E.*, Combustion Process in a Medium-Speed Diesel Engine ; IME, Diesel Engine Combustion Symposium, London, 1970.
21. *Khan, I. M.*, Progress of Diesel Combustion Research ; CIMAC, Stocholm, 1971.

Controled Jet-Wal Impingement — a New Way to Improve Combustion in High Speed Direct Injection Diesele Engine.

The author was confronted with the problem of the jet-wall impingement as early as 1968, while undertaking a research work on a very small direct injection diesel engine. The research showed that besides the well known unfavorable consequences, under certain cirumastances, the jet-wall impingement has favorable effects on combustion. Starting from this finding and from the fact that in small direct injection diesel engines the jet-wall impingement is inevitable, there was made an attempt to investigate whether a controled jet-wall impingement might become a starting point to improve fuel-air mixing and combustion processes in direct injection diesel engines generally.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XXXIX — 1977, Numărul 4

REZISTENȚA MATERIALELOR

C.Z.: 539.38:681.3.06

UNELE ASPECTE ALE CALCULULUI DINAMIC AL GRINZILOR CONTINUI

CORINA VOICU, D. GOLUMBOVICI, I. CONSTANTINESCU

Se prezintă un algoritm pentru calculul frecvențelor și modurilor proprii ale vibrațiilor libere fără amortizare ale unei grinzi continui cu un număr oarecare de reazeme rigide și masă distribuită. Se descriu limbajul orientat și programul de calcul elaborate în acest scop și se exemplifică utilizarea acestora.

Introducere

În vederea calculelor de rezistență statice sau dinamice, schematizarea conductelor autoportante, a căilor de rulare ale unor instalații de ridicat și transportat, a unor poduri sau a altor structuri similare, se face ca grindă continuă.

Ca urmare a acțiunii asupra structurilor amintite a unor sarcini aerodinamice, a pulsației presiunii unui fluid sau a deplasării unor sarcini mobile, este posibilă apariția unor vibrații și fenomene de rezonanță care în anumite condiții pot pune în pericol structura respectivă.

Pentru prevenirea unor astfel de situații este necesară, în primul rînd, determinarea frecvențelor proprii ale vibrațiilor libere și a modurilor proprii ale acestora, precum și calculul eforturilor dinamice.

În lucrarea de față se prezintă un algoritm pentru calculul frecvențelor și modurilor proprii ale vibrațiilor libere fără amortizare ale unei grinzi continui cu un număr oarecare de reazeme rigide și masă distribuită. Se descriu limbajul orientat și programul de calcul elaborate și se exemplifică utilizarea acestora.

1. Calculul frecvențelor proprii

Frecvențele vibrațiilor libere de încovoiere în plan vertical ale grinzii continui se determină pornind de la ecuația de recurență cunoscută

* Manuscris predat redacției la data de 18 oct. 1975.

sub denumirea „a celor trei momente", care pentru reazemele succesive $n-1$, n, $n+1$ se scrie [1]:

$$M_{n-1}\frac{\psi_n}{i_n}+M_n\left(\frac{\varphi_n}{i_n}+\frac{\varphi_{n+1}}{i_{n+1}}\right)+M_{n+1}\frac{\psi_{n+1}}{i_{n+1}}=0, \tag{1}$$

în care :

M_{n-1}, M_n, M_{n+1} sînt momentele încovoietoare în secţiunile de pe reazeme (fig. 1), datorate încărcărilor dinamice ;

$i_n = EI_n/l_n$, unde :

E este modulul de elasticitate al materialului grinzii ;

I_n — momentul de inerţie axial al secţiunii grinzii între reazemele $n-1$, n ;

l_n — lungimea deschiderii grinzii între reazemele $n-1$, n. În relaţia (1) s-au mai notat şi funcţiile

$$\varphi_n=\frac{1}{2\alpha_n}(\operatorname{cth}\alpha_n-\operatorname{cotg}\alpha_n); \tag{2}$$

$$\psi_n=\frac{1}{2\alpha_n}(\operatorname{cosec}\alpha_n-\operatorname{cosech}\alpha_n),$$

în care

$$\alpha_n=l_n\sqrt{\frac{2\pi\nu}{\sqrt{EI_n/\mu_n}}}, \tag{3}$$

unde ν este frecvenţa iar μ_n este masa grinzii pe unitatea de lungime, pentru deschiderea $n-1$, n.

Pentru o grindă cu $k+1$ deschideri se scriu k ecuaţii de forma (1). Aceste ecuaţii formează un sistem liniar omogen în care necunoscutele sînt momentele pe reazeme. Pentru a admite soluţii nenule, determinantul principal (de ordinul k) al sistemului trebuie să fie nul, condiţie ce duce la obţinerea ecuaţiei pulsaţiilor.

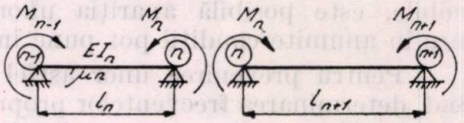


Fig. 1

În vederea elaborării unui algoritm de determinare a frecvenţelor şi modurilor proprii ale vibraţiilor libere pentru grinzi avînd un număr oarecare de reazeme, determinantul principal D_k al sistemului de ecuaţii s-a calculat utilizînd o relaţie de recurenţă de forma :

$$D_k=-\left(\frac{l_k}{I_k}\psi_k\right)^2 D_{k-2}+\left(\frac{l_k}{I_k}\varphi_k+\frac{l_{k+1}}{I_{k+1}}\varphi_{k+1}\right)D_{k-1}, \tag{4}$$

la scrierea căreia s-a avut în vedere că

$$D_0=1 \quad \text{şi} \quad D_1=\frac{l_1}{I_1}\varphi_1+\frac{l_2}{I_2}\varphi_2. \tag{5}$$

Punînd condiția $D_k = 0$, relația (4) conduce la o ecuație transcendentă care are o infinitate de soluții, necunoscutele fiind șirul frecvențelor proprii ν.

Se mai determină și frecvențele corespunzătoare modurilor sinusoidale „întregi" de vibrație, pentru care momentele pe reazeme sînt nule.

2. Determinarea modurilor proprii

Pentru fiecare frecvență se determină modul propriu de vibrație, folosind pentru fiecare deschidere a grinzii relația [2]:

$$v(x) = \frac{M_{n-1}}{2EI_n\,\alpha^2}\left[\frac{\sin\alpha\,(l_n - x)}{\sin\alpha_n} - \frac{\operatorname{sh}(l_n - x)}{\operatorname{sh}\,\alpha_n}\right] + \tag{6}$$

$$+ \frac{M_n}{2EI_n\,\alpha^2}\left(\frac{\sin\alpha x}{\sin\alpha_n} - \frac{\operatorname{sh}\alpha x}{\operatorname{sh}\,\alpha_n}\right),$$

în care: α este egal cu α_n/l_n;

$v(x)$ — săgeata grinzii în secțiunea de abscisă x;

M_{n-1}, M_n — momentele încovoietoare pe reazemele $n-1$, respectiv n (fig. 2), la determinarea cărora se vor folosi relațiile (1), în care $M_0 = 0$ și $M_1 = 1$. Aceste condiții rezultă ca urmare a faptului că reazemul 0 este reazem de capăt, iar pe reazemul 1, sau pe oricare alt reazem intermediar, trebuie aplicat un moment încovoietor nenul, de valoare arbitrară, consecință a faptului că vibrațiile grinzii s-au presupus libere și fără amortizare.

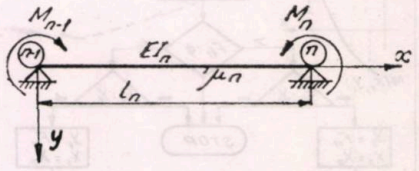


Fig. 2

3. Calculul eforturilor dinamice

În vederea evaluării solicitărilor dinamice din grindă este necesară cunoașterea într-o secțiune de abscisă x, pentru fiecare deschidere a grinzii, momentul încovoietor $M(x)$ și forța tăietoare $T(x)$. Pentru aceasta, pornind de la expresia (6) a săgeții $v(x)$, rezultă:

$$M(x) = -EI_n\,v''; \quad T(x) = EI_n\,v'''. \tag{7}$$

Calculate astfel, săgeata $v(x)$ și eforturile $M(x)$, $T(x)$ sînt proporționale cu cele din grinda reală, constanta de proporționalitate neputînd fi determinată decît dacă se cunosc proprietățile de amortizare ale grinzii. Acestea însă nu se pot afla decît experimental, prin măsurări corespunzătoare pe grinda reală.

4. Programul de calcul și limbajul orientat

Volumul calculelor ce trebuie efectuate este considerabil, chiar pentru o grindă cu un număr mic de deschideri. Din acest motiv s-a elaborat un program FORTRAN de calcul și un limbaj orientat, denumit GYPS, care să permită introducerea datelor într-o formă simplă și intuitivă. Verificările sintactice și de calcul prevăzute în program reduc considerabil posibilitatea obținerii de rezultate cu date introduse greșit. Cele 20 de mesaje de eroare transmise permit identificarea comodă și rapidă a eventualelor erori.

Instrucțiunile limbajului GYPS sînt prezentate în tabelul 1.

Programul poate prelucra, la o singură rulare, oricîte seturi de date, ceea ce este avantajos pentru studiul mai multor variante ale uneia sau mai multor grinzi.

Dacă este necesar, instrucțiunile de tip 6, 7, 8 pot fi continuate pe oricîte cartele consecutive, pentru aceasta fiind suficient ca ultimul caracter perforat (diferit de blanc) de pe cartela care se continuă, să fie o virgulă.

Valorile numerice reale care se introduc în instrucțiuni se pot scrie în format F (forma m.n) sau format E (forma m.n $E \pm k$).

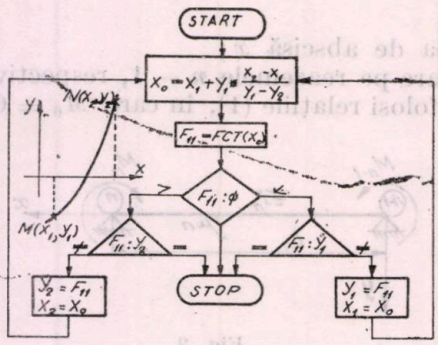


Fig. 3

Instrucțiunile de tipurile 4—12 pot fi scrise începînd din orice coloană a cartelei, pînă în coloana 80 și pot conține oricîte blancuri în orice poziție.

Datele trebuie introduse într-un sistem coerent de unități de măsură.

Calculul frecvențelor se face rezolvînd iterativ ecuația transcendentă ce se obține prin egalarea cu zero a expresiei (4).

Pentru aceasta s-a folosit metoda coardei, așa cum rezultă din organigrama prezentată în figura 3. Precizia de determinare a unei rădăcini aflată între două limite calculate anterior, este cea maximă permisă de calculator.

5. Exemplu de calcul

Pentru verificarea algoritmului și programului s-au calculat frecvențele și s-au determinat modurile proprii corespunzătoare vibrațiilor libere ale unei grinzi de oțel cu trei deschideri egale, avînd lungimile $l = 26{,}4$ m. Grinda este o conductă plină cu apă, avînd $D_{ext} = 1{,}02$ m și $D_{int} = 1{,}004$ m, căreia îi corespunde momentul de inerție axial $I_z = 325626$ cm^4 și masa pe unitatea de lungime $\mu = 1{,}079$ kg/cm, constante pentru întreaga grindă.

Modulul de elasticitate al materialului s-a considerat $E = 2{,}1 \cdot 10^6$ daN/cm^2.

Tabelul 1

Instrucțiunile limbajului orientat GYPS

Tip	Destinație generală	Instrucțiune	Tipul argumentului	Descriere	Observații
1	Comandă	* PROBLEMA n	întreg	n — identificator al grinzii	prima cartelă dintr-un set de date relative la o grindă
2		* SFÎRȘIT	—	—	ultima cartelă, la sfîrșitul tuturor seturilor de date
3	Comentariu	XXXX.....	alfanumeric	XXX — comentariu	conținutul se tipărește fără a fi analizat sintactic
4	Descrierea grinzii	DESCH = m	întreg	m — numărul de deschideri ale grinzii	$2 \leqslant m \leqslant 20$
5		MODUL = e	real sau întreg	e — modul de elasticitate al materialului grinzii	$e > 0$, același pentru întreaga grindă
6		LDESC (l_1, l_2,...l_m)	real sau întreg	l_1, l_2,...,l_m— lungimile deschiderilor grinzii	l_1, l_2,...,$l_m > 0$
7		INERT (v_1, v_2..., v_m)	real sau întreg	v_1, v_2,...,v_m — valorile momentelor de inerție axiale ale grinzii	v_1, v_2,...,$v_m > 0$
8		MASAD (m_1,m_2,...m_m)	real sau întreg	m_1, m_2,...,m_m— masa grinzii pe unitatea de lungime	m_1, m_2,...,$m_m > 0$
9	Descrierea modului de calcul al frecvențelor	FRMIN = f_1	real sau întreg	f_1 — limita inferioară a intervalului în care se calculează frecvențele	$f_1 > 0$
10		FRMAX = f_2	real sau întreg	f_2 — limita superioară a intervalului în care se calculează frecvențele	$f_2 > 0$
11		FRPAS f_p	real sau întreg	f_p — pasul cu care se fac iterațiile pentru calculul frecvențelor	$f_p \geqslant (f_1 - f_2)/10\,000$
12		NRFRV n_f	întreg	n_f — număr maxim al frecvențelor ce se calculează în intervalul $f_1 - f_2$	$n_f > 0$

În tabelul 2 se compară primele nouă valori ale frecvențelor calculate ca în lucrarea [3] și cele obținute cu programul GYPS prezentat mai sus.

Tabelul 2

Modul nr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Frecvențele calculate ca în lucrarea [3], Hz	1,79419	2,2910	3,3675	7,1767	8,1400	10,0778	16,1477	17,5775	20,3765
Frecvențele calculate cu cu programul GYPS, Hz	1,79419	2,2993	3,3574	7,1767	8,1791	10,0344	16,1477	17,6334	20,3164

Concluzii

Limbajul și programul de calcul prezentate, constituie un instrument comod și eficient pentru studiul vibrațiilor structurilor ce se pot schematiza ca grinzi continui, cu reazeme rigide. Rezultatele calculelor efectuate astfel pot conduce la alegerea de către proiectant a variantei optime pentru o anumită structură, la amplasarea corectă a excitatorilor pentru verificări experimentale și la determinarea coeficienților de amortizare ai structurii ce se studiază.

Catedra de rezistența materialelor
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București.

BIBLIOGRAFIE

1. *Snitko, N. K.*, Dinamica construcțiilor, Editura tehnică, București, 1962.
2. *Nowacki, W.*, Dinamica sistemelor elastice, Editura tehnică, București, 1969.
3. *Ayre, R. S., Jacobsen, L. S.*, Natural Frequencies of Continuous Beams of Uniform Span Length, Journal of Applied Mechanics, vol. 17, no. 4, 1950.

Quelques aspects du calcul dynamique des poutres continues

On présente un algoritm pour le calcul des fréquences et des modes propres des vibrations libres, sans amortissement, d'une poutre à masse continue, ayant un nombre quelconque d'appuis rigides. On décrit le langage orienté et le programme de calcul élaboré dans ce but et on exemplifie leur utilisation.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XXXIX — 1977, Numărul 4

TEHNOLOGIA CONSTRUCȚIEI DE MAȘINI

C.Z.: 621.941

DETERMINAREA INFLUENȚEI UNOR PARAMETRI GEOMETRICI AI SCULEI AȘCHIETOARE ASUPRA RUGOZITĂȚII SUPRAFEȚELOR LA PRELUCRAREA OȚELURILOR INOXIDABILE

V. TACHE, A. VLASE

În lucrare se prezintă influența principalilor parametri geometrici ai sculei aşchietoare asupra rugozității suprafețelor (Ra) la strunjirea oțelurilor inoxidabile: $25M_0C130$, $22VNbM_0C110$, $T7MSM_0NC250$ și a oțelului etalon OLC45. S-au determinat relațiile $Ra = f(\lambda, \alpha_{1y})$. Lucrarea conține 5 pagini, 5 figuri și 3 tabele.

Introducere

În cadrul prelucrărilor de finisare, calitatea suprafețelor prelucrate reprezintă un indicator de bază al prelucrabilității materialelor, influențînd în mod hotărîtor condițiile de exploatare a organelor de mașini. În noțiunea de calitate a suprafeței intră o serie întreagă de caracteristici care determină, pe de o parte, geometria suprafeței reale, iar pe de altă parte proprietățile fizico-mecanice ale stratului superficial [1.]

În lucrare se prezintă probleme legate de primul aspect și anume, influența unor parametri geometrici ai sculei aşchietoare asupra rugozității suprafețelor la prelucrarea unor oțeluri inoxidabile.

1. Condițiile de aşchiere

— Mașina unealtă: strung SN 400 × 1 500

— scula aşchietoare: cuțit din oțel rapid R_{p_3}, cu secțiunea 20 × × 20 mm² și duritatea $HRC = 62$;

— parametrii geometrici constanți ai sculei: $\alpha = 8°$; $\gamma = 20°$; $\varkappa = 90°$; $\varkappa_1 = 10°$; $r = 1$ mm;

— fluidul de răcire-ungere: emulsie 20%;

— parametrii regimului de aşchiere: $t = 1$ mm; $s = 0{,}1$ mm/rot și $v = 18{,}4$ m/min;

* Manuscris predat redacției la data de 3 februarie 1977.

— ascuţirea sculei aşchietoare s-a făcut cu o piatră disc 200 × × 20 × 20 A 99—60 M;

— caracteristicile chimice şi mecanice ale oţelurilor inoxidabile cercetate se găsesc în tabelele 1 şi 2.

Tabelul 1

Oţelul inoxidabil	C%	Mn%	Si%	P%	S%	Cu%	Ni%	Cr%	Mo%	V%	Nb%	Co%
22VNbMoC110	0,17	0,50	0,43	0,014	0,014	0,09	0,47	10,55	0,66	0,21	0,22	—
25MoC130	0,24	0,64	0,45	0,018	0,027	0,05	0,34	12,50	0,45	0,09	—	—
T7MSMoNC250	0,07	0,72	1,24	0,02	0,012	0,09	13,67	25,03	0,05	0,03	—	0,08

Tabelul 2

Oţelul inoxidabil	Rezistenţa la rupere σ_r, daN/mm²	Limita de curgere σ_{0_2} daN/mm²	Alungirea relativă δ%	Rezilienţa K_{CU_5L} kgm/cm²	Rezilienţa K_{CU_5T} kgm/cm²	Duritatea HB
22VNbMoC110	101	79	11	3,5	2,9	285
25MoC130	98	77	12	3,3	2,8	282
T7MSMoNC250	59	46,6	14	3	2,4	174

2. Determinările experimentale

Determinările experimentale s-au făcut pe epruvete de forma celor din figura 1. Măsurarea rugozităţii s-a făcut cu un SURFTEST-B-MITUTOYO. Rezultatele experimentale sînt prezentate în tabelul 3.

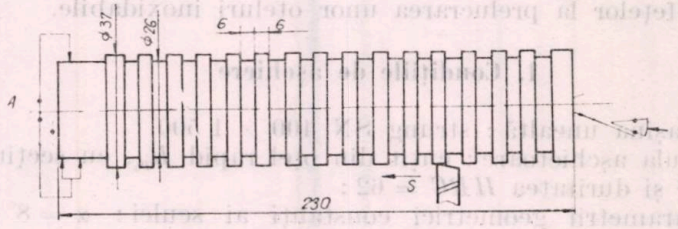


Fig. 1

În vederea studiului influenţei unghiurilor de înclinare λ şi de aşezare secundare α_{1_y}, s-a proiectat şi executat un stand special cu şapte suporţi interschimbabili cu diferite înclinaţii pentru unghiurile λ şi α_{1_y}.

Tabelul 3

1. Oțelul etalon OLC 45	$\lambda°$	−6	−4	0	+4	+6
	α^0_{1y}	14	12	8	4	2
	R_a, μm	4,9	3,21	2,2	2,81	4,6
2. Oțelul 25MoC130	$\lambda°$	−6	−4	0	+4	+6
	α^0_{1y}	14	12	8	4	2
	R_a, μm	0,68	0,59	0,54	0,68	0,82
3. Oțelul 22VNbMoC110	$\lambda°$	−6	−4	0	+4	+6
	α^0_{1y}	14	12	8	4	2
	R_a, μm	0,59	0,53	0,46	0,48	0,51
4. Oțelul T7MSMoNC250	$\lambda°$	−6	−4	0	+4	+6
	α^0_{1y}	14	12	8	4	2
	R_a, μm	0,68	0,64	0,61	0,62	0,67

3. Prelucrarea datelor experimentale

Pentru obținerea relațiilor $R_a = f(\alpha_{1y}, \lambda)$, la toate cele patru oțeluri, s-a întocmit un program pentru calculator. Acest program rezolvă, de altfel, și trasarea graficelor cu afișarea coordonatelor.

Prin rularea programului pe calculatorul electronic IBM1130 s-au obținut relațiile :

— pentru oțelul 25MoC130

$$R_a = 5{,}246 \cdot \alpha_{1y}^{-0{,}487} \cdot (\lambda + 10)^{-0{,}536} \quad [\mu m] \tag{1}$$

— pentru oțelul 22VNbMoC110

$$R_a = 1{,}588 \cdot \alpha_{1y}^{-0{,}185} \cdot (\lambda + 10)^{-0{,}351} \quad [\mu m] \tag{2}$$

— pentru oțelul T7MSMoNC250

$$R_a = 1{,}327 \cdot \alpha_{1y}^{-0{,}143} \cdot (\lambda + 10)^{-0{,}208} \quad [\mu m] \tag{3}$$

— pentru oțelul etalon OLC 45

$$R_a = 369{,}274 \cdot \alpha_{1y}^{-0{,}964} \cdot (\lambda + 10)^{-1{,}32} \quad [\mu m] \tag{4}$$

O parte din graficele date de relațiile de mai sus sînt prezentate în figurile 2—5 după cum urmează :

— în figurile 2 și 3 sînt prezentate variațiile rugozității cu unghiurile de înclinare λ la strunjirea oțelului inoxidabil 22VNbMoC110 și a oțelului etalon OLC 45 ;

— în figurile 4 și 5 sînt prezentate variațiile rugozității cu unghiurile α_{1y} la strunjirea oțelului inoxidabil 22VNbMoC110 și a oțelului etalon OLC 45.

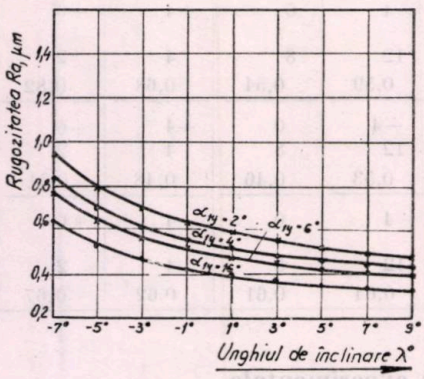


Fig. 2

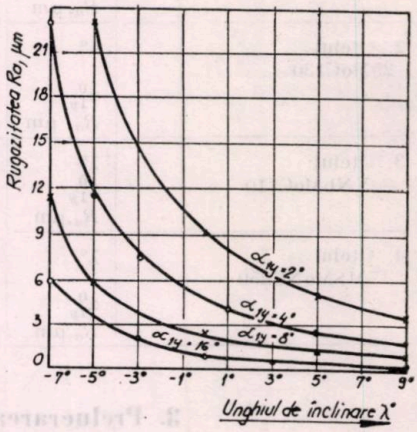


Fig. 3

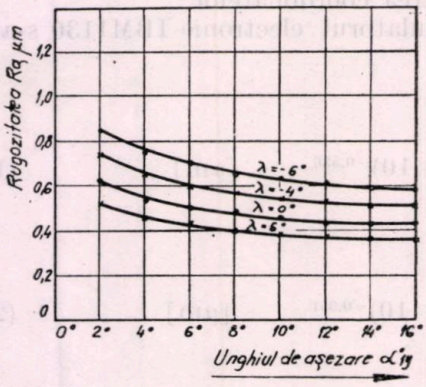


Fig. 4

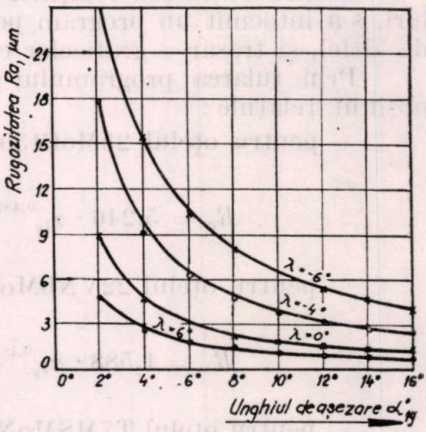


Fig. 5

În timpul experimentărilor și al prelucrării datelor, s-a considerat că unghiul de înclinare λ este pozitiv, atunci cînd vîrful sculei reprezintă punctul cel mai înalt al muchiei.

Concluzii

Din datele experimentale și graficele ridicate rezultă următoarele concluzii :

— rugozitatea suprafețelor prelucrate scade odată cu creșterea unghiului de înclinare λ, de la valori negative spre valori pozitive maxime ;

— scăderea rugozității este mai lentă la oțelurile inoxidabile și mult mai rapidă la oțelul etalon OLC 45 ;

— rugozitatea scade odată cu creșterea unghiului de așezare secundar α_{1_y};

— valorile rugozităților sînt mult mai mici la oțelurile inoxidabile decît la oțelul etalon OLC 45.

Catedra de tehnologia construcției de mașini.
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej".
București

BIBLIOGRAFIE

1. *Enache, St.* — Calitatea suprafețelor prelucrate. Editura tehnică, București, 1966.
2. *Krivouhov, V. A.* — Obrabatîvaemosti rezaniem jaroprocinîh i titanovîh splavov. Mașghiz, 1961.
3. *Reznikov, N. I.* — Obrabatîvaemosti jaroprocinîh i titanovîh splavov, Kuibîșevskoe Knijnoe izdatelistvo, 1962.
4. *Shevchenko, N. A. ș.a.* — Influenza della profondita di daglio sulla finitura superficiale nella tornitura di acciaio inossidabile. Macchine, nr. 8, 1971.

Определение влияния некоторых геометрических параметров режущего инструмента на шероховатость поверхностей при обработке нержавеющих сталей

В работе представлено влияние основных геометрических паваметров режущего инструмента на шероховатость поверхностей (R_a) при тачении нержавеющих сталей: $25M_0CI30$, $22VNbM_0CI10$, $T7MSM_0NC250$ а также эталонной стали OLC45. Были определены соотношения $R_a = f(\lambda, \alpha_{1y})$. Работа содержит 5 страниц 5 рисунков и три таблицы.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XXXIX — 1977, Numărul 4

C.Z.: 621.914 : 621.833

PROFILAREA EVOLVENTICĂ A DISCURILOR ABRAZIVE

GH. CALEA C. DUMITRAS,

Lucrarea prezintă o metodă de profilare evolventică a discurilor abrazive în vederea rectificării flancurilor roților dințate și a sculelor pentru danturat prin metoda copierii.

Acest procedeu oferă posibilitatea rectificării danturii roților dințate și a sculelor pentru danturat după un profil evolventic înlocuind metoda actuală de profilare după arc de cerc.

Introducere

Precizia formei și a dimensiunii dinților depinde în deosebi de precizia sculei. Dezavantajele în ceea ce privește precizia pasului și a formei dinților precum și productivitatea redusă limitează utilizarea acestei metode de lucru.

Totuși sînt cazuri în care acest procedeu constituie singura posibilitate de prelucrare a danturilor. Este cazul prelucrării roților dințate de module foarte mici, al prelucrării roților cu module foarte mari, pentru care nu există mașini speciale de danturare.

Sculele folosite pentru prelucrarea danturilor prin metoda copierii sînt frezele-disc-modul, frezele-deget-modul și discurile abrazive.

Transpunerea evolventei pe aceste scule sub formă de muchi așchietoare în stadiul actual nu se poate face, decît prin înlocuirea discului corespunzător de evolventă cu unul sau mai multe arce de cerc, ceea ce evident introduce abateri de la forma teoretică a profilului dintelui

În lucrarea de față se propune o metodă pentru profilarea evolventică a discurilor abrazive utilizate la rectificarea danturilor prin metoda copierii.

1. Determinarea profilului sculei

Considerînd cazul prelucrării prin așchiere a unei danturi cilindrice cu dinți înclinați pe dreapta cu o freză-modul-disc sau prin rectificare

* Manuscris predat redacției la data de 3 februarie 1977.

cu dis c abraziv, pentru determinarea profilului sculei va trebui mai întîi să se găsească ecuațiile suprafețelor elicoidale ale flancurilor dinților.

Alegînd un sistem de axe rectangulare *oxyz*, avînd originea în centrul cercului de bază al danturii, și axa *oz* orientată de-a lungul axei roții (fig. 1) se pot deduce ecuațiile parametrice ale evolventei cu parametru μ; pentru flancul drept al dintelui

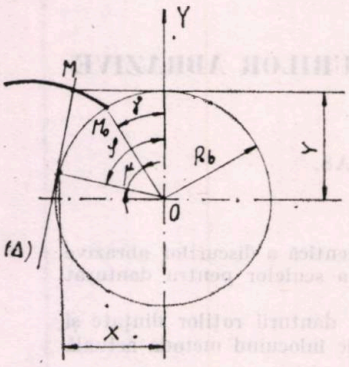


Fig. 1

$$\begin{aligned} x &= R_b\,(-\sin\varphi + \mu_z \cos\varphi) \\ y &= R_b(\mu_z \sin\varphi + \cos\varphi) \\ z &= -\,R_b(\mu_z - \mu)\,\mathrm{ctg}\,\beta_b \end{aligned} \tag{1}$$

pentru flancul stîng al dintelui

$$\begin{aligned} x &= R_b\,(\sin\varphi - \mu_z \cos\varphi) \\ y &= R_b\,(\mu_z \sin\varphi + \cos\varphi) \\ z &= R_b\,(\mu_z - \mu)\,\mathrm{ctg}\,\beta_b \end{aligned} \tag{2}$$

în care :

φ este unghiul polar;

R_b — raza cercului de bază

β_b — unghiul de înclinare al elicei flancului

μ, μ_z — parametru de poziție a punctului de pe evolventă

Față de sistemul de axe *oxyz* definit ca mai sus, se consideră sistemul de coordonate $ox_1y_1z_1$ rotit cu unghiul β

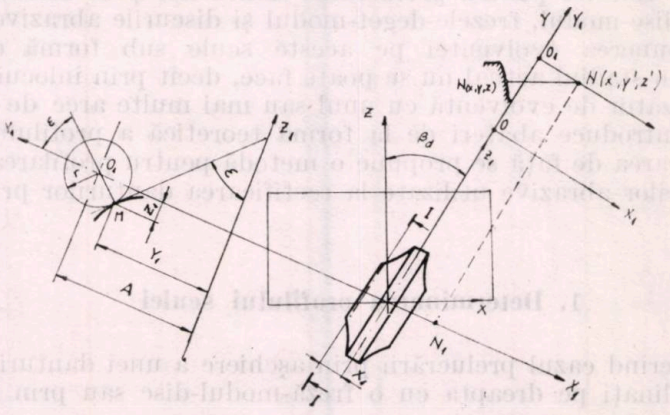


Fig. 2

În raport cu noul sistem de axe, ecuațiile flancului drept al dintelui se scriu :

$$x_1 = R_b(-\sin\varphi + \mu_z \cos\varphi)\cos\beta + R_b(\mu_z - \mu)\operatorname{ctg}\beta_b \sin\beta_a$$

$$y_1 = R_b(\mu_z \sin\varphi + \cos\varphi) \tag{3}$$

$$z_1 = R_b(-\sin\varphi + \mu_z \cos\varphi)\sin\beta - R_b(\mu_z - \mu)\operatorname{ctg}\beta_a \cos\beta_a$$

Intersectînd discul abraziv profilat cu planul I—I, se găsește cercul de rază r care este tangent la curba de intersecție a aceluiași plan cu flancul dintelui.

Pentru punctul M (fig. 2) se scrie :

$$\frac{dy_1}{dz_1} = -\operatorname{tg}\varepsilon = -\frac{z_1}{A - Y_1}$$

sau

$$z_1(y_1, \mu_1)\frac{dz_1}{d\mu} + (A - y_1)\frac{dy_1}{d\mu} = 0 \tag{4}$$

în care A fiind distanța dintre axa de rotație a discului și cea a semifabricatului.

Rezolvînd ecuația (4) și apoi utilizînd ecuațiile (3) se determină coordonatele punctului M și

$$y_1 = y_1(\mu_1); \qquad r = \sqrt{z_1^2 + (A - y_1)^2} \tag{5}$$

Cu ajutorul formulelor (5) se poate determina prin puncte profilul discului abraziv.

Aplicarea relațiilor deduse necesită precizarea unghiurilor φ, β_b, și a valorilor posibile ale parametrului μ.

Din fig. 1 rezultă relația de calcul pentru unghiul φ

$$\varphi = \gamma + \mu$$

unghiul de înclinare a elicei pe cilindrul de bază rezultă din egalitatea

$$R_b \operatorname{ctg}\beta_b = R_a \operatorname{ctg}\beta_a$$

de unde

$$\operatorname{tg}\beta_b = \frac{R_b}{R_a}\operatorname{tg}\beta_a;$$

R_a fiind raza de dizvizare

Din relațiile coordonatelor unui punct de pe evolventă

$$x = R_b\,(-\sin\varphi + \mu\cos\varphi)$$

$$y = R_b\,(\mu\sin\varphi + \cos\varphi)$$

rezultă relația :

$$x^2 + y^2 = R_b^2\,(1 + \mu^2);$$

de unde rezultă formula de calcul pentru parametrul

$$\mu = \frac{\sqrt{x^2 + y^2 - R_b^2}}{R_b}$$

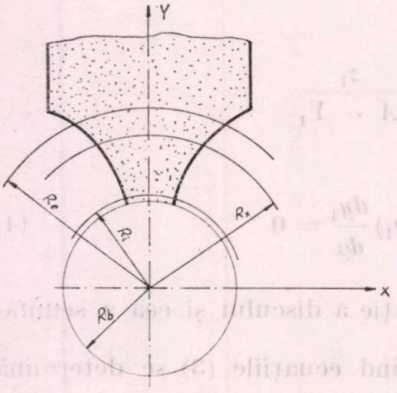


Fig. 3

Dacă notăm cu R_x raza unui cerc oarecare din secțiunea frontală a discului abraziv, atunci

$$\mu = \sqrt{\frac{R_r}{R_b} - 1} \qquad (6)$$

iar valorile limită ale parametrului se obțin impunînd condiția

$$R_i \leqslant R_x \leqslant R_e$$

2. Materializarea evolventului pe discurile abrazive

În scopul realizării profilului după o evolventă corectă s-a conceput un dispozitiv care generează un profil evolventic de înaltă precizie. Schema de generare a evolventei cu ajutorul dispozitivului este redată în fig. 4, generare profilului realizîndu-se prin metoda cu dreaptă fixă, unde cercul de bază R_b se rotește cu viteza unghiulară ω în planul centrului sau care se deplasează liniar cu viteza $\omega \cdot R$. Evolventele 1 și 2 sînt generate de punctele M_1, M_2 materializate de către vîrfurile de diamant 1 și 2. În fig. 4, a este redată schema generării profilului evolventic pe discurile de rectificat dantura roților dințate, iar în schema 4, b, materializarea evolventei pe discurile abrazive utilizate la rectificarea dinților frezelor-disc-modul.

Concluzii

Metoda de profilare a discurilor abrazive propusă în lucrare dă posibilitatea rectificării danturii prin profilare cu o precizie ridicată a formei

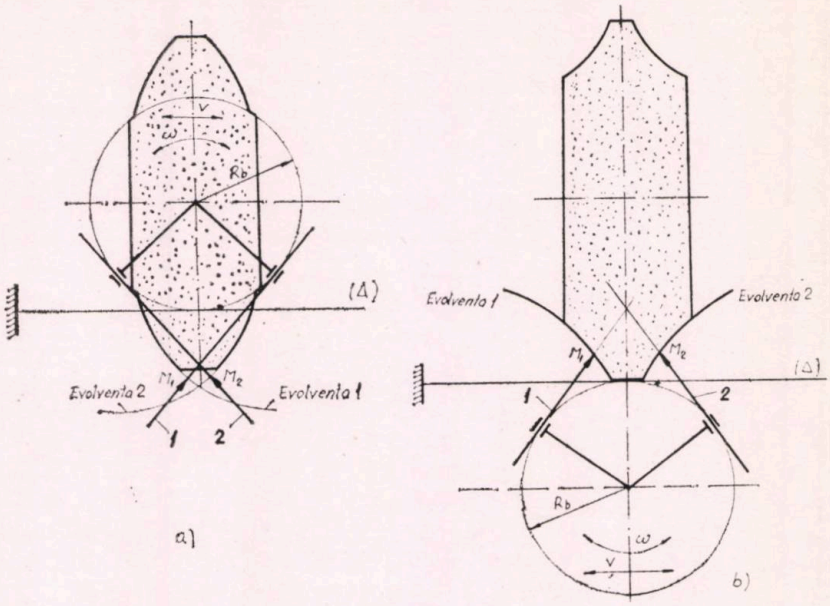


Fig. 4

flancurilor. De asemenea metoda permite rectificarea flancurilor dinților frezelor profilate utilizate la danturare (freze disc-modul, deget-modul), care în prezent se execută cu erori de fabricație ale formei profilului mari și rugozitate necorespunzătoare.

Catedra de tehnologia construcției de mașini.
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej". București.

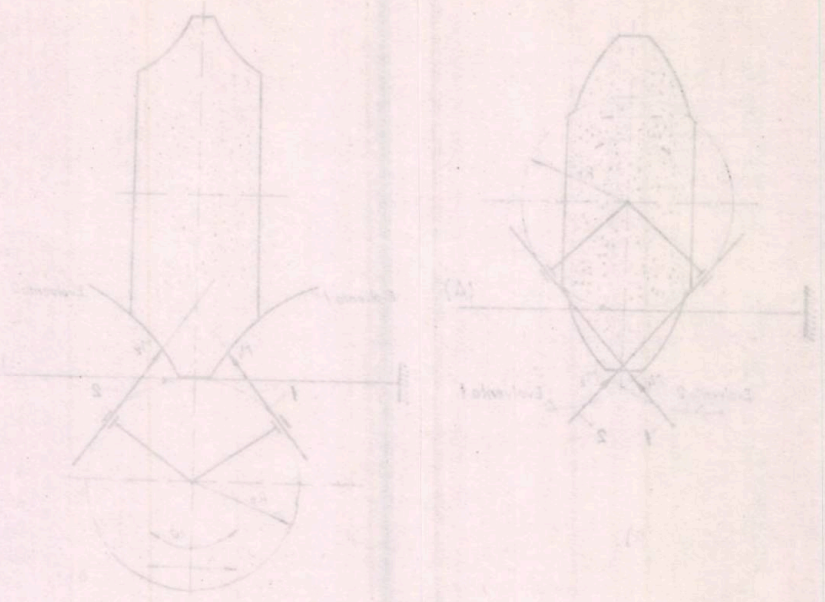
BIBLIOGRAFIE

1 *Botez, E.*, Mașini-unelte vol. I. Cinematica. Editura tehnică București 1969.
2. *Sauer, L.* și alții, Angrenaje Vol. II Tehnologie, control. Editura tehnică 1970.

Die Evolventprofilierung der Schleifscheibe

In der vorliegenden Arbeit beschreibt man eine Verfahrung zur Herstellung des Evolventprofils der Schleifscheibe, die man beim Zahnflank b.z.w. Schaft-und Profilfrasschleifen angewendet worden kann.

Diese Verfohrung verbietet die Mogliehkeit zur Durchfuhrung des Zahnflank — b.z.w. Schaft — und Profilfrasprofils durch Schleifen nach evolventischen Profil anstraltt nach Kreisabschinit--profil, die zur zeit sehr verbreitet ist.



BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XXXIX — 1977, Numărul 4

C.Z.: 621.9:681.2

MĂSURAREA ȘI CONTROLUL PIESELOR SFERICE PE MAȘINA DE MĂSURAT LUNGIMI DE 450 mm ZEISS

GH. BĂDESCU C. NEAGU, I. LUNCAS

În lucrare se prezintă o metodă originală de măsurare și control al pieselor sferice pe mașina de măsurat lungimi ZEISS.

În practica industrială se întîlnesc frecvent, în construcția diferitelor mecanisme, piese cu suprafețe sferice. Acestea formează diferite tipuri de articulații care, în cele mai multe cazuri, reclamă o înaltă precizie dimensională și de formă. Domeniile în care articulațiile sferice au căpătat o importanță deosebită sînt — construcția de automobile, organele de reglaj ale turbinelor, legările hidrostatice [1, 2, 3, 4].

Pentru măsurarea și controlul pieselor sferice sînt cunoscute (5), (6), diferite tipuri de sferometre. Cele mai larg utilizate sînt sferometrele din seria IZS N3C, sferometrele ZEISS și sferometrele MOFFIT.

Aceste aparate, pe lîngă faptul că sînt specializate exclusiv în măsurarea pieselor sferice, prezintă și dezavantajul că nu pot măsura piese de forma calotelor străpunse (fig. 1). Metoda de măsurare și control al

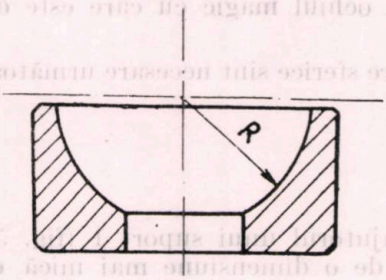


Fig. 1

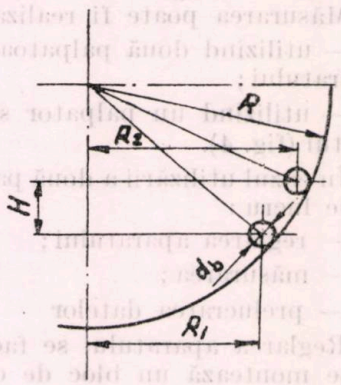


Fig. 2

* Manuscris predat redacției la data de 15 aprilie 1977.

pieselor sferice, propusă în această lucrare, este o metodă foarte generală, putînd fi aplicată la toate tipurile de piese sferice. În plus, metoda prezintă avantajul utilizării unui aparat destinat şi altor tipuri de măsurători, maşina ZEISS pentru măsurarea lungimilor.

Principiul care stă la baza acestei metode constă în măsurarea diametrelor a două secţiuni plane făcute prin sferă, la distanţa H una de alta (fig. 2).

În felul acesta diametrul suprafeţei sferice rezultă din relaţia :

$$D = 2R = \frac{1}{H}\sqrt{[(R_2^2 - R_1^2) - H^2]^2 + 4H^2R_2^2} + d_b \qquad (1)$$

în care :

R_1 este raza primei secţiuni, în mm.

R_2 — raza secţiunii a doua, în mm.

H — distanţa dintre cele două secţiuni, în mm.

d_b — diametrul palpatorului sferic, în mm.

Dacă considerăm $R_1 = 0$ şi $R_2 = R_c$ (R_c fiind raza unei secţiuni oarecare) relaţia (1) devine :

$$R = \frac{R_c^2}{2H} + \frac{H}{2} + \frac{d_b}{2} \qquad (2)$$

Relaţia (2) este identică cu relaţia utilizată la măsurarea alezajelor sferice cu sferometrul MOFFIT. Deci metoda MOFFIT este un caz particular al metodei prezentate în lucrarea de faţă.

Pentru a pune în evidenţă abaterile de formă ale suprafeţei sferice, trebuie ca măsurarea piesei să se facă în cît mai multe secţiuni, situate la diferite distanţe H. Cu cît numărul secţiunilor va fi mai mare, cu atît se va obţine o imagine mai clară a abaterilor de la sfericitate.

Măsurarea poate fi realizată prin două procedee :

— utilizînd două palpatoare sferice (fig. 3), montate în suporţii 1 ai aparatului ;

— utilizînd un palpator sferic şi ochiul magic cu care este dotat aparatul (fig. 4).

În cazul utilizării a două palpatoare sferice sînt necesare următoarele faze de lucru :

— reglarea aparatului ;

— măsurarea ;

— prelucrarea datelor

Reglarea aparatului se face cu ajutorul unui suport 1 (fig. 5) în care se montează un bloc de cale 6, de o dimensiune mai mică decît diametrul minim de măsurat. Calele se montează între riglele 2 şi 3. Şurubul 4 serveşte pentru reglarea sistemului în lungime, iar şurubul 5 pentru blocare.

Suportul cu cale se prinde cu ajutorul unei cleme pe măsuța 2 a aparatului (fig. 3) și se aduc palpatoarele sferice între riglele 2 și 3 (fig. 5). Rotind de maneta 4 (fig. 3) masa 2 se rotește în plan orizontal; se urmă-

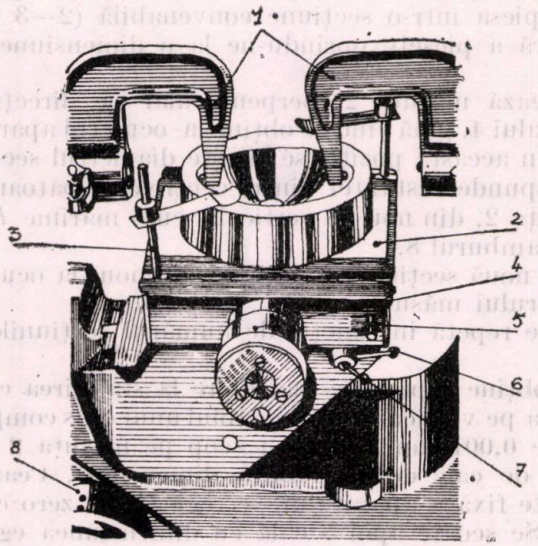


Fig. 3

rește la ocularul aparatului pînă cînd se obține o valoare minimă. Rotind maneta 6 (fig. 3) masa 2 basculează în plan vertical; se urmărește și aici o valoare minimă și apoi masa 2 este blocată în această poziție cu maneta 7.

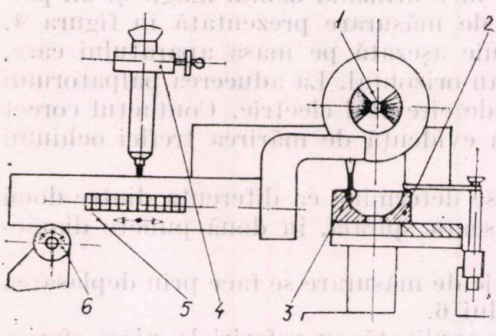


Fig. 4

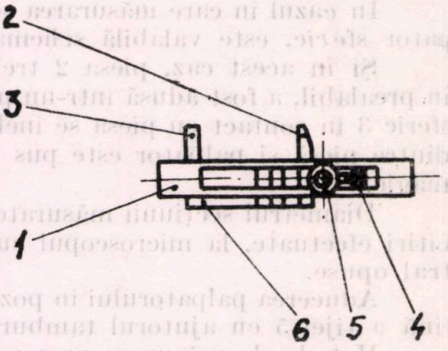


Fig. 5

În continuare se reglează aparatul la zero sau la o dimensiune egală cu mărimea blocului de cale. Cînd reglarea se face la zero, la citire se adaugă dimensiunea blocului de cale.

După reglarea aparatului, acționînd roata de mînă 8 (fig. 3) se coboară masa 2 și se scoate suportul cu cale. În locul suportului, pe masă, se așează piesa care trebuie măsurată (fig. 3). În cazul în care piesa

nu este suficient de grea, ea se imobilizează pe masa aparatului cu ajutorul şuruburilor cu cleme 3.

Pentru efectuarea măsurării, se deplasează masa aparatului, cu ajutorul manetei 8, pe verticală, pînă cînd cele două palpatoare sferice iau contact cu piesa într-o secţiune convenabilă (2—3 mm mai jos de partea superioară a piesei), oprindu-ne la o dimensiune precisă a tamburului 8.

Se deplasează măsuţa 2, perpendicular pe direcţia vîrfurilor, cu ajutorul tamburului 4, pînă cînd se obţine la ocularul aparatului o dimensiune maximă. În această poziţie se citeşte diametrul secţiunii respective (diametrul corespunde distanţei dintre centrele palpatoarelor). Se deplasează apoi măsuţa 2, din nou pe verticală, cu o mărime H, bine determinată, citită pe tamburul 8.

În această nouă secţiune, se citeşte, din nou, la ocularul aparatului, valoarea diametrului măsurat.

Operaţia se repetă în funcţie de numărul secţiunilor luate în consideraţie.

Pentru a obţine o precizie mai mare la stabilirea cotei H se poate utiliza deplasarea pe verticală sub controlul unui ceas comparator cu valoarea diviziunii de 0,001 mm. În acest scop pe măsuţa 2 a aparatului se aşează un bloc de cale de o anumită dimensiune. Ceasul comparator, aşezat pe o parte fixă a aparatului, se reglează la zero cu palpatorul pe blocul de cale. Se scoate apoi o cală cu dimensiunea egală cu mărimea cotei H şi se deplasează masa 2 pe verticală pînă se aduce din nou comparatorul la zero.

Dacă măsurarea se face în mai multe secţiuni, pentru a pune în evidenţă abaterile de formă, se consideră o secţiune de referinţă de la care să măsoară toate cotele H, pînă la celelalte secţiuni. În felul acesta, la prelucrarea datelor, se obţine o imagine clară a abaterilor pe care le are suprafaţa reală în raport cu suprafaţa teoretică.

În cazul în care măsurarea se face utilizînd ochiul magic şi un palpator sferic, este valabilă schema de măsurare prezentată în figura 4.

Şi în acest caz, piesa 2 trebuie aşezată pe masa aparatului care, în prealabil, a fost adusă într-un plan orizontal. La aducerea palpatorului sferic 3 în contact cu piesa se închide circuitul electric. Contactul corect dintre piesă şi palpator este pus în evidenţă de mărirea treflei ochiului magic.

Diametrul secţiunii măsurate se determină ca diferenţa dintre două citiri efectuate, la microscopul cu scara spirală, în două puncte diametral opuse.

Aducerea palpatorului în poziţie de măsurare se face prin deplasarea fină a tijei 5 cu ajutorul tamburului 6.

Metoda de măsurare propusă, explicată cu referiri la piese sferice interioare, se poate aplica şi la măsurarea pieselor sferice exterioare. În acest caz se utilizează relaţia :

$$d = 2r = \frac{1}{h}\sqrt{[(r_2^2 - r_1^2) - h^2]^2 + 4h^2 r_2^2} - d_b \qquad (3)$$

în care : r_1, r_2, h şi d_b au semnificaţiile din relaţia (1), singura particularitate fiind aceea că suprafaţa sferică este exterioară.

Concluzii

1. Metoda prezentată în această lucrare este cea mai generală metodă de măsurare și control al pieselor sferice cunoscută pînă în prezent. Metoda de măsurare MOFFIT este un caz particular al metodei prezentate.
2. Măsurarea pieselor sferice pe mașina ZEISS prezintă avantajul folosirii unui aparat cu utilizare foarte largă în majoritatea laboratoarelor de metrologie din întreprinderi și instituții. Aplicarea acestei metode nu necesită investiții materiale noi, deoarece ea uzează numai de accesoriile aflate în dotarea aparatului.
3. Metoda de măsurare propusă asigură o precizie ridicată, ceea ce o recomandă pentru a fi aplicată la măsurarea și controlul pieselor sferice cărora li se impun condiții de înaltă precizie dimensională și de formă.

Catedra de tehnologia construcției de mașini
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Dudiță, Fl.*, Cuplaje mobile homocinetice. Editura tehnică, București, 1974.
2. *Schulz, K. H.*, Gleichlauf-Kugelgelinke fur den Krafthrzeugantrieb In : Antriebstechnic, nr. 12, 1972.
3. *Staut, K. J.*, Some aspects of the production of spherical hidrostatic bearings. In : Machinery, 15 December 1971.
4. *Bădescu, Gh., Neagu, C, Luncaș, I* Proiectarea și experimentarea unor echipamente tehnologice pentru prelucrarea articulațiilor sferice. Contract nr. 30/1972, încheiat cu IMGB, Institutul politehnic București, 1972.
5. *Afanasiev, V. A.*, Opticeskie izmerenia. Geodezizdat, Moskva, 1961.
6. *Kolomițov, I. V.*, Opticeskie priborî dlia izmerenia lineinîh ili uglovih velicin v mașinostroenie. Moskva, 1964.

Das Ausmessen und die Kontrolle kugelförmiger Werkstücke auf der Längenmessmaschine ZEISS 450 mm

In der Arbeit wird eine eigene Mithode für das Ausmessen und die Kontrolle von kugeltförmigen Werkstücken auf der Längenmessmaschine ZEISS 450 mm beschrieben.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XXXIX — 1977, Numărul 4

MAȘINI UNELTE ȘI SCULE

C.Z.: 621.96

CONTRIBUȚII LA CALCULUL, CONSTRUCȚIA ȘI PROIECTAREA CUȚITELOR PROFILATE SPIRALE

CONSTANTIN MINCIU

În lucrare sînt rezolvate cele două probleme esențiale privind proiectarea conținutului profilat spiral: determinarea pe cale analitică a profilului și stabilirea elementelor constructive ale acestei scule așchietoare.

Aceste scule fac parte din categoria cuțitelor profilate disc la care directoarea suprafeței de așezare este o spirală, din motive constructive folosindu-se spirale arhimedică.

Prezintă avantajul, spre deosebire de cuțitele profilate disc circulare, că pentru realizarea unghiurilor de așezare pozitive centrul cuțitului nu mai trebuie ridicat deasupra planului de bază cinematic XOY al piesei, acest unghi rezultînd diferit de zero prin construcția sculei (fig. 1).

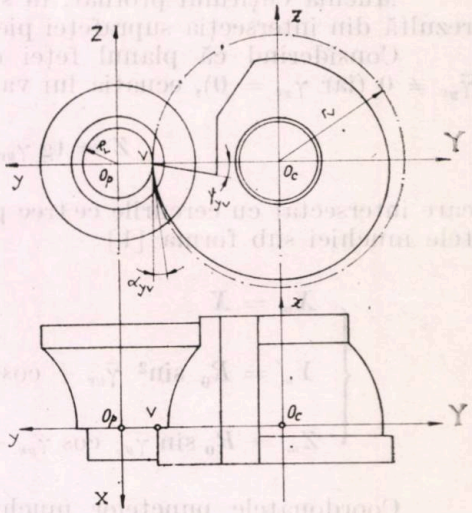


Fig. 1

Din punct de vedere constructiv are avantajul că în plan axial profilul cuțitului este identic cu profilul piesei, profilul sculei fiind diferit în planul feței de degajare cînd unghiul de degajare $\gamma \neq 0$.

Primul avantaj atrage după sine simplitatea constructivă a dispozitivului de prindere pe mașina-unealtă, iar cel de-al doilea simplifică operația de execuție și în special de control cu șablonul a sculei.

Prezintă un dezavantaj legat de execuția feței de așezare cu directoare spirală.

* Manuscris predat redacției la data de 10 martie 1977.

Problema proiectării cuțitului profilat spiral prezintă două aspecte:
a) determinarea profilului sculei;
b) alegerea elementelor constructive.

La proiectare trebuie, pentru început, cunoscute cîteva elemente printre care:

— unghiurile de degajare γ_{yv} și γ_{xv} care se aleg conform teoriei așchierii (funcție de materialul prelucrat, condițiile așchierii, etc.);

— unghiul de așezare α_{yv} ales, de asemenea, din condițiile unei așchieri optime (după anumite criterii);

— raza la vîrf a sculei r_v indiferent dacă este pentru prelucrări exterioare sau interioare și care se alege la fel ca în cazul cuțitelor profilate disc circulare.

1. Determinarea profilului cuțitului profilat spiral

Este vorba de determinarea liniilor de profil în plane convenabil alese cum sînt: profilul funcțional, profilul de măsurare și profilul tehnologic.

Profilul funcțional este determinat în planul feței de degajare.

Profilul de măsurare, în cazul verificării cu un instrument optic, va fi tot cel din planul feței de degajare.

Profilul tehnologic (de care depinde profilul sculei de ordinul II) este determinat într-un plan axial.

Muchia cuțitului profilat, în sistemul de referință cinematic OXYZ rezultă din intersecția suprafeței piesei cu planul feței de degajare.

Considerînd că planul feței de degajare are o simplă orientare $\bar{\gamma}_{yv} \neq 0$ (iar $\bar{\gamma}_{xv} = 0$), ecuația lui va fi:

$$Z = \operatorname{tg} \bar{\gamma}_{yv} (Y - Y_v) \tag{1}$$

care intersectat cu cercurile ce trec prin punctele piesei rezultă coordonatele muchiei sub forma [1]

$$\begin{cases} X_m = X \\ Y_m = R_0 \sin^2 \bar{\gamma}_{yv} + \cos \bar{\gamma}_{yv} \sqrt{R^2 - R_0^2 \sin^2 \bar{\gamma}_{yv}} \\ Z_m = R_0 \sin \bar{\gamma}_{yv} \cos \bar{\gamma}_{yv} - \sin \bar{\gamma}_{yv} \sqrt{R^2 - R_0^2 \sin^2 \bar{\gamma}_{yv}} \end{cases} \tag{2}$$

Coordonatele punctelor muchiei trecute în sistemul de referință constructiv ținînd seama de figura 1 sînt:

$$\begin{cases} x_m = X_0 - X_m \\ y_m = Y_0 - Y_m \\ z_m = Z_m - Z_0 \end{cases} \tag{3}$$

în care (X_0, Y_0, Z_0) reprezintă coordonatele centrului sistemului de referință constructiv. Pentru cazul de față

$$\begin{aligned} X_0 &= 0 \\ Y_0 &= R_v + r_v \\ Z_0 &= 0 \end{aligned} \tag{4}$$

astfel încît coordonatele muchiei în sistemul de referință constructiv *Oxyz* vor fi :

$$\begin{cases} x_m = -X_m \\ y_m = R_v + r_v - Y_m \\ z_m = Z_m \end{cases} \tag{5}$$

Coordonatele de mai sus reprezintă pentru $Z_m = 0$ și coordonatele profilului funcțional sau de măsurare (control) cu un instrument optic,

$$\begin{cases} x_{pf} = x_{pc} = x_m \\ y_{pf} = y_{pc} = y_m \end{cases} \tag{6}$$

Prin punctele muchiei de coordonate date de relațiile (5), dacă se trec spiralele de pas p se obține ecuația feței de așezare sub formă parametrică,

$$\begin{cases} x_\alpha = -X_m \\ y_\alpha = r_p \cos(\varphi_m - \varphi) \\ z_\alpha = r_p \sin(\varphi_m - \varphi) \end{cases} \tag{7}$$

în care,

$$r_p = r_m - \frac{P}{2\pi}(\varphi_m - \varphi)$$

$$r_m = \sqrt{y_m^2 + z_m^2}$$

$$\varphi_m = \operatorname{arc\,sin} \frac{z_m}{r_m}$$

Pentru determinarea liniei de profil tehnologic se interseactează ecuația feței de așezare cu un plan axial de ecuație $Z = 0$ (respectiv

$\varphi = 0$) rezultînd linia de profil de ecuaţie,

$$\begin{cases} x_{pt} = -X_m \\ y_{pt} = r_m - \dfrac{P}{2\pi} \cdot \varphi_m \end{cases} \tag{8}$$

2. Elemente constructive şi de proiectare

Constructiv, cuţitul profilat spiral se aseamănă cu cel circular (fig. 2).

Ca şi la cuţitul profilat disc circular diametrul exterior este,

$$d = d_0 + 2(a + k + t_{max})$$

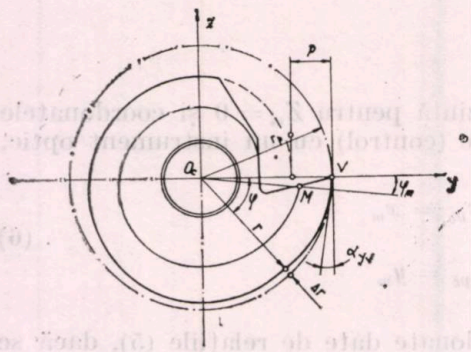


Fig. 2

în care d_0 reprezintă diametrul alezajului (cozii) de prindere în dispozitiv

$$a = (0{,}25 \cdots 0{,}3)\mathrm{d}$$

$$k = 3 \ldots 6 \text{ mm}$$

$$t_{max} = R_{max} - R_{min}$$

şi reprezintă adîncimea de aşchiere maximă.

Ecuaţia feţei de aşezare în coordonate polare este,

$$\rho = \frac{p}{2\pi} \cdot \varphi \tag{9}$$

în care P reprezintă pasul radial al spiralei.

Unghiul de aşezare într-un punct are expresia :

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{d\rho}{\rho d\varphi} = \frac{1}{\varphi} = \frac{P}{2\pi \cdot \rho} \tag{10}$$

Pentru $\rho = r_v$ unghiul de aşezare devine $\alpha_y = \overline{\alpha}_{yv}$. Cu ajutorul expresiei (10) pentru un cuţit de rază la vîrf dată şi unghi de aşezare la vîrf ales se determină pasul radial al spiralei,

$$p = 2\pi \cdot r_v \operatorname{tg} \overline{\alpha}_{y_v} \tag{11}$$

Pasul radial rămîne acelaşi pentru spiralele tuturor punctelor astfel că unghiul de aşezare variază de la punct la punct atît pe muchie cît şi în alte secţiuni decît cea iniţială conform relaţiei,

$$\operatorname{tg} \alpha_{yM} = \frac{r_v}{r_M} \operatorname{tg} \alpha_{yv} \tag{12}$$

variaţie continuu crescătoare ($\alpha_{yM} > \alpha_{yv}$), motiv pentru care pentru vîrf se alege unghiul de aşezare cu valoarea la limita inferioară a domeniului de variaţie a unghiului α.

De remarcat că unghiul polar φ, format de raza vectoare cu planul xoy, variază numai între 0 şi maximum 2π în sensul micşorării razei vectoare pentru ca unghiul de aşezare să fie totdeauna pozitiv.

Catedra de maşini, unelte şi scule
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti.

BIBLIOGRAFIE

1. *Duca, Z.* — Teoria sculelor aşchietoare, Bucureşti, Editura Tehnică, 1967.
2. *Lăzărescu, I.* — Calculul şi construcţia sculelor aşchietoare, Bucureşti, Editura Tehnică, 1960.
3. *Enache, St. Minciu, C.* — Aşchiere şi scule aşchietoare, Bucureşti, Institutul Politehnic, 1973.

Beitragen in der Berechnung fur projektierug der Spiral profilmeissel

In der vorliegenden Arbeit werden die zwei wichtigen Problemme bezüglich der für den Spiral profilmeissel Projektierung gelöst. Diese sing: a) Besttimmung der Profil auf den analytisschen Wege und b) Bestimmung der für diese Schnittwerkzeunge konstruktiven Teilen.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XXXIX — 1977, Numărul 4

TEHNOLOGIA METALELOR

C.Z.: 621.791:534.321.9

CONTRIBUȚII LA SUDAREA PRIN PUNCTE CU ULTRASUNETE A TABLELOR DE CUPRU

FL. DUMITRACHE, D. DRIMER, S. IONESCU

În lucrare se determină parametrii optimi la sudarea cu ultrasunete a tablelor de cupru folosind metodele de analiză statistică a rezultatelor și analiza structurală microscopică. De asemenea, se ajunge la concluzia că formarea sudurii se produce în urma unor procese de deformare plastică a metalelor și recristalizare ca urmare a acțiunii energiei ultrasonore în zona de îmbinare.

Introducere

Sudarea cu ultrasunete este unul din procedeele moderne de îmbinare, care permite obținerea unor suduri de calitate la diferite combinații de metale. Calitatea sudurii este influențată de parametrii regimului de sudare, de proprietățile materialelor de sudat, de suportul și scula de sudare [1—3].

În lucrare se prezintă unele rezultate obținute la sudarea tablelor de cupru și metodele de analiză a lor folosite la stabilirea parametrilor optimi de sudare.

1. Alegerea sistemului oscilant și a metodelor de analiză a rezultatelor obținute.

Pentru a putea transmite la locul îmbinării cantități cît mai mari de energie ultrasonoră se folosesc sistemele oscilante complexe cu oscilații de încovoiere [4,5]. În urma efectuării sudurilor preliminare a tablelor de cupru CuE s-a găsit geometria optimă a sculei de sudare (fig. 1). Dependența dintre amplitudinea de oscilație a sculei și forța de apăsare la sudarea epruvetelor cu diferite stări a suprafeței este reprezentată în fig. 2.

Curbele respective dau indicații clare asupra stabilității oscilațiilor ultrasonore la sistemul oscilant ales.

Pentru analiza rezultatelor obținute s-au folosit următoarele metode: măsurarea valorii forței de tracțiune F necesară la ruperea îmbinării a două epruvete, analiza structurală microscopică, măsurarea gra-

* Manuscris predat redacției la data de 2 februarie 1977.

dului de deformare plastică în zona de sudare, măsurarea microdurității după metoda Hanemann și metoda statistică.

Analiza statistică a rezultatelor obținute a presupus calculul următoarelor mărimi [6]:

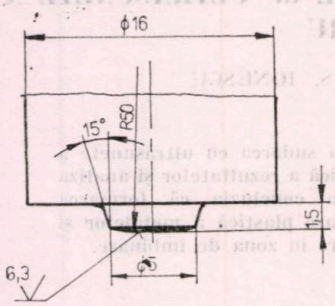


Fig. 1. Geometria optimă a sculei de sudare

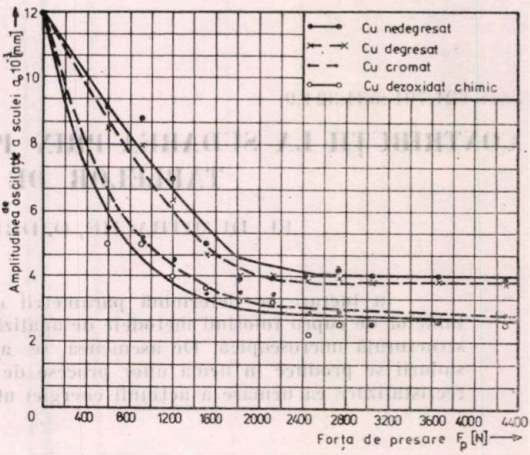


Fig. 2. Dependența dintre amplitudinea de oscilație a sculei și forța de apăsare.

— valoarea medie a forței de rupere la tracțiune $\bar{F}$.

$$\bar{F} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} F_i$$

— dispersia corectată

$$\bar{s}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (F_i - \bar{F})^2$$

— abaterea medie pătratică corectată

$$\bar{s} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (F_i - \bar{F})^2}$$

— coeficientul de variație

$$W = \frac{\bar{s}}{\bar{F}} \cdot 100\%$$

în care:

F_i — rezultatul unei măsurători

n — numărul de experiențe (suduri)

Pentru excluderea rezultatelor rebut s-a folosit criteriul student:

$$t = \frac{F_j - \bar{F}}{\bar{s}}$$

în care :

F_j — valoarea testată (cea mai mare sau cea mai mică din cele n măsurători)
$\overline{F}$ — valoarea medie a forței de rupere la tracțiune.

Pentru verificarea ipotezei că două valori medii oarecare $\overline{F}_1$ și $\overline{F}_2$ aparțin aceleași valori reale s-a folosit mai întîi testul „F"

$$F = \frac{\bar{s}_1^2}{\bar{s}_2^2}$$

și apoi testul „t"

$$t = \frac{\overline{F}_1 - \overline{F}_2}{\bar{s}} \sqrt{\frac{n_1 \cdot n_2}{n_1 + n_2}}$$

în care :

F_1, F_2 — valorile medii studiate
n_1, n_2 — numărul de experiențe din care s-au determinat $\overline{F}_1$, $\overline{F}_2$.
$\bar{s}$ — abaterea medie pătratică corectată, calculată după formula :

$$\bar{s} = \sqrt{\frac{f_1 \bar{s}_1^2 + f_2 \bar{s}_2^2}{f}}$$

în care :

$f_1 = n_1 - 1$; $f_2 = n_2 - 1$; $f = f_1 + f_2 = n_1 + n_2 - 2$ sînt gradele de libertate respective.

2. Stabilirea parametrilor optimi de sudare

Pentru obținerea unor îmbinări de calitate este suficientă degresarea epruvetelor de cupru [1, 2, 5]. Pe asemenea epruvete s-au determinat valorile optime ale forței de presare și ale timpului de sudare în condițiile : frecvența $f = 21{,}6$ KHz și amplitudinea de oscilație a sculei $a_0 = (2{,}5 - 4{,}9) \cdot 10^{-3}$ mm.

Măsurarea amplitudinii de oscilație a sculei a_0 (fig. 2) a permis stabilirea forței de presare necesară pentru sudarea epruvetelor de cupru (2444N). Pentru valori mai mari decît aceasta, amplitudinea este practic, constatată.

Folosind forța de presare $F_p = 2444$N și timpii de sudare $t = 0{,}5$ s, 3s și 8s, s-au obținut valori reproductibile ale rezistenței punctelor de sudură (tabela 1).

Tabela 1

Timpul de sudare	$\overline{F}$ (N)	$\bar{s}^2$	$\bar{s}$ (N)	W (%)	n	Gradul de deformare plastică în zona sudată %
0,5	950	1734	41,6	4,38		11,4
3,0	1400	1650	40,6	2,9	15	16,6
8,0	1478	2058	44,3	3,0		37,2

Forța de rupere la tracțiune a metalului de bază $F_{MB} = 1932$ N

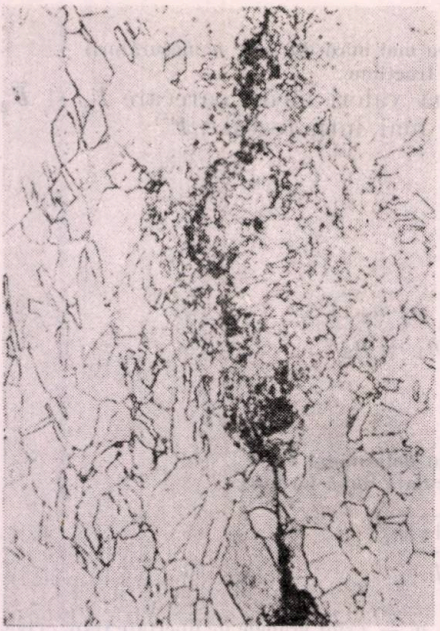


Fig. 3. Structura sudurii în zona centrală a punctului sudat. $t = 0{,}5$ s 200 ×

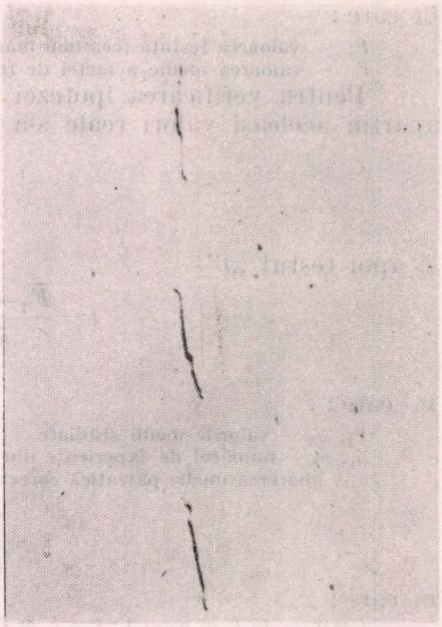


Fig. 4. Suprafața șlefuită a sudurii. $t = 3$s 200 ×

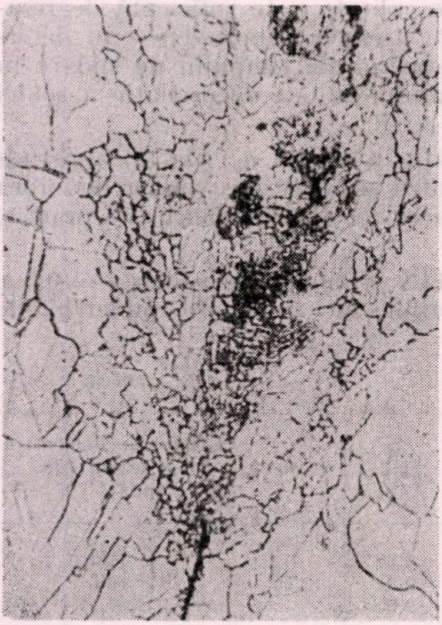


Fig. 5. Structura sudurii în zona marginală a punctului sudat. $t = 3$s 200 ×

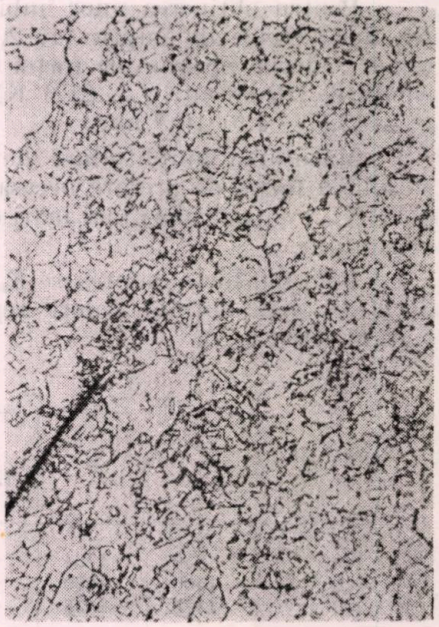


Fig. 6. Structura sudurii în zona, marginală a punctulului sudat t=8s 200×

Se constată că rezistența sudurilor depinde de numărul zonelor sudate (microsudurilor) din punctul sudat (fig. 3, 4, 5, 6). Cu creșterea timpului de sudare se mărește numărul și dimensiunile acestor zone-rezistența sudurilor crește. Astfel, forța de rupere la tracțiune crește de la 47% din rezistența metalului de bază pentru $t = 0{,}5$s, 72% pentru $t = 3$s pînă la 76% pentru $t = 8$s. Din punct de vedere statistic aceste creșteri ale rezistenței sînt semnificative.

Dependența dintre forța de rupere la tracțiune și timpul de sudare, pentru diferite valori ale forței de presare, este reprezentată în fig. 7. Odată cu creșterea timpului de sudare de la 3s la 8s, crește gradul de deformare plastică a epruvetelor în zona sudată, ceea ce duce la micșorarea secțiunii lor în această zonă, făcîndu-le inutilizabile. Din aceste considerente rezultă că valoarea optimă a timpului de sudare este $t = 3 - 4$ s.

Rezistența îmbinărilor sudate depinde și de mărimea forței de presare F_p (fig. 8). De exemplu, pentru $t = 3$s și $F_p = 600 - 4292$ N se

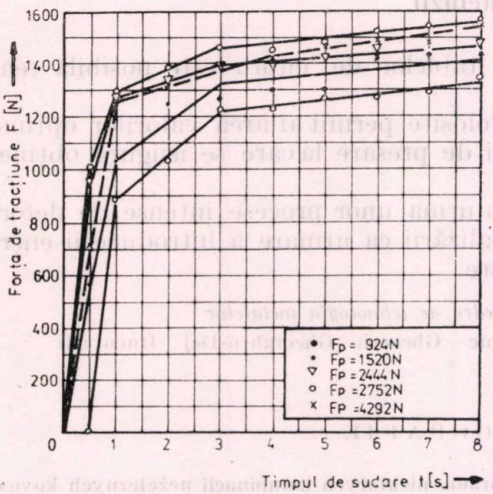


Fig. 7. Dependența dintre forța de rupere la tracțiune F și timpul de sudare t.

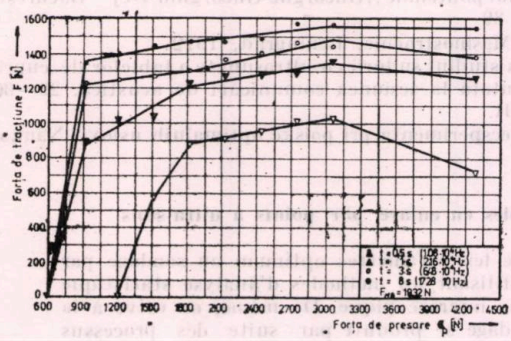


Fig. 8. Dependența dintre forța de rupere la tracțiunea F și forța de presare F_p.

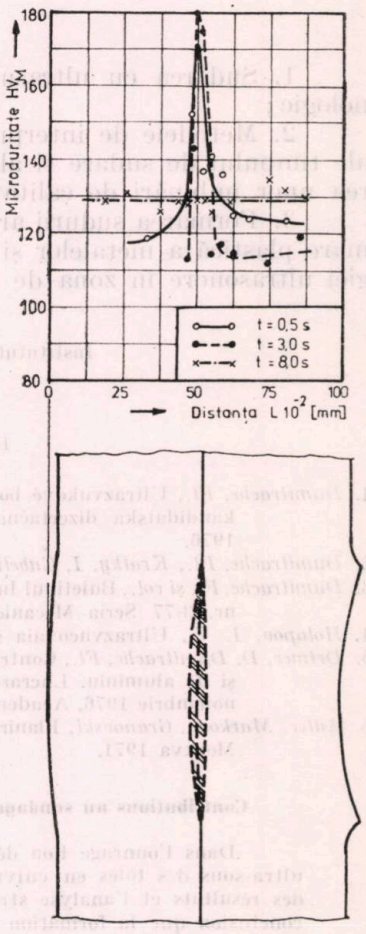


Fig. 9. Variația microdurității $H\,V_M$ în zona sudată.

constată că de la 600 N pînă la 2444 N se obține o creștere însemnată a forței de rupere la tracțiune $\bar{F}$, iar de la 2444 N pînă la 4294 schimbarea lui $\bar{F}$ nu este semnificativă din punct de vedere statistic. Sensul fizic al acestei realități constă în faptul că cu cît este mai mare forța de apăsare cu atît mai bine sînt creeate condiții pentrudistrugerea straturilor de oxizi, deci pentru creearea unui număr mai mare de zone sudate. În plus, cu creșterea forței de apăsare crește gradul de deformare plastică, care produce fenomenul nedorit — slăbirea secțiunii sudurii. Ca atare valoarea $Fp = 2400-2700$ N asigură condiții optime pentru obținerea sudurilor de calitate.

Valorile măsurate ale microdurității (fig. 9) arată că pentru $t =$ $= 0{,}5$ s și 3s se produce o durificare în zona îmbinării ca urmare a deformării plastice a metalelor, ce are loc la formarea îmbinării. Pentru timpi de sudare mai mari ($t = 8$s) are loc o micșorare a concentrației defectelor și o recristalizare.

Concluzii

1. Sudarea cu ultrasunete a tablelor de cupru este posibilă tehnologic;

2. Metodele de interpretare folosite permit aflarea valorilor optime ale timpului de sudare și ale forței de presare la care se asigură obținerea unor îmbinări de calitate.

3. Formarea sudurii are loc în urma unor procese intense de deformare plastică a metalelor și recristalizării ca urmare a introducerii energiei ultrasonore în zona de îmbinare.

Catedra de tehnologia metalelor
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Dumitrache, Fl.*, Ultrazvukové bodové zvaranie niektorych kombinacii neželeznych kovov, kandidatska dizertačna praca, Bratislava, 1976 teză de doctorat, Bratislava, 1976.
2. *Dumitrache, Fl., Kratky, I, Cabelka, J.*, Ultrazvuk, vol. 2, pag. 64— .
3. *Dumitrache, Fl. și col.*, Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București nr. 3/77 Seria Mecanică pag. 89
4. *Holopov, I. V.*, Ultrazvucovaia svarca Mașinostroenie, Leningrad, 1972.
5. *Drimer, D. Dumitrache, Fl.*, Contribuții la studiul sudurii cu ultrasunete a tablelor de cupru și de aluminiu. Lucrare prezentată la sesiunea comunicări de acustică, 29—30 noiembrie 1976, Academia RSR.
6. *Adler, Markova, Granovski*, Planirovanie ecsperimenta pri poiske optimalnih uslovi, Nauka, Moskva 1971.

Contributions au sondage des toles en cuiare par points à ultra-sons

Dans l'ounrage l'on détermine les paramètres optimum au sondage par ultra-sous des tòles en cuivre en utilisant les méthodes d'analyse statistique des résultats et l'analyse structurale microscopique. De méme, on arive à la conclusion que la formation du soudage se produit par suite des processus de déformation plastique des métaux et de recristallisation, comme conséquence de l'action de l'énergie ultra-sonore dans la zone de raccord.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XXXIX — 1977, Numărul 4

C.Z.: 621.92:535.8

CERCETĂRI PRIVIND METODELE DE MĂSURARE A UZURII SCULELOR AȘCHIETOARE*

PETRE GLADCOV

În lucrare se prezintă unele cercetări în legătură cu posibilitățile de măsurare a uzurii sculelor aşchietoare.

Ca rezultat al cercetărilor, se prezintă un aparat pentru măsurarea uzurii, avînd caracter universal și fiind executat din elemente în mare parte normalizate, ca și o instalație pentru măsurarea uzurii sculelor, prin televiziune în circuit închis.

Introducere

Este cunoscută importanța deosebită a studiului zonei active a sculelor aşchietoare, în cercetarea unei game foarte largi de fenomene ce constituie obiectul investigațiilor teoriei aşchierii, printre care un loc important este ocupat de fenomenele de uzare a tăișurilor sculelor, fenomenele de depunere pe tăișuri a aşchiei aderente, de modificare a geometriei părții aşchietoare ca urmare a deformațiilor care au loc în sculă în procesul aşchierii și altele.

Cei mai mulți cercetători în domeniul capacității de aşchiere a sculelor își bazează concluziile pe rezultatele determinărilor clasice de uzură efectuate asupra acestora, determinări în care se măsoară unul sau mai mulți parametri ai uzurii părții active a sculei. Acești parametri sînt prezentați în fig. 1. Ei se iau în considerare prin metoda completă de studiu, sau prin metode rapide, simplificartoare [3], [4], [5], [6].

Cel mai des au fost luați în considerare următorii parametri: uzura radială h_R, înălțimea uzurii pe fața de așezare VB sau înălțimea maximă a aceleași uzuri VB_{max}, uzura normală pe tăiș KS, adîncimea KT sau lățimea KB a craterului de uzură pe suprafața de degajare.

Uneori s-au luat în considerare și criterii de uzură ținînd seamă de înălțimea stratului de oxizi pe fața de așezare BH_α sau pe cea de degajare BH_γ, ca și de apariția unor pete de material ecruisat, (lucioase sau întunecate) pe suprafața piesei prelucrate.

Pentru măsurarea parametrilor de uzură, în cadrul diverselor cercetări experimentale s-au impus mai ales dispozitivele de măsură optice, mecanice sau optico-mecanice.

* Manuscris predat redacției la data de 4 octombrie 1976

Pentru măsurarea uzurii radiale, se utilizează următoarele metode :

a) proiectarea pe ecranul unui proiector, a vîrfului cuțitului așezat într-o poziție determinată ; uzura radială h_R rezultă ca diferență a lungimii curente față de lungimea inițială a cuțitului.

b) măsurarea pe microscopul de atelier, pe optimetru sau prin microfotografiere a cotei R, de la un reper fix la vîrf, în direcția radială rezultînd ca diferență între cota inițială și cea curentă ;

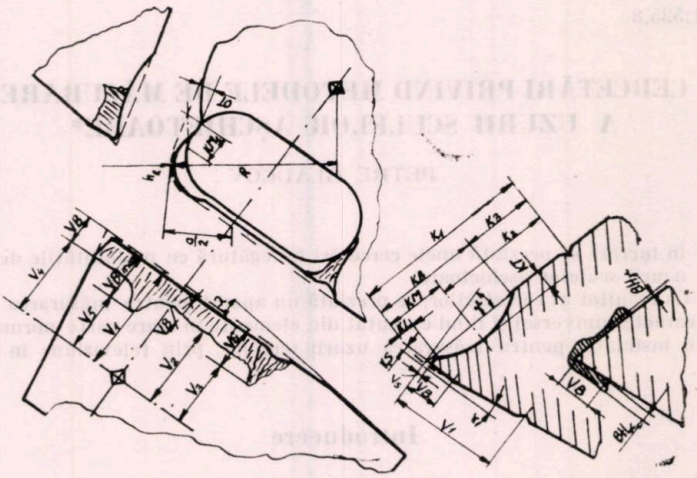


Fig. 1

c) măsurarea cu dispozitive mecanice a variației lungimii întregului cuțit sau numai a unei zone a acestuia [2], [3]

Uzura radială h_R a sculelor aşchietoare se mai determină în mod frecvent și indirect, fie prin măsurarea conicității piesei obținute, în cazul strunjirii cilindrice, fie din relația dintre uzura radială, înălțimea la vîrf a uzurii pe fața de așezare și unghiul de așezare la vîrf, măsurat în planul normal pe suprafața de prelucrat.

Este evident însă că ambele metode induc erori mai mari decît cele existente în cazul metodelor care determină direct valoarea uzurii. Similar cu determinarea uzurii radiale, se poate realiza și măsurarea uzurii normale pe tăișuri.

Uzura pe fața de așezare a sculelor VB, respectiv VB_{max} se măsoară de obicei pe scula montată pe mașină, cu ajutorul unor lupe sau microscoape cu putere de mărire de circa 20...50 ori. Este metoda cea mai comodă și foarte des utilizată.

În acelaș sistem se poate măsura și lățimea carterului uzurii pe fața de degajare KB, precum și cotele ce caracterizează poziția acestui crater față de un riz executat anterior pe sculă sau pe tăișul inițial al sculei.

Adîncimea craterului KT se poate măsura cu ajutorul microscopului Linnik—Smaltz sau cu miscrocoape de atelier, cu ajutorul unor optimetre, sau cu aparate înregistratoare pentru măsurarea rugozității suprafețelor, efectuîndu-se ceva mai dificil.

A. M. Danielean [8] susține că dintre toți parametrii uzurii, în cazul sculelor cu tăișuri din carburi metalice sau din alte materiale destinate

aşchierii rapide a oţelurilor, adîncimea craterului uzurii evoluează cel mai regulat, indicînd pe locul secund în ordinea preferenţială pentru studiu, înălţimea uzurii pe faţa de aşezare.

În Institutul Politehnic Bucureşti s-au efectuat în ultimii ani unele cercetări legate de realizarea practică a noi aparate utilizabile în acest scop, în afara celor cunoscute şi folosite în prezent de diferiţi cercetători [1], [2], [3].

Construcţia aparatului

În cele de mai jos se prezintă una din soluţiile tehnice la care s-a ajuns ca urmare a studiilor întreprinse.

Este vorba despre un aparat simplu prezentat în fig. 2, adaptabil pe orice maşină unealtă, pentru studierea curentă a fenomenelor din zona activă a sculelor aşchietoare în procesul de aşchiere, amintite mai sus, fără demontarea sculei din maşină.

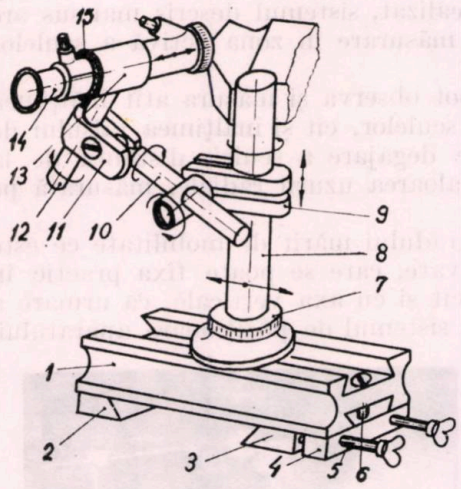


Fig. 2

Aparatul este astfel conceput încît să poată fi construit foarte uşor din elemente în mare parte normalizate şi în acelaş timp, să aibă un grad mare de aplicabilitate.

El se compune dintr-un microscop cu ocular gradat, montat pe un suport de comparator căruia i s-au adus mici modificări. Aparatul este format din talpa 1, prevăzută cu două ghidaje paralele în coadă de rîndunică, ce se poate fixa pe maşină prin intermediul unor plăcuţe ghidate în canalul inferior al tălpii şi avînd şi ele profilul lateral în formă de coadă de rîndunică.

Una dintre acestea (plăcuţa 2) este fixată de talpă printr-un şurub, iar a II-a (plăcuţa 3) este deplasabilă pînă se fixează pe un ghidaj al maşinii unelte (de exemplu pe ghidajul săniei transversale a căruciorului de la strung, sau pe ghidajul consolei, la o maşină universală de frezat).

Strîngerea plăcuţei 3 pe ghidaj se realizează cu ajutorul unui şurub 5, care trece printr-un bloc 4, fixat de talpă printr-un şurub 6. Acesta din urmă trece ajustat prin talpă şi se înşurubează în blocul 4, în vederea realizării unei strîngeri cît mai rigide a aparatului pe maşină.

Pentru fixarea aparatului pe unele maşini care nu dispun de ghidaje corespunzătoare în formă de coadă de rîndunică într-o poziţie corespunzătoare observării şi efectuării comode a măsurătorilor, talpa 1 a aparatului se poate fixa fie pe o placă magnetică, fie pe o placă executată special, avînd un sistem oarecare de prindere pe maşina în cauză, astfel încît aparatul să fie fixat convenabil în zona de măsurare.

În unele cazuri, este posibilă utilizarea în locul tălpii 1 a aparatului, chiar a unui suport magnetic de comparator, căruia i se impune însă, asigurarea unei suficiente forţe de fixare, în vederea evitării desprinderii accidentale a aparatului.

Coloana 8, strînsă într-o poziţie convenabilă pe talpă cu ajutorul piuliţei 7, ca şi articulaţia dublă 9, braţul cu articulaţie sferică 10 şi brăţara elastică 11 articulată sferic pe braţul 10 sînt identice cu cele ale unui suport de comparator obişnuit, de exemplu cel fabricat de Întreprinderea Mecanică Fină Bucureşti.

Pe brăţara elastică 11 se introduce o tijă calibrată 12, care este prevăzută la un capăt cu un colier elastic 13, deplasabil axial.

Asamblarea colierului de tijă s-a realizat practic prinsudare, dar se pot utiliza şi alte tipuri de îmbinări.

În interiorul colierului se strînge cu ajutorul unui şurub, un microscop Brinell 14, ca de exemplu cel construit de I.O.R. — Bucureşti. Microscopul are o sursă proprie de iluminare a zonei studiate, funcţionînd la tensiune scăzută, prin intermediul unui transformator.

Spre deosebire de alte aparate cunoscute şi utilizate în acelaş scop şi cu toate că este foarte simplu de realizat, sistemul descris mai sus are multiple posibilităţi de observare şi măsurare în zona activă a sculelor aşchietoare.

Cu ajutorul acestui aparat se pot observa şi măsura atît înălţimea şi lăţimea uzurii pe faţa de aşezare a sculelor, cît şi înălţimea tăişului de depunere, lăţimea uzurii pe faţa de degajare a sculei, distanţa de la marginea acesteia la tăişuri, ca şi valoarea uzurii radiale, măsurată pe faţa de degajare a sculei.

Aceste posibilităţi se datoresc gradului mărit de mobilitate ce este asigurată aparatului optic de observare, care se poate fixa practic în orice poziţie, atît cu axa orizontală, cît şi cu axa verticală, ca urmare a multiplelor articulaţii de care dispune sistemul de poziţionare aparatului.

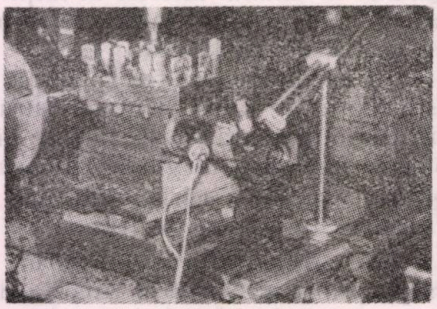


Fig. 3

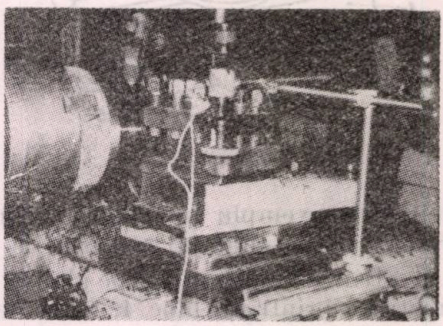


Fig. 4

Aparatul descris permite efectuarea de măsurători asupra elementelor menţionate mai sus, cu o precizie de 0,01 mm, ceea ce satisface marea majoritate a necesităţilor practice de studiu al zonei active a sculelor.

În timpul prelucrării, aparatul rămîne montat pe maşina utilizată la experimentări şi este protejat cu o husă de polietilenă.

Aparatul prezentat a fost experimentat cu succes în studiul caracteristicilor de uzură a unor cuțite de strung armate cu plăcuțe din carbur metalice realizate din pulberi produse în țară [9].

În fig. 3 este prezentată o fotgrafie a aparatului în poziția de lucru pentru observarea suprafeței de așezare principale a unui cuțit de strung montat în portcuțit, iar în fig. 4 se prezintă poziția de lucru a aparatu lui pentru observarea suprafeței de degajare a cuțitului.

O variantă modernizată a acestui aparat este prezentată în fig. 5 Ea utilizează un circuit închis de televiziune, pentru punerea în evidență a uzurii sculelor așchietoare, pe ecranul unui televizor.

Instalația are următoarea construcție (fig. 6) :

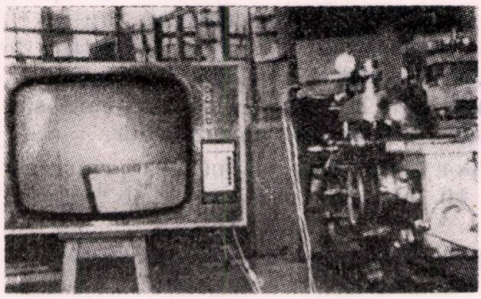


Fig. 5

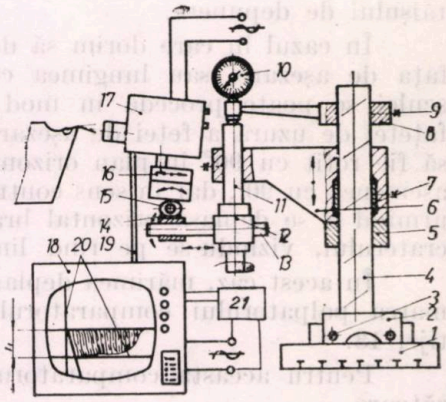


Fig. 6

Pe căruciorul strungului, sau în cazul mașinilor de frezat pe o placă de bază 1, se montează cu ajutorul unei plăci 2 și al unor șuruburi 3, coloana principală 4. Aceasta este executată precis și are pe suprafața cilindrică un canal elicoidal, în care intră unica spiră a unei piulițe speciale 5. Piulița poate ridica sau coborî brațul principal 6.

În vederea eliminării jocului dintre coloana 4 și alezajul brațului 6, acest alejaz este prevăzut în interior cu un inel elastic 7, strîns după dorință cu un șurub.

Pe aceeași coloană se fixează într-o poziție convenabilă brațul 8, strîns cu șurubul 9.

Pe acest braț se montează articulat un aparat pentru măsurat deplasări 10, care poate fi un comparator de 0,005 mm. Aceasta își reazemă palpatorul pe suprafața frontală rectificată a coloanei 11, pe care este montată articulația 12 care permite rotirea și translația brațului 13 atît față de axa proprie cît și față de axa coloanei 11.

Pe axul 13 se află brățara elastică 14, prevăzută cu articulația 15. Pe aceasta din urmă se află sania 16 care poate translata într-o mișcare de reglaj fin a poziției camerei TV 17. Aceasta vizează zona activă a sculei și afișează imaginea ei pe ecranul unui televizor 18, cu care lucrează într-un circuit închis TV 19 și care are pe ecran, un sistem de reticule 20.

Pentru măsurarea înălțimii uzurii pe fața de așezare a sculei, se vizează fața de așezare astfel încît pe ecran să apară clar, suprapusă pe reticolul orizontal, linia tăișului în zona neuzată a acestuia.

Apoi se deplasează pe verticală camera TV cu ajutorul piuliței 5 care coboară brațul 6, astfel ca reticolul să ajungă tangent la limita inferioară a fațetei de uzură în zona ineresantă pentru studiu, în funcție de parametrul de uzură studiat.

Mărimea acestei deplasări, egală de exemplu cu înălțimea h_α a uzurii pe fața de așezare, se citește pe aparatul de măsură 10.

În mod similar se poate determina și înălțimea tăișului de depunere. În acest caz însă, trebuie vizată limita superioară și cea inferioară a tăișului de depunere.

În cazul în care dorim să determinăm lățimea fațetei de uzură pe fața de așezare, sau lungimea craterului uzurii pe fața de degajare a sculei se poate proceda în mod similar ca în cazul măsurării lățimii fațetei de uzură a feței de așezare, numai că este necesar cu brațul 13 să fie rotit cu 90° în plan orizontal, iar camera TV 17 să fie rotită de asemenea cu 90°, dar în sens contrar, într-un plan paralel cu precedentul, urmînd a se deplasa orizontal brațul 13 în lungul fațetei de uzură sau craterului, vizîndu-se pe rînd limitele interesante ale uzurilor.

În acest caz, mărimea deplasărilor camerei se va măsura prin rezemarea palpatorului comparatorului 10 în plan orizontal, pe capătul tijei 13.

Pentru aceasta comparatorul trebuie montat în poziția corespunzătoare.

Din cele prezentate mai sus rezultă că petru efectuarea unei măsurători asupra unui parametru linear oarecare al zonei active a unei scule sînt necesare două vizări distincte ale zonei active studiate.

Măsurarea se poate face și utilizîndu-se o singură vizare, în felul următor :

De la un generator de semnale 21 se primește un fascicol de semnale ce se concretizează pe ecranul televizorului ca reticole paralele orizontale echidistante, cu distanța între ele reglabilă la o valoare dorită

Putem suprapune rețeaua de reticole peste imaginea primită de la camera TV, în timp ce aceasta explorează zona activă a sculei, astfel încît cele două reticole vecine care încadrează imaginea să se suprapună exact fiecare peste cîte una din limitele uzurii : de exemplu reticolul superior peste linia tăișului, iar cel inferior peste limita inferioară a uzurii pe fața de așezare a sculei.

În momentul realizării acestui reglaj, între cele două reticole există o distanță echivalentă cu înălțimea h_α a uzurii pe fața de așezare, reprezentată la scara de mărire a imaginii obținute prin camera TV, scară ce rămîne constantă.

La această scară se poate asocia fiecărei distanțe d_i dintre două reticole vecine, o valoare a dimensiunii reale măsurată D_i și invers :

$$d_i \Leftrightarrow D_i \qquad (1)$$

Dar cum fiecare dimensiune măsurată poate i un parametru oarecare al uzurii P_i

$$D_i = P_i, \tag{2}$$

se poate spune că orice distanţă între reticole este echivalentă fiecare cu o anumită valoare a parametrilor lineari ai uzurii :

$$d_i \Leftrightarrow P_i. \tag{3}$$

În cazul măsurării înălţimii uzurii pe faţa de aşezare a cuţitului vom avea deci

$$d_1 \Leftrightarrow h_{\alpha 1}\,;\; d_2 \Leftrightarrow h_{\alpha 2} \ldots d_i \Leftrightarrow h_{\alpha i} \tag{4}$$

În mod similar se pot scrie relaţii de echivalenţă referitoare la oricare dintre parametrii lineari ai uzurii sau ai depunerii pe tăişurile sculelor aşchietoare.

Etalonarea potenţiometrului pentru măsurarea distanţelor echivalente dintre două reticole vecine se poate face comod prin afişarea pe ecran a imaginii diviziunilor unui etalon linear gradat cu precizie şi suprapunerea pe rînd a reticolelor pe linii din ce în ce mai depărtate ale imaginii gradaţiilor etalonului.

Similar se poate proceda şi cu un caroiaj vertical al ecranului televizorului utilizat pentru măsurarea parametrilor interesanţi ai uzurii, după o direcţie perpendiculară pe prima.

Avînd în vedere preţul de cost relativ ridicat al echipamentului electronic necesar realizării caroiajelor, pentru citirea directă a dimensiunilor lineare dintr-o singură vizare, în prezent de exeperimentează un alt sistem de măsurare a dimensiunilor, avînd la bază reticole deplasate mecanic.

Instalaţia de măsurare a uzurii sculelor aşchietoare prin televiziune în circuit închis, cu folosirea sistemului cu două vizări ale zonei de studiu a fost realizată efectiv şi s-a utilizat cu bune rezultate la studierea procesului de uzură a unor cuţite de strung armate cu plăcuţe din carburi metalice, realizate din materiale româneşti.

Catedra de tehnologia materialelor
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti.

BIBLIOGRAFIE

1. *Aelenei, M.* Aparat pentru determinarea rapidă direct pe strung a uzurii cuţitelor. Construcţia de maşini nr. 5/165.
2. *Drăghici, G.* Aparat pentru măsurarea uzurii pe faţa de aşezare şi a deformaţiei termice a cuţitului de strung. Metalurgia şi Construcţia de maşini nr. 2/1962. T
3. *Makarov, A. D.* Iznos i stoikost rejuscih instrumentov, Moskva, Izdatelstvo Maşinostroenie, 1966.
4. *Chapuis, H., Bassiere M.* Choix rapide des naunces des carbures. Annals of CIRP, vol. 19/4 — 1971.

5. *Enache, St.* Asupra unei metode rapide pentru determinarea geometriei optime a sculelor din oţel rapid. Construcţia de maşini nr. 10/1963.
6. *Haet, G. L., ş.a.* Sokrascionnîi metod opredelenia stoikosti tviordosplavnîh rezţov. In Stanki i Instrument nr. 8/1971.
7. *Colding, B.*, Konig, W. Validity of the Taylor Equation in Metal Cutting. Annals of CIRP vol. 1/1971.
8. *Danielean, A. M.* Teplota i iznos instrumentov v proţese rezaniia. Maşghiz, Moskva, 1954.
9. *Gladcov, P.* Experimentări asupra durabilităţii cuţitelor de strung armate cu plăcuţe din carburi metalice grupa K 10, obţinute din materiale româneşti. În Prima Conferinţă Naţională de maşini unelte, vol. IV, Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. 1974.

Issledovaniia v sviazi s metodami izmereniia iznosa rejuscih instrumentov

V rabote predstavleaiutsea nekotoriie issledovaniia v sviazy s sposobnostiami izmereniia iznosa rejuşcih instrumentov.

V reziultate issledovanii, predstavleaetsea novii instrument dlea izmereniia iznosa, imeiuşcii universalnîi haracter i konstruirovan v glavnoi ciasty iz normalizyrovanih elementov, kak i odna novaia ustanovka dlea izmereniia vnutrennem televideniem, iznosa rejuşcih instrumentov.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ“
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XXXIX — 1977, Numărul 4

ENERGETICĂ

LE CALCUL DU COEFFICIENT DE RÉSISTANCE HYDRAULIQUE DANS LES CONDUITES RUGUEUSES *

VALERIU PANAITESCU

On admet que la résistance de la conduite rugueuse consiste dans la résistance de la conduite lisse de diamètre effectif d_e et la somme des résistances de forme des éléments de rugosité. Le calcul du coefficient de résistance hydraulique tient compte non seulement de la rugosité relative de la conduite, mais aussi de la dispersion des éléments de rugosité.

Introduction

La détermination des lois du mouvement turbulent dans les conduites rugueuses a une grande importance pratique. Les expériences ont démontré que le profil de la vitesse dans les conduites rugueuses, et par conséquent, le coefficient de résistance hydraulique sont déterminés par les dimensions, la forme et le mode de distribution des éléments de rugosité. C'est pourquoi le calcul des caractéristiques hydrauliques de l'écoulement turbulent dans les conduites rugueuses doit tenir compte de ces paramètres.

1. La détermination du diamètre effectif de la conduite rugueuse

En principe, le coefficient de résistence hydraulique d'une conduite se détermine immédiatement, si l'on connait la loi de répartition des vitesses, de la relation

$$\lambda = 8\left(\frac{u_*}{\bar{u}}\right) \tag{1}$$

dans laquelle $\bar{u}$ est la vitesse moyenne et $u_*=\sqrt{\tau/\rho}$ est la vitesse de frottement [1]. Mais il est très difficile autant théoriquement qu'expéri-

* Ouvrage reçu à la rédaction le 26 Juillet 1976

mentalement d'établir exactement le profil des vitesses dans le cas des conduites rugueuses. C'est pourquoi on considère un profil moyen quelconque des vitesses dans une conduite lisse fictive qui a le même débit liquide et la même perte de charge que la conduite rugueuse. On admet d'habitude le diamètre reduit $d_{red} = \sqrt{4V/\pi L}$ dans lequel V et L sont le volume intérieur et la longueur de la conduite. Le choix de ce diamètre n'est pas justifiée, pourtant, du point de vue physique. Si l'on tient compte de l'existence des zones de tourbillons du voisinage des éléments de rugosité dans lesquelles il n'existe pas un écoulement résultant dans la direction du courant principal, il résulte que le diamètre effectif de la conduite rugueuse est moindre que d_{red}.

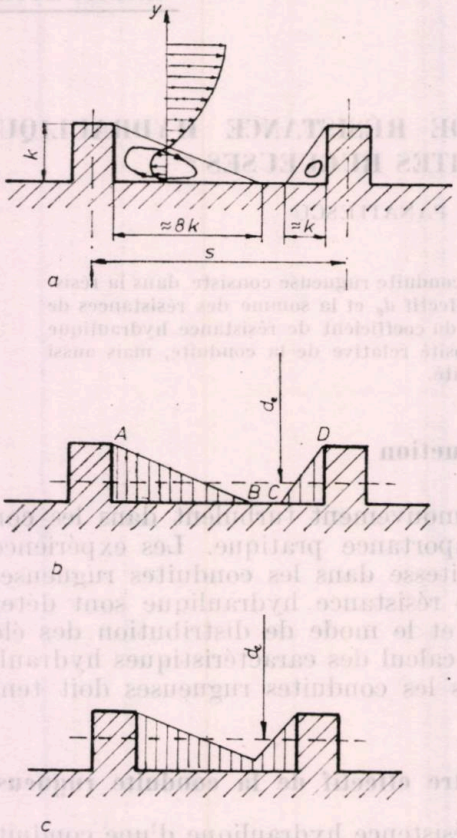


Fig. 1. L'image de l'écoulement dans le voisinage de la paroi rugueuse ; a) l'image expérimentale ; b) l'image simplifiée de calcul ; c) l'image simplifiée de calcul dans le cas où les éléments de rugosité sont à petite distance.

La détermination de la grandeur du diamètre effectif de la conduite rugueuse doit se baser sur les résultats de l'analyse de l'image expérimentale de l'écoulement autour des éléments de rugosité. De l'expérience il résulte que l'élément de rugosité produit un détachement du courant, le rattachement à la paroi ayant lieu à une distance égale à peu près à huit foi la hauteur de l'élément [2]. Dans le point de rattachement se forme un courant inverse vers l'élément de rugosité, se réalisant ainsi une zone de tourbillons derrière l'élément de rugosité. Devant l'élément de rugosité se forme une zone de tourbillons aussi, mais de moindres dimensions, sur une étendue égale à peu près à la hauteur de l'élément (fig. 1.a). Puisque les zones de turbillons ne participent pas à l'écoulement principal, celles-ci ne doivent pas être considérées dans le calcul de diamètre effectif. La ligne ABCD (fig. 1.b) peut être considerée la frontière de l'écoulement principal, sur laquelle la vitesse est nulle. Dans le cas où les éléments de rugosité sont approchés, les zones de tourbillons se croisent (fig. 1.c).

Le diamètre effectif de la conduite rugueuse est calculé par la formule : $d_e = \sqrt{4V_e/\pi L}$ [2] dans laquelle V_e est le volume intérieur de

la conduite sans tenir compte des zones de tourbillons. Par conséquent, la conduite rugueuse peut être considerée une conduite lisse de diamètre d_e et dont la résistance est égale à la résistance de la conduite rugueuse.

2. Le calcul du coefficient de résistance hydraulique

Dans un travail antérieur, [3] on a établi le profil de la vitesse de l'écoulement turbulent dans une conduite avec la rugosité relative $\bar{k} = k/r$

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{\varkappa} \ln\left[1 + \frac{\varkappa}{\beta_1}(\bar{y} - \bar{\delta})\right] + \delta \tag{2}$$

dans laquelle $\varkappa$ est la constante de Kármán, $\beta_1 = \beta + \varkappa(\bar{k} - \bar{\delta})$, $\beta = \frac{1}{ru_*/\nu}$, $\bar{\delta} = \frac{d}{r}$, d = l'épaisseur du substrat laminaire $\bar{y} = \frac{y}{r}$ et $\delta = \frac{du_*}{\nu}$ ($\varkappa_1$ est un coefficient qui tient compte de la dispersion et de la nature des éléments de rugosité [4]. Pour un régime d'écoulement stationnaire, l'équilibre des forces appliquées à l'élément de liquide limité par la surface de la conduite et par les deux sections perpendiculaires sur l'axe de la conduite à la distance ΔL s'écrit sous la forme

$$\frac{\pi d_e^2}{4} \Delta p = \tau \pi d_e \Delta L + F_r, \tag{3}$$

dans laquelle $\frac{1}{4}\pi d_e^2 = S_e$ est la section effective de la conduite, $\Delta p = \lambda_e \frac{1}{2} \rho \bar{u}_e^2 \frac{\Delta L}{d_e}$ est la chute de pression dans la portion de longueur ΔL et $\tau = \frac{1}{8} \lambda_e' \rho \bar{u}_e^2$ est la tension tangentielle de frottement à la paroi [1]; λ_e et λ_e' représentent le coefficient de résistance total et le coefficient de résistance correspondant à la conduite lisse de diamètre d_e.

La relation (3) pour un nombre Re donné devient :

$$\lambda_e = \lambda_e' + \frac{d_e}{\frac{1}{2}\rho \bar{u}_e \Delta L S_e} F_r = \lambda_e' + \lambda_e'' \tag{4}$$

dans laquelle :

$$\lambda'' = \frac{d_e}{\frac{1}{2}\rho \bar{u}_e^2 \Delta L S_e} F_r \tag{5}$$

est le coefficient de résistance grâce aux éléments de rugosité. Si l'on note avec F_{fi} la force de résistance de forme à un élément de rugosité quelconque, alors la grandeur

$$K_r = \sum \frac{d_e}{\frac{1}{2}\rho \bar{u}_e^2 \Delta L S_e} F_{fi} \tag{6}$$

nomée paramètre de rugosité, détermine la résistance de forme des éléments de rugosité. On peut considérer que

$$\lambda_e'' = \varphi(K_r) \tag{7}$$

cette loi étant déterminée expérimentalement.

L'analyse des données expérimentales liées à l'écoulement autour des corps [5] démontre que la résistance de forme pour les corps nonhydroaerodynamiques dépend de l'angle d'attaque α (l'angle formé par le vecteur de vitesse et sa projection sur la superficie du corps)

$$F_f = cf(\alpha)\rho \frac{u^2}{2} S \tag{8}$$

dans laquelle c est le coefficient de résistance de forme correspondant à l'angle d'atac $\alpha = 90°$, $f(\alpha)$ est une fonction d'angle d'atac, u est la vitesse d'écoulement et S est la section frontale du corps.

On considère le cas général dans lequel le champ de vitesses dans le voisinage du corps est non-uniforme et l'angle d'ataque est variable sur la surface frontale du corps. Dans ce cas l'expression de force de résistance de forme est

$$F_f = C \int_S f(\alpha) \frac{\rho u^2}{2} dS \tag{9}$$

C étant un coefficient, et la formule (6) du paramètre K_r — correspondant à une conduite rugueuse avec des éléments de rugosité de forme arbitraire, identiques et uniformement distribués sur la surface de la conduite — s'écrit sous la forme

$$K_r = n \frac{d_e}{s} \int_S f(\alpha) \left(\frac{u}{u_e}\right) \frac{dS}{S_e} \tag{10}$$

dans laquelle n est le nombre d'éléments de rugosité sur une portion s de la conduite. La fonction $f(\alpha)$, conformément aux données expérimentales [5] a les valeurs limite

$$0 \leqslant f(\alpha) \leqslant 1, \quad 0° \leqslant \alpha \leqslant 45°; \quad f(\alpha) = 1, \quad 45° \leqslant \alpha \leqslant 90°. \tag{11}$$

Dans l'interval $0 \leqslant \alpha \leqslant 45°$, $f(\alpha)$ peut être présentée aussi sous la forme $f(\alpha) = \sin^2 2\alpha$.

La forme de la fonction $\lambda_e'' = \varphi(K_e)$ se détermine expérimentalement. On a employé les résultats expérimenteux d'une série de chercheurs, [2], [5], [6]. Il en résulte une loi du type

$$\lambda_e'' = AK_r^B \tag{12}$$

dans laquelle $A = 29$ et $B = 1{,}85$, pour des rugosités relatives $0 \leqslant k/r \leqslant 0{,}2$ et des distances relatives entre les éléments de rugosité $0 \leqslant s/k \leqslant 2$

Pour le calcul du coefficient de résistance hydraulique on emploie la méthode des approximations succesives. On admet, dans une première approximation, un coefficient $\lambda_e > \lambda_e'$ pour lequel on détermine le profil des vitesses correspondant au nombre *Re* d'écoulement, selon lequel on calcule le paramètre K_r, le coefficient λ_e'' et on obtient la valeur de calcul λ_{el} ; on reprend les calculs pour une deuxième approximation du coefficient λ_e etc.

Conclusion

Dans le travail on admet que la résistance de la conduite rugueuse consiste dans la résistance de la conduite lisse, de diamètre effectif d_e, pour un nombre *Re* donné et la somme des résistances de forme des éléments de rugosité. Pour le calcul de la résistance de forme à un élément de rugosité, on propose une méthode basée sur la considération de la distribution des vitesses à la paroi de la conduite et l'influence réciproque des éléments de rugosité. Le calcul du coefficient de résistance hydraulique tient compte de la sort, non seulement de la rugosité relative de la conduite, mais aussi de la dispersion des éléments de rugosité.

La chaire de hydraulique et machines hidrauliques
Institut Polytechnique „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucarest

BIBLIOGRAPHIE

1. *Oroveanu, T.*, Mecanica fluidelor vîscoase, Editura Academiei Republicii Socialiste România, Bucureşti, 1966.
2. *Webb, R.*, International Journal of Heat and Mass Transfer, v. 14, 1971, p. 601.
3. *Panaitescu, V.*, Determinarea legii universale de distribuţie a vitezelor şi a legii universale de rezistenţă în conducte netede şi rugoase. Sesiunea ştiinţifică jubiliară a Facultăţii de Energetică, Bucureşti, 1975.
4. *Panaitescu, V.*, Contribuţii la studiul mişcării fluidelor vîscoase la numere Reynolds mici şi mijlocii cu referire la tranziţia de la mişcarea laminară la mişcarea turbulentă. Teză de doctorat, Bucureşti, 1973.
5. *Idelcik, I. E.*, Spravocinik po ghidravliceskim soprotivleniiam, Gosenergoizdat, Moskva-Leningrad, 1960.
6. *Millionşcikov, M. D.*, Turbulentnie teceniia v pogranicinom sloe i v trubah, Nauka, Moskva 1969.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XXXIX — 1977, Numărul 4

C.Z.: 532.1/2

CONTRIBUȚII LA REZOLVAREA UNOR PROBLEME DE MECANICA FLUIDELOR

GHEORGHE ZIDARU

În prezenta lucare, autorul aduce trei contribuții originale la cursul de Mecanica fluidelor :

1. Portanța hidrostatică exercitată asupra unui corp scufundat în două sau mai multe lichide nemiscibile ;
2. Deducerea potențialului complex al mișcării cu circulație în exteriorul cercului, ca problemă Neumann ;
3. Timpul de golire a unui vas umplut cu gaz sub presiune.

În această lucrare, autorul prezintă trei contribuții originale distincte.

Primele două contribuții :

1. „Portanța hidrostatică exercitată asupra unui corp scufundat în două sau mai multe lichide nemiscibile".

2. „Deducerea potențialului complex al mișcării cu circulație în exteriorul cercului, ca problemă Neumann". au fost predate de către autor studenților ca aplicații la cursurile de Mecanica fluidelor și au apărut în culegerea de probleme [1] și în cursul [2] fără indicarea autorului.

A treia contribuție este :

„Timpul de golire a unui rezervor umplut cu gaz sub presiune" și a fost predată de către autor studenților ca aplicație la cursul „Instalații hidromecanice auxiliare în centrele hidroelectrice".

1. Portanța hidrostatică exercitată asupra unui corp scufundat în două sau mai multe lichide nemiscibile.

Se consideră, pentru precizare, un corp scufundat în trei lichide nemiscibile de greutăți specifice $\gamma_1 < \gamma_2 < \gamma_3$ (fig. 1). Volumele de carenă din fiecare lichid sînt respectiv : τ_1, τ_2 și τ_3, iar porțiunile din suprafața corpului udate de fiecare lichid sînt : Σ_1, Σ_2 și Σ_3. Pe suprafața lichidului acționează presiunea oarecare p_0.

Manuscris predat redacției la data de 10 octombrie 1975.

Forţele elementare de presiune sînt echivalente cu un torsor, al cărui prim element este rezultanta

$$\vec{F}_p = -\int_{\Sigma_1} \vec{n}\, p_1 d\tau - \int_{\Sigma_2} \vec{n}\, p_2 d\tau - \int_{\Sigma_3} \vec{n}\, p_3\, d\tau, \tag{1.1}$$

$\vec{n}$ fiind normala la suprafaţă orientată spre lichide.

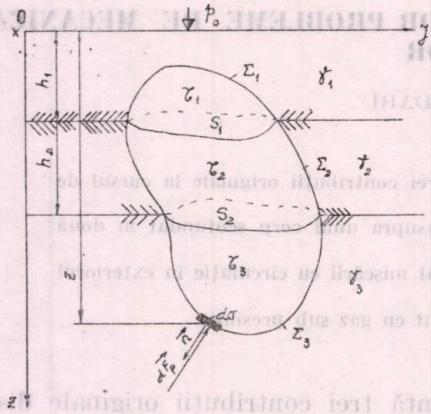


Fig. 1

Grosimile straturilor primelor două lichide fiind h_1 şi h_2, presiunile în cele trei lichide la adîncimea variabilă z se scriu astfel :

$$p_1 = p_0 + \gamma_1 z \ (0 \leqslant z \leqslant h_1); \tag{1.2}$$

$$p_2 = p_0 + \gamma_1 h_1 + h_1)$$

$$(h_1 \leqslant z \leqslant h_1 + h_2); \tag{1.2'}$$

$$p_3 = p_0 + \gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 + \gamma_3 (z -$$

$$- h_1 - h_2) \ (h_1 + h_2 \leqslant z). \tag{1.2''}$$

Intersecţiile corpului cu planele de separaţie dintre lichide sînt suprafeţele S_1 şi S_2. Expresiei (1.1) i se adaugă două perechi de forţe verticale, egale şi opuse : $\gamma_1 h_1 S_1$ şi $(\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2) S_2$, observînd că pe S_1, $p_1 = p_2 = \gamma_1 h_1$, iar pe S_2, $p_2 = p_3 = \gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2$. În acest fel, suprafeţele pe care se calculează integralele se închid pentru a se aplica teorema Gauss-Ostrogradski :

$$\vec{F}_p = \int_{\Sigma_1 + S_1} \vec{n}\, p_1 d\tau - \int_{\Sigma_2 + S_1 + 2} \vec{n}\, p_2 d\tau - \int_{\Sigma_3 + S_2} \vec{n}\, p_3 d\tau =$$

$$= \int_{\tau_1} \operatorname{grad} p_1 d\tau - \int_{\tau_2} \operatorname{grad} p_2\, d\tau - \int_{\tau_3} \operatorname{grad} p_3 d\tau.$$

Rezultă :

$$\vec{F}_p = -\vec{k}(\gamma_1 \tau_1 + \gamma_2 \tau_2 + \gamma_3 \tau_3) = \vec{F}_{p_1} + \vec{F}_{p_2} + \vec{F}_{p_3}. \tag{1.3}$$

Momentul în raport cu originea este

$$\vec{M}_0 = \int_{\Sigma_1} \vec{r} \times (-p_1 \vec{n} d\tau) + \int_{\Sigma_2} \vec{r} \times (-p_2 \vec{n} d\tau) + \int_{\Sigma_3} \vec{r} \times (-p_3 \vec{n}\, d\tau) =$$

$$= \int_{\Sigma_1+S_1} \vec{n}\times\vec{r}p_1 d\tau + \int_{\Sigma_2+S_1+S_2} \vec{n}\times\vec{r}p_2 d\tau + \int_{\Sigma_3+S_2} \vec{n}\times\vec{r}p_3 d\tau =$$

$$= \int_{\tau_1} \mathrm{rot}(\vec{r}p_1)d\tau + \int_{\tau_2} \mathrm{rot}(\vec{r}p_2)d\tau + \int_{\tau_3} \mathrm{rot}(\vec{r}p_3)d\tau.$$

Însă, $\mathrm{rot}\,(\vec{r}p_i) = \mathrm{grad}\, p_i\times\vec{r} = \vec{k}\gamma_i\times\vec{r}\,(i = 1, 2, 3)$; deci,

$$\vec{M}_0 = \sum_{i=1}^{3} \vec{k}\gamma_i \times \int_{\tau_i} \vec{r}\, d\tau = \sum_{i=1}^{3} \vec{r}_{G_i}\times(-\vec{k}\gamma_i\tau),$$

sau, ţinînd seama de (1.3), se obţine

$$\vec{M}_0 = \vec{r}_{G_1}\times\vec{F}_{p_1} + \vec{r}_{G_2}\times\vec{F}_{p_2} + \vec{r}_{G_3}\times\vec{F}_{p_3}. \tag{1.4}$$

Ultima epresie arată că forţele portante componente trec prin centrele de greutate geometrice ale celor trei carene corespunzătoare lichidelor nemiscibile.

Cazul cînd plutitorul are şi o porţiune deasupra primului lichid conduce imediat, [1], la acelaşi rezultat.

2. Deducerea potenţialului complex al mişcării cu circulaţie în exteriorul cercului, ca problemă Neumann.

Această mişcare este tratată obişnuit în cursurile de mecanica fluidelor în unul din următoarele moduri:

1) Se dă potenţialul complex

$$f(z) = V_\infty\left(z + \frac{a^2}{z}\right) + \frac{i\Gamma}{2\pi}\ln z, \tag{2.1}$$

şi apoi se arată că cercul $|z| = a$ este linie de curent, iar circulaţia în sens orar a vitezei pe cerc este Γ;

2) Se dă potenţialul complex al mişcării fără circulaţie în jurul cercului

$$f_1(z) = V_\infty\left(z + \frac{a^2}{z}\right)$$

sau se deduce acest potenţial cu ajutorul teoremei cercului (Milne Thomson, [3]) şi apoi se adună cu potenţialul complex al vîrtejului potenţial

$$f_2(z) = \frac{i\Gamma}{2\pi}\ln z.$$

Potențialul $f_1(z)$ poate fi dedus și prin compunerea translației cu dipolul.

Metoda propusă aici constă în deducerea potențialului complex (2.1) cînd se dau viteza la infinit V_∞ și circulația în jurul cercului $|z| = a$.

Deoarece potențialul complex al mișcării date este funcție olomorfă în exteriorul cercului $|z| = a$, rezultă că și derivata sa este tot o funcție olomorfă, deci se dezvoltă în serie Laurent:

$$\frac{df}{dz} = \ldots + \frac{C_{-n}}{z^n} + \ldots + \frac{C_{-1}}{z} + C_0 + C_1 z + C_2 z^2 + \ldots + C_n z^n \ldots, \tag{2.2}$$

unde constantele complexe $C_k = A_k + iB_k$ urmează să se determine. Deoarece

$$\lim_{z\to\infty} (v_x - iv_y) = \lim_{z\to\infty} \frac{df}{dz} = V_\infty,$$

rezultă cu necesitate că $C_0 = V_\infty$ și $C_k = 0$ pentru $k \geqslant 1$. Astfel,

$$\frac{df}{dz} = V_\infty + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{A_{-k} + iB_{-k}}{z^k}. \tag{2.3}$$

Pe cerc ($z = a\,e^{i\theta}$),

$$v_{rC} - iv_{\theta C} = \left(e^{i\theta}\frac{df}{dz}\right)_C = V_\infty e^{i\theta} + \sum_{k=1}^{\infty} (A_{-k} + iB_{-k}) \frac{e^{-i(k-1)\theta}}{a^k},$$

de unde:

$$v_{rC} = V_\infty \cos\theta + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{a^k} [A_k \cos(k-1)\theta + B_{-k}\sin(k-1)\theta]; \tag{2.4}$$

$$v_{\theta C} = -V_\infty \sin\theta + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{a^k} [A_{-k}\sin(k-1)\theta - B_{-k}\cos(k-1)\theta]. \tag{2.4'}$$

Cercul $|z| = a$ fiind linie de curent, este necesar ca $v_{rC} = 0$, deci:

$A_{-2} = -V_\infty a^2$; $A_{-1} = B_{-2} = 0$; $B_{-1} \neq 0$ și $A_{-k} = B_{-k} = 0$ pentru $k \geqslant 3$.

Înlocuind în (2.4), se obține

$$V_{\theta C} = -2V_\infty \sin\theta - \frac{B_{-1}}{a^k}.$$

Circulația vitezei pe cercul $|z| = a$ este Γ :

$$\Gamma = -\int_0^{2\pi} V_{\theta C} a d\theta = a\int_0^{2\pi}\left(2V_\infty \sin\theta + \frac{B_{-1}}{a}\right)d\theta = 2\pi B_{-1},$$

de unde

$$B_{-1} = \frac{\Gamma}{2\pi}.$$

Cu constantele aflate, expresia (2.3) devine

$$\frac{df}{dz} = V_\infty\left(1 - \frac{a^2}{z^2}\right) + \frac{i\Gamma}{2\pi z},$$

din care prin integrare, se deduce potențialul complex (2.1).

Problema tratată este de tip Neumann pentru potențialul vitezei, deoarece pentru $r > a$, $\Delta\varphi = 0$, iar pe cerc

$$\left.\frac{\partial\varphi}{\partial n}\right|_C = \left.\frac{\partial\varphi}{\partial r}\right|_{r=a} = v_{rC} = 0$$

$\vec{n}$ fiind normala exterioară a cercului.

3. Timpul de golire a unui rezervor umplut cu gaz sub presiune.

Se consideră un vas care conține masa M de gaz la presiunea $p_1 > p_{at}$ Vasul este, în general, legat la o conductă terminată la capătul aval cu o vană. Se pune problema determinării timpului de golire a gazului după deschiderea bruscă a vanei, precum și a variației în timp a presiunii din vas.

În problemele practice uzuale, presiunea p_1 din vas este limitată la valori pentru care mișcarea gazului în conductă este subsonică și izotermică. Prin urmare, se poate scrie, [4] :

$$p_1^2 - p_{at}^2 = \left(\frac{\lambda l}{d} + \Sigma\zeta\right)RT\frac{16\dot{m}^2}{\pi^2 d^4}, \tag{3.1}$$

în care : l și d sînt respectiv lungimea și diametrul conductei ; λ și ζ sînt coeficienții pierderilor liniare și locale de sarcină ; R este constanta gazului : T este temperatura absolută a gazului ; m este debitul masic de gaz prin conductă, variabil în timp. Prin urmare,

$$\dot{m} = K\sqrt{p_1^2 - p_{at}^2}, \tag{3.2}$$

cu

$$K = \frac{\pi d^2}{4} \frac{1}{\sqrt{\frac{\lambda l}{d} + \Sigma\zeta}} \frac{1}{\sqrt{RT}}. \tag{3.2'}$$

Dacă vana de la capătul aval al conductei se deschide lent după o lege cunoscută, atunci se cunoaște și variația în timp $\zeta_v(t)$ a coeficientului pierderii locale în vană, deci și dependența $K(t)$. În cazul deschiderii bruște a vanei, se poate admite $K = \text{const}$.

Calculul se face prin diferențe finite, însumînd intervalele de timp în care se scurg din vas diferite cantități infinitezimale de gaz Δm_1, Δm_2,.

Intervalul de timp elementar Δt_i în care se scurge din vas masa Δm_i este

$$\Delta t_i = \frac{\Delta m_i}{\dot{m}}. \tag{3.3}$$

La momentul $t_i = \Delta t_1 + \Delta t_2 + \ldots + \Delta t_i$, presiunea în vas este

$$p(t_i) = p_1 \frac{M - \sum_{k=1}^{i} \Delta m_k}{M} \tag{3.4}$$

Introducînd această valoare în expresia (3.2) în locul presiunii inițiale p_1, se determină debitul masic

$$\dot{m}_{i+1} = K\sqrt{p^2(t_i) - p_{at}^2}, \tag{3.5}$$

considerat constant pe intervalul de tip Δt_{i+1}.

Calculul prin diferențe finite se efectuează cu ajutorul relațiilor (3.4) și (3.5), cărora li se adaugă relația (3.2') în cazul deschiderii lente a vanei.

Ca exemplu, [5], se consideră timpul de golire a unui vas care conține $M = 100$ kg. aer ($R = 287$ J/kg.°K) la presiunea $p_1 = 10$ bari și temperatura de 15°C, cînd vana se deschide brusc și $l = 50$ m ; $d = 100$ m $\Sigma\zeta = 0$. Coeficientul λ se determină cu formula lui Weymouth, [4]:

$$\lambda = \frac{0{,}009407}{\sqrt[3]{d}}, \text{ cu } [d] \text{ în metri.} \tag{3.6}$$

Rezultă $K = 0{,}2715$ în unități SI. Se adoptă $\Delta m_i = 5$ kg $= \text{const}$. Variația presiunii din vas în raport cu timpul este determinată în tabelul 1.

Tabela 1.

$t(s)$	0	1,846	3,799	5,854	8,044	10,357	12,832	15,497	18,365	21,485
p(bari)	10	9,5	9	8,5	8	7,5	7	6,5	6	5,5
$t(s)$	24,89	28,65	32,85	37,61	43,10	49,61	57,66	68,32	84,85	—
p(bari)	5	4,5	4	3,5	3	2,5	2	1,5	1	—

Deci, timpul de golire a vasului este $t = 84{,}85$ s.

Catedra de hidraulică
Institutul politehnic ,,Gheorghe Gheorghiu-Dej" București.

BIBLIOGRAFIE

1. J. *Florea, Gh. Zidaru*, Culegere de probleme de Bazele hidraulicii. București, Editura didacdactică și pedagogică, 1969.
2. J. *J. Florea, Gh. Zidaru, Panaitescu, V.* : Mecanica fluidelor și hidraulica, Curs, vol. I, Litografia Institutului politehnic București. 1975.
3. *C. Jacob*, Introduction mathématique à la mécanique des fluides. Paris, Gauthier-Vil. și București, Ed. Academiei R.P.R., 1959.
4. *J. Florea, Gh. Zidaru, V. Panaitescu, V. Nistreanu*, Mecanica fluidelor și hidraulica, curs, vol. II, Litografia Institutului politehnic București, 1975.
5. *J. Florea, Gh. Zidaru, V., Panaitescu*, Culegere de probleme de Mecanica fluidelor, manuscris predat la Editura didactică și pedagogică pentru 1976.

Original Contributions for the Fluids Mechanics Course

In this work the author presents three distinct original contributions for the ,,Fluids Mechanics" course.

1. Hydrostatic lift wlurh acts on a body supmerged in two or more unmisuble liquids;

2. The deduction of complex potential of flow with the circulation around the circle as a Neumann problem;

3. The emptying time of a reservoir which is full with a gas under pressure.

CUPRINSUL SERIEI MECANICĂ PE ANUL 1977

MATEMATICĂ

C. Radu, O variantă asupra unicității soluției problemei la limită mixte din teoria visco-elasticității neliniare dinamice. Nr. 1 pag- 3—8

C. Bucur, Metodă de aproximare prin secțiuni pentru sistemele neliniare Nr. 1 pag. 9—14

Elena Tănăsescu, Aplicarea teoriei modelelor de atmosfere stelare la unele probleme astrofizice Nr. 2 pag. 3—8

C. Tărcolea Prorpietăți ale funcțiilor caracteristice în R și ale funcționalelor de tip Hincin în R^n Nr. 2 pag. 9—12

R. F. Constantin, Variabile aleatoare și funcții de repartiție asociate mulțimilor convexe din spațiul M_2. Nr. 3 pag- 3—10

Ana Burghelea, Asupra numerotării rădăcinilor unei familii de polinoame generice. Nr. 3 pag. 11—16

C. D. Bucur, Asupra unor probabilități geometrice în planul Euclidian. Nr. 4 pag. 3—8

Elena Tănăsescu, Studies in Non-gray Stellar Atmospheres on the Convective Transport of Energy. Nr. 4 pag. 9—16

MECANICĂ

D. Voiculescu, E. Deciu, C. Vlad, A. Petrescu, Utilizarea teoriei distribuțiilor la studiul ciocnirilor. Nr. 1 pag. 15—27

Steluța Sroe, M. Munteanu, Studiul mișcării organului de lucru al cultivatorului sub acțiunea încărcărilor aleatoare. Nr. 1 pag. 13—22

D. Voiculescu, N. Pandrea, Determinarea grafică și analitică a profilului camei pentru rectificarea plăcuțelor din carburi metalice pe un contur dat Nr. 4 pag. 17—24

AVIAȚIE

C. Guță, D. Rugescu, Performanțe ale motoarelor rachetă în condițiile destinderii la echilibru chimic alunecător. Nr. 1 pag. 29—42

MOTOARE CU ARDERE INTERNĂ

D. Taraza, O metodică de utilizare a traductorului cu fir rezistiv pentru măsurarea vitezelor în fluide, în condiții de variație a presiunii și temperaturii. Nr. 2 pag. 23—38

D. Taraza, A. Manole, Corelații între echilibrajului motorului și toleranțele de fabricație. Nr. 3 pag. 17—28

Gh. Borilă, Impactu jet-perete controlat — un nou procedeu de îmbunătățire a arderii la motorul diesel rapid cu injecție directă- Nr- 4 pag. 33—46

TERMOTEHNICA

Vs. Radcenco, S. Dimitriu, Cu privire la corelația economicitate-ireversibilitate în cazul instalației frigorifice cu comprimare de aer, cu regenerare I. Nr- 3 pag. 29—38

S. Dimitriu, Vs. Radcenco, Considerații cu privire la îmbunătățirea economicității funcționării instalației frigorifice cu comprimare de aer, cu regenerare II. Nr. 4 pag. 25—32

MECANICĂ FINĂ

Tr. Demian, D. Tudor, Mihaela Tenea, Asupra alegerii unei variante optime pentru angrenajele avînd dantura cicloidală aproximatică. Nr. 3 pag. 39—46

MECANICA AGRICOLĂ

I. Roşca I. Chelemen, Stabilirea parametrilor tocătorului-aruncător de la combinele de siloz cu ajutorul calculatorului electronic. Nr. 3 pag. 47—54

REZISTENŢA MATERIALELOR

D. Catrina, I. Constantinescu, Elena Mihăilescu, Cercetări experimentale privind sistemul elastic al strungului normal SN 400 la filetare. Nr. 1 pag. 43—52
M. Atanasiu, V. Drobotă, Scheme π exhaustive de dipoli. Nr. 2 pag- 39—46
I. Constantinescu, D. Golumbovici, Calculul caracteristicilor geometrice ale secţiunilor structurilor de mare complexitate. Nr. 2 pag- 47—56
D. D. Boiangiu, I. Constantinescu, Cercetări experimentale asupra răspunsului arcului lamelar prerăsucit la o solicitare axială statică sau dinamică. Nr. 3 pag. 55—60
Vasilica Cosac, Vibraţiile grinzilor continue suspendate pendular sub acţiunea forţelor perturbatoare. Nr. 3 pag. 61—68
Corina Voicu, D. Golumbovici. I. Constantinescu, Unele aspecte ale calculului dinamic al grinzilor continui. Nr. 4 pag. 47—52

TEHNOLOGIA CONSTRUCŢIEI DE MAŞINI

I. Gheghea, A. Ghionea, Contributions on Vibrations Damping of Machine Tools. Nr. 1 pag. 53—60
C. Dumitraş, C. Militaru, Contribuţii privind studiul componentelor forţei aşchietoare cu ajutorul matricelor. Nr. 1 pag. 61—66
V. Tache, A. Vlase, Contribuţii cu privire la determinarea regimurilor de aşchiere la strunjirea unor oţeluri inoxidabile în producţie indigenă Nr. 2 pag- 69—74
C. Neagu, Gh. Bădescu, Precizia de prelucrare a pieselor sferice. Nr. 2 pag. 75—80
A. Vlase, Alegerea unor parametri geometrici optimi la cuţitele de strunjit oţel inoxidabil. Nr. 3 pag. 69—72
V. Tache, A. Vlase, Determinarea influenţei unor parametri geometrici ai sculei aşchietoare asupra rugozităţii suprafeţelor la prelucrarea oţelurilor inoxidabile. Nr. 4 pag. 53—58
Gh. Calea, C. Dumitraş, Profilarea evolventă a discurilor abrazive Nr. 4 pag. 59—64
Gh. Bădescu, C. Neagu, I. Luncaş, Măsurarea şi controlul pieselor sferice pe maşina de măsurat lungimi de 450 mm. Zeiss. Nr. 4 pag. 65—70

MAŞINI-UNELTE ŞI SCULE

A. Oprean, Al. Dorin, Încercarea simultană la fiabilitate a pompelor şi motoarelor hidraulice rotative. Nr. 1 pag. 67—74
V. Tabără, H. Vertan Metoda de control automat al pieselor cu profil complex. Nr. 1 pag. 75—82
I. Gheorghe, Fl. Ionescu. E. Dumitrescu, Studiul procesului real al frezării frontale de finisare. Nr. 1 pag. 83—90
C. Minciu, Gh. Petrescu, St. Florianu, Determinarea analitică a curbelor de rulare ale roţilor dinţate ovale. Nr. 2 pag. 81—86
Al. Dorin, Modelele încercărilor accelerate de siguranţă în funcţionarea elementelor maşini-unelte Nr. 2 pag 87—96
Fl. Ionescu, Elemente de dinamică a motoarelor rotative cu pistoane axiale folosite în acţionarea hidrostatică a maşinilor-unelte- Nr. 2 pag— 97—106.
V. Tabără, Condiţii de realizare a unor trepte de reglare continuă a turaţiilor la maşinile-unelte. Nr. 3 pag. 73—80
I. Gheghea, Calculul dinamic pentru transmisiile cu roţi dinţate. Nr. 3 pag. 81—88
C. Minciu, Contribuţii la calculul, construcţia şi proiectarea cuţitelor profilate spirale. Nr. 4 pag. 71—76

TEHNOLOGIA METALELOR

N. Atanasiu, Cercetări privind comportarea viscoplastică a metalelor și aliajelor în timpul deformării printr-o matriță conică. Nr. 1 pag. 91—98
M. Voicu, P. Gladcov, Determinări privind eficiența răcirii cu oxigen asupra rugozității suprafețelor strunjite. Nr. 1 pag. 99—104
P. Gladcov, Cercetări privind îmbunătățirea metodelor de studiu metalografic. Nr. 2 pag. 107—112
Fl. Dumitrache, D. Drimer, I. Sonea, Gh. Calea, Iozef Cabelka, Cercetări privind aplicarea sistemelor oscilante complexe, cu oscilații de încovoiere, la sudarea cu ultrasunete a metalelor, Nr. 3 pag. 89—94
Fl. Dumitrache, D. Drimer, S. Ionescu, Contribuții la sudarea prin puncte cu ultrasunete a tablelor de cupru. Nr. 4 pag. 77—82
P. Gladcov, Cercetări privind metodele de măsurare a uzurii sculelor aşchietoare. Nr. 4 pag. 83—90

ENERGETICĂ

V. Panaitescu, Sur les lois du mouvement turbulent dans les conduites lisses et ruguses. Nr. 2 pag. 57—62
Gh. Zidaru, O demonstrație exactă a teoremei momentului cinetic pentru turbomașini. Nr. 2 pag. 63—68
N. Dănilă G. Chercea, Metodă pentru calculul transmiterii căldurii în condensatoarele turbinelor cu abur din centralele termo și nuclearoelectrice. Nr. 3 pag. 95—102
V. Panaitescu. Le calcul du coefficient de resistence hydraulique dans les conduites rugueuses. Nr. 4 pag. 91—96
Gh. Zidaru, Contribuții la rezolvarea unor probleme de mecanica fluidelor N. 4 pag. 97—104

TRANSPORTURI

A. Stoicescu, Asupra similitudinii performanțelor de tracțiune ale automobilelor.Nr. 1 pag. 105—112
I. Sebeșan, Asupra unor aspecte ale funcționării în comun a elementelor sistemului de transmitere a puterii în curent alternativ al unei locomotive cu turbină cu gaze. Nr. 3 pag. 103—11

INDEX ALFABETIC PE AUTORI

M. Atanasiu, *2*, p. 39—46
N. Atanasiu. *1*, p. 91—98
Gh. Bădescu. *2*, p. 75—80; *4*, p. 65—70
D. D. Boiangiu. *3*, p. 55—60
Gh. Borilă. *4*, p. 33—46
C. Bucur. *1*, p. 9—14
C. D. Bucur. *4*. p. 3—8
Ana Burghelea. *3*, p. 11—16
Iosef Cabelka- *3*, p. 89—94
Gh. Calea. *3*, p. 89—94; *4*, p. 59—70
D. Catrina. *1*, p- 43—52
I. Chelemen. *3*, p. 47—54
G. Chercea. *3*, p. 95—102
R. F. Constantin. *3*, p. 3—10
I. Constantinescu. *1*, p. 43—52; *2*, p. 47—56; *3*, p. 55—60; *4*, p. 47—52
Vasilica Cosac. *3*, p. 61—68
N. Dănilă. *3*, p— 95—102
E. Deciu- *1*, p. 15—27
Tr. Demian. *3*, p. 39—46
S. Dimitriu. *3*, p. 29—38; *4*, p. 25—32
Al. Dorin. *1*, p. 67—74; *2*, p. 87—96
D. Drimer. *3*, p. 89—94; *4*, p. 77—82
V. Drobotă. *2*, p. 39—46
Fl. Dumitrache. *3*, p. 89—94; *4*, p. 77—82
C. Dumitraş. *1*, p- 61—66; *4*, p. 59—64
E. Dumitrescu. *1*, p. 83—90
St. Florianu. *2*, p. 81—86
I- Gheghea. *1*, p. 53—60; *3*, p. 81—88
I- Gheorghe. *1*, p. 83—90
A. Gheonea. *1*, p. 53—60
P. Gladcov. *1*, p. 99—104; *2*, p. 107—112; *4*, p. 83—90
D. Golumbovici. *2*, p. 47—56; *4*, p. 47—53
C. Guţă. *1*, p. 29—42
Fl. Ionescu. *1*, p. 83—90; *2*, 97—106
S. Ionescu. *4*, p. 77—82
I. Luncaş. *4*, p. 65—70
A. Manole. *3*, p. 17—28
Elena Mihăilescu. *1*, p. 43—52
C. Militaru. *1*, p. 61—66
C. Minciu. *2*, p. 81—86; *4*, p. 71—76
M. Munteanu. *1*, p. 13—22
C- Neagu -*2*, p. 75—80; *4*, p — 65—70
A. Oprean. *1*, p. 67—74
V. Panaitescu. *2*, p— 57—62; *4*, p. 91—96
N. Pandrea. *4*, p. 17—24
A. Petrescu. *1*, p. 15—27
Gh. Petrescu. *2*, p. 81—86
Vs. Radcenco. *3*, p. 29—38; *4*, p. 25—32
C. Radu. *1*, p. 3—8
I. Roşca. *3*, p. 47—54
D. Rugescu. *1*, p. 29—42
I. Sebeşan. *3*, p. 103—112
I. Senea. *3*, p. 89—94

A. Stoicescu- *1*, p. 105—112
Steluța Stroe. *2*, p. 13—22
V. Tabără. *1*, p. 75—82 ; *3*, p. 73—80
V. Tache. *2*, p. 69—74 ; *4* p. 53—58
D. Taraza. *2*, p. 23—38 ; *3*, p. 17—28
Elena Tănăsescu. *2*, p— 3—8 ; *4*, p. 9—16
C. Târcolea. *2*, p. 9—12
Mihaela Tenea. *3*, p. 39—46
D. Tudor. *3*, p. 39—46
H. Vertan. *1*, p. 75—82 ;
C. Vlad. *1*, p. 15—27
A. Vlase. *2*, p. 69—74 ; *3*, p. 69—72 ; 4 p. 53—58
M. Voicu. *1*, p. 99—104
D. Voiculescu. *1*, p. 15—24 ; *4*, p. 17—24
Gh. Zidaru. *2*, p. 63—68 ; *4*, p. 97—104

TEZELE DE DOCTORAT SUSȚINUTE ÎN ANUL 1977

L. Stăncescu, Contribuții la calculul planșelor de nave, folosind elemente finite de placă ortotropă structural și elemente finite de bază cu pereți subțiri (14 I)

Ermina Coralia Rădulescu, Contribuții la studiul funcționării lagărelor alimentate cu presiune exterioară (29 III)

Gh. Stoicescu, Contribuții la studiul dinamic al mașinilor rotative de tip freză pentru prelucrarea solului (8 IV)

Gh. Poțincu, Studiul teoretic și experimental al comportării pneurilor pentru autoturisme, cu aplicare la autoturismele românești (11 IV)

I. Popescu, Contribuții privind studiul teoretic și experimental al orientării și fixării sculelor așchietoare pe mașini-unelte (6 VI)

I. Ungureanu, Studiul sistemului elastic piesă-dispozitiv ca element al sistemului tehnologic (6 VI)

Aristodemon Loucas, Contribuții la studiul tehnico-științific privind dezvoltarea construcție de mașini în Cipru (12 VII)

D. Mihăilescu, Contribuții cu privire la utilizarea transmisie în curent alternativ la locomotive cu motoare termice (14 VII)

D. Sfințeanu, Cercetări privind transferul de căldură în pistoanele motoarelor Diesel cu performanțe înalte (22 VII)

M. Mihăiță, Contribuții la studiul capacității de transport a liniilor de cale ferată și influența ei asupra utilizării materialului rulant (28 VII)

Woundioun Demba Sissoko, Contribuții privind influența erorilor lanțului cinematic de avans asupra dinamicii avansului continuu (8 X)

V. Niculescu, Efectul de polarizare în elasticitate și aplicații la structuri tehnice (20 X)

Maria Pintilie, Studiul comportării vîscoelastice a materialelor plastice cu aplicație la poliamida 6-bloc indigenă (29 X)

G. Petrescu, Contribuții la calculul tuburilor flexibile cu pereți groși (29 X)

Gh. Hobeanu, Contribuții la studiul oscilațiilor rotoarelor turbinelor cu abur (5 XI)

Mariana Frățilă, Contribuții la studiul vibrațiilor forțate ale sistemelor elastice complexe, cu aplicații la vibrațiile autoturismelor (1 XII)

A. Martineac, Sinteza pozițională a grupelor de elemente relativ asociate (10 XII)

A. Pronovici, Contribuții la determinarea eficacității de utilizare a turbinelor în industrie (22 XII)

Tiparul executat la „I. P. Informația" c. 7616

40 480

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI SERIA MECANICĂ

apare trimestrial, în continuarea vechilor periodice ştiinţifice : „Bulletin de Mathematiques et de Physique pures et apliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" şi Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti.

Organizat pe baze noi, el reflectă în primul rînd activitatea ştiinţifică a corpului didactic din institut. În limita spaţiului disponibil, se pot publica şi lucrări ştiinţifice ale colaboratorilor din afara institutului.

Corespondenţa privind articolele, schimburile de publicaţii şi abonamentele se fac pe adresa institutului.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI РАЗДЕЛ МЕХАНИКИ

выходит четыре раза в год, являясь продолжением прежних научных периодических журналов „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliqués", „Buletinul Politehnicii din Bucureşti", и Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti.

Составленный на новых основах, он отражает в первую очередь научную деятельность преподавательского состава Бухарестского политехнического института. В пределах возможностей будут публиковаться и научно-исследовательские работы специалистов извне.

Переписка, обмен периодическими изданиями и подписка производятся по адресу института:

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI SERIES OF MECHANICS

The Bulletin is issued quarterly, continuing the old scientific periodicals : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" and Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti.

Organized on a new basis, it primarily reflects the scientific activity of the academic staff from Institute. Researchers from ontside the institute can also publish their papers within the available space.

The correspondance regarding the articles, change of publications **and subscriptions are sent to the folwing address**

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI SÉRIE MECANIQUE

paraît tous les trois mois, continuant les anciens periodiques scientifiques : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" et Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti.

Organisé sur de nouveaux principes il reflète tout d'abord l'activité scientifique du corps enseignant de l'Institut. Dans la limite de l'espace disponible on peut y publier aussi les travaux scientifiques des collaborateurs de l'extérieur.

L'adresse pour la correspondance concernant les articles, les echanges de publications et les abonnamants est :

Adresa :

INSTITUTUL POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI ROMÂNIA
Splaiul Independenţei nr. 313
Căsuţa Poştală nr. 2356
(pentru Buletinul Institutului)
Seria Mecanică

1978 APR 7.

Lei 20